UNIVERSIDAD DE LOS LAGOS

ESCUELA DE POSTAGRADO

Programa de Magister en Educación Matemática

DISEÑO Y APLICACIÓN DE UNA SECUENCIA NEURODIDÁCTICA EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ABIERTOS Y PENSAMIENTO NUMÉRICO-ALGEBRAICO

Tesis para optar al grado de Magister en Educación Matemática

Tesista: Priscilla Alejandra Olivares Pérez

Profesor Tutor: Dr. Álvaro Poblete Letelier

Agosto, 2015

Santiago, Chile

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a todas las personas que me acompañan en este momento, en especial a Freddy, mi Guapo, por siempre darme ánimos para seguir avanzando en mi vida académica como personal. Te amo mucho.

Agradecer a toda mi familia, a mis padres Juan Carlos y Mónica, a mis hermanos Nicole, Karla y Cristián por siempre comprender que a veces estemos lejos, pero el cariño sigue intacto.

Agradecer a mis profesores formadores de este proceso, por ese apoyo y disposición para ayudarnos siempre.

Agradecer al profesor Dr. Álvaro Poblete, por guiar este proyecto.

Agradecer a Yocelyn por ser mi compañera y que con el tiempo se ha vuelto una gran amiga. Por todas esas noches de apoyo para terminar los trabajos y estudios.

Estoy finalizando una etapa…, pero sé que es el comienzo de otra grandiosa.

RESUMEN.

La siguiente investigación tiene como objetivo desarrollar e implementar una propuesta neurodidáctica, en estudiantes de educación de adultos, que relacione la resolución de problemas abiertos con el traspaso de la aritmética al álgebra, adhiriéndole conocimientos neurocientíficos. Como primera medida se analizan instrumentos nacionales e internacionales donde se implementa la resolución de problemas abiertos y el pensamiento numérico-algebraico. En segundo lugar se establece una asociación entre el pensamiento numérico- algebraico, la resolución de problemas abiertos y la neurociencia para la generación de actividades, y como última medida se determina el efecto que tiene la aplicación de una secuencia neurodidáctica en estudiantes pertenecientes a la enseñanza media para el desarrollo del pensamiento numérico-algebraico asociado a la resolución de problemas abiertos.

Para desarrollar estos objetivos dentro de la metodología se plantean cuatro fases de investigación. Este estudio ha contribuido al mejoramiento de los procesos cognitivos involucrados en la enseñanza-aprendizaje del traspaso del pensamiento numérico al algebraico en estudiantes de nivelación de estudios. Se logra levantar categorías que puedan ayudar a los docentes a conocer e interpretar como sus estudiantes activan sus procesos cognitivos cuando se enfrentan a nuevas situaciones.

Pensamiento numérico – algebraico; Resolución de problemas abiertos; neurodidáctica

ABSTRACT

The following research aims to develop and implement a neurodidactics proposal in adult education students, which relates the resolution of open problems with the transfer from arithmetic to algebra, adding to it, a neuroscientific knowledge.
First of all, national and international proofs were analysed, whose the resolution of open problems and numerical-algebraic thinking are implemented. Secondly, an association among the numerical algebraic thinking, resolving open problems and neuroscience, for generating activities, are established, and as a last resort, the effect of the application of neurodidactics sequence for high school students is determined to develop the numerical-algebraic thinking, related to the resolution of open problems.

To develop these objectives within methodology, four research phases are arise . This study has contributed to the improvement of cognitive processes, whose are involved in the teaching and learning transfer of the numerical-algebraic thinking in remedial education students. It does raise categories that can help teachers to understand and interpret their students, whose will activate their cognitive processes when facing with new situations.

Numerical-algebraic thinking; resolution of open problems; neurodidactics.

ÍNDICE

Índice de figuras

INTRODUCCIÓN

A medida que se tienen nuevas estrategias y diseño de situaciones, la educación matemática busca profundizar en los procesos cognitivos que tienen los estudiantes cuando comprenden conocimientos matemáticos. Bajo esta perspectiva, es que esta investigación busca contribuir al desarrollo de la relación existente entre el pensamiento numérico- algebraico, la resolución de problemas y la neurodidáctica, y establecer un mejoramiento de los procesos cognitivos en los estudiantes.

En el capítulo 1, se plantean los elementos esenciales de la investigación, tales como la presentación de la problemática, donde se consideran los antecedentes recogidos de investigaciones relacionadas a la resolución de problemas y pensamiento numérico y algebraico, se da a conocer la manera en cómo se han realizado estos estudios y si existe alguna relación entre ellos, también se hace referencia a las dificultades que tienen los estudiantes cuando deben resolver problemas asociados a pensamiento numérico y algebraico, el planteamiento del problema donde se consideran los análisis de pruebas nacionales como Simce y pruebas internacionales como Pisa y Timms, planteando además la pregunta de investigación, los objetivos y la justificación que tiene este estudio.

En el capítulo 2, se presenta el marco teórico que sustenta esta investigación y que contribuye a la confección de los cuestionarios exploratorios. La construcción de este marco se realiza a partir de la conexión de los conceptos correspondientes a la resolución de problemas, definiciones del pensamiento numérico-algebraico y la incorporación de conocimientos neurodidácticos.

En el capítulo 3, se describe la metodología y el diseño de la propuesta neurodidáctica. Esta investigación es de tipo cualitativa y de carácter exploratorio donde se desarrollan cuatro fases en la metodología. En la primera fase se presenta un análisis preliminar del contexto educativo, en la segunda fase la construcción del diseño de la propuesta neurodidáctica, en la tercera fase la aplicación de la propuesta y finalmente la cuarta fase se realiza una descripción de los análisis de los resultados. Se aplica a estudiantes que nivelan sus estudios de educación media y presentan dificultades en la resolución de problemas algebraicos.

En el capítulo 4, se describe detalladamente la confección de la propuesta neurodidáctica que contempla la elaboración de situaciones problemas con elementos neurodidácticos y enfocadas a desarrollar la transición de la aritmética al álgebra. Además se establecen criterios para identificar la selección de las situaciones y la confección de los cuestionarios que están determinados en la propuesta.

Los análisis de los resultados obtenidos en la aplicación de la propuesta neurodidáctica se consideran en el capítulo 5, donde se establecen categorías que surgen de los resultados obtenidos y que se relacionan con elementos neurocientíficos y que responden a la creación de las respuestas de los estudiantes en la aplicación de este tipo de propuestas.

Finalmente, en el capítulo 6 se plantean las conclusiones del estudio, que contempla las observaciones e información recopilada para la confección de la propuesta y aplicación de esta, así como también se postulan las directrices para la continuación en esta área de investigación.

CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES

En este capítulo se desarrollan los antecedentes de la investigación y que preceden a la problemática. Se analizan las pruebas nacionales e internacionales y como se relacionan el pensamiento numérico-algebraico con la resolución de problemas abiertos en el curriculum nacional, para luego plantear la problemática, la pregunta de investigación y los objetivos del estudio.

1.1 ANÁLISIS DE PRUEBAS NACIONALES E INTERNACIONALES

Con el objetivo de conocer cómo se implementan los problemas abiertos y se relacionan con el pensamiento numérico-algebraico, se analizan pruebas nacionales como la prueba Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE) y Prueba de Selección Universitaria (PSU), y pruebas internacionales como Trends in International Mathematics and Science Study (TIMMS) y Programme for International Student Assessment (PISA). La prueba nacional SIMCE mide los conocimientos que adquieren los estudiantes durante su proceso de enseñanza en los niveles de cuarto año básico, octavo año básico y segundo año medio. Una vez aplicado este instrumento los resultados obtenidos se dividen en tres niveles: a) por nivel socio económico, b) por género y c) dependencia administrativa. Si se observan los resultados de la prueba SIMCE 2012 (ver figura 1), el nivel socio económico revela que los puntajes han aumentado desde el nivel medio hasta el nivel alto, así también los mejores resultados corresponden a las dependencias administrativas de los colegios particulares pagados y con respecto al género los mejores resultados corresponden a hombres, pero las mujeres subieron su promedio en comparación al SIMCE anterior.

Dependencia Administrativa	Comprensión de Lectura		Matemática	
	Promedio 2012	Variación 2010-2012	Promedio 2012	Variación 2010-2012
Municipal	244	● 0	241	↑ 6
Particular Subvencionado	262	● 0	270	↑ 9
Particular Pagado	303	↓ 6	335	↑ 9

RESULTADOS SEGÚN GRUPO SOCIOECONÓMICO

Grupo Socioeconómico	Comprensión de Lectura		Matemática	
	Promedio 2012	Variación 2010-2012	Promedio 2012	Variación 2010-2012
Bajo	230	● 0	225	↑ 6
Medio Bajo	248	● -1	249	↑ 6
Medio	278	● 0	268	↑ 10
Medio Alto	290	● -2	313	↑ 9
Alto	304	↓ 7	336	↑ 9

RESULTADOS SEGÚN GÉNERO

Puntaje Promedio 2012				
Prueba	Mujeres	Variación 2010-2012	Hombres	Variación 2010-2012
Comprensión Lectora	**(1)264**	● 2	**254**	● -2
Matemática	**261**	↑ 9	**(2)209**	↑ 9

Figura 1. Resultados prueba SIMCE 2012

La prueba SIMCE se divide en dos partes, la primera corresponde a preguntas de selección múltiple donde se presentan a los estudiantes un texto o una imagen, contienen un enunciado con una pregunta o frase incompleta y cuatro alternativas. Este tipo de problemas son de tipo cerrados, donde la pregunta planteada tiene una única respuesta. En la segunda parte, se encuentran las preguntas de desarrollo que pueden contener una imagen, un texto, una pregunta y/o indicación. En este tipo de preguntas los estudiantes tienen la posibilidad de desarrollar sus respuestas y logra dar una incipiente idea de problema abierto. Esto se puede evidenciar en la figura 2, donde se les da la posibilidad a los estudiantes para que puedan plantear diferentes respuestas y de esta manera desarrollar el pensamiento numérico:

“Escribe 3 maneras diferentes de formar $350 con monedas, usando al menos 1 moneda de $100 en cada caso”
13. En el supermercado la bolsa de 10 globos cuesta $900 y en el almacén la bolsa de 5 globos cuesta $500. La profesora anota los siguientes cálculos: Supermercado 400:10 Almacén 500:5 ¿Por qué está haciendo estos cálculos la profesora? ¿Qué quería saber?

30	Claudia y su hermano van a comprar un chocolate que cuesta $980 para regalárselo a su mamá y tienen la siguiente conversación:
	
	Escribe como Claudia puede pagar el chocolate, usando la menor cantidad posible de monedas

Figura 2. Ejemplos de problemas abiertos en Prueba SIMCE 2005

Las preguntas como: ¿Por qué esta haciendo estos cálculos la profesora? ¿Qué quiere saber? ayudan a que los estudiantes puedan comprender los procedimientos involucrados en la resolución de una pregunta. Por su parte, la PSU, es una prueba de selección diseñada por el DEMRE[1] y que mide los conocimientos adquiridos en la enseñanza media establecidos en el marco curricular que es elaborado por el Ministerio de Educación. Las preguntas de esta prueba, se clasifican a partir de dos puntos de vista: del contenido y de la habilidad cognitiva que se requiere emplear para resolver el problema que se plantea (DEMRE, 2012). Los contenidos evaluados corresponden a los ejes temáticos que los estudiantes deben aprender en su proceso de enseñanza y que están presenten en el curriculum nacional, estos son: a) Número y proporcionalidad, b) Álgebra y Funciones, c) Geometría y d) Probabilidad y Estadística. Por otra parte, las habilidades cognitivas involucradas en la resolución de las preguntas corresponden a: Reconocimiento, Comprensión, Aplicación, Análisis, Síntesis y Evaluación

Las dos pruebas mencionadas anteriormente miden conocimientos que son entregados por los colegios y preuniversitarios, lo que genera que los colegios entreguen un continuo entrenamiento a sus estudiantes para cumplir las metas propuestas. Los procesos algorítmicos son los más utilizados para encontrar la respuesta al problema planteado, estos están desprovistos de significado y

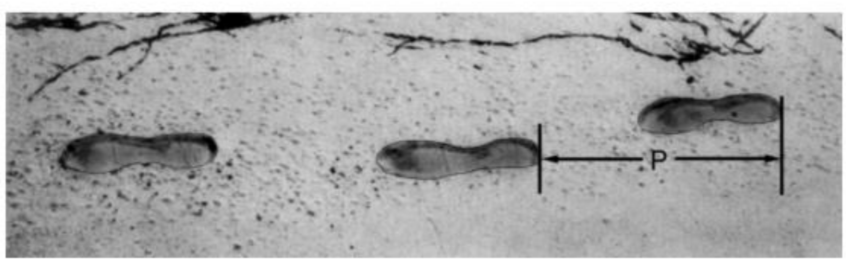
---

[1] DEMRE: Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional.

genera poca comprensión. Es por esto, que cuando se aplican pruebas internacionales como PISA, los estudiantes chilenos de 15 años son desafiados a resolver problemas matemáticos que ponen en juego los conocimientos y habilidades matemáticas.

En la prueba PISA, las problemáticas presentadas corresponden a dos tipos: a) con alternativas y b) de desarrollo. El análisis realizado para cada uno de los problemas se enmarcan bajo distintos niveles, donde un problema es visto como una situación que contempla diferentes enfoques y que logran responder al razonamiento matemático relacionando a tres procesos fundamentales: formular, usar e interpretar. Los problemas de PISA (ver figura 3) contienen preguntas en las cuales los estudiantes deben explicar los procedimientos que han utilizado para responder a la problemática propuesta.

PASOS



La foto muestra las huellas de un hombre caminando. La longitud del paso P es la distancia entre los extremos posteriores de dos huellas consecutivas.

Para los hombres, la fórmula n de una relación aproximada entre n y P donde:

n = número de pasos por minuto P = número del paso en metros.
Pregunta 1: PASOS *M124* Si se aplica la fórmula a la manera de caminar de Enrique y éste da 70 pasos por minuto, ¿cuál es la longitud del paso de Enrique? Muestra tus cálculos.
Pregunta 2: PASOS *M124* Bernardo sabe que sus pasos son de 0,80 metros. El caminar de Bernardo se ajusta a la fórmula. Calcula la velocidad a la que anda Bernardo en metros por minuto y en kilómetros por hora. Muestra tus cálculos.

Figura 3. Ejemplo de problema abierto de Prueba PISA 2012

En el diseño de los ítemes de matemáticas se plantean tres tipos de respuesta: respuesta construida abierta, respuesta construida restringida e ítemes de selección de respuesta (múltiple opción, simple o compleja). Los ítemes de construcción abierta solicitan una respuesta que el estudiante debe elaborar y expresar, y en algunos casos se solicita que explicite los pasos o explique cómo obtuvo la respuesta encontrada. Por otra parte, los ítemes de respuesta construida restringida es un entorno más estructurado cuando se presenta la solución al problema donde la respuesta es codificada sin tener opción de ser revisada por un experto. Finalmente los ítemes de selección de respuesta requieren la elección de una o más respuestas de un número limitado de opciones. Lo interesante de este tipo de preguntas, es que el estudiante puede elegir más de una respuesta propuesta, lo que entrega la posibilidad de complementar sus respuestas y comprender que una problemática posee distintas vías de resolución.

La prueba PISA está compuesta por unidades de evaluación, que presentan un estímulo verbal acompañado en algunos casos con información brindada a través de tablas, cuadros, gráficos. En cuanto a los niveles de desempeño (ver figura 4), la prueba propone 6 tipos:

Niveles de Desempeño	
Nivel	**Descripción de la competencia matemática en cada nivel de desempeño**
6	En el nivel 6, los estudiantes pueden conceptualizar, generalizar y utilizar la información basada en sus investigaciones. Así como modelizar complejas situaciones problema. Puede relacionar diversas fuentes de información y tipos de representación. Son capaces de aplicar pensamiento y razonamiento matemático avanzado, junto con un dominio de las operaciones matemáticas simbólicas y formales para desarrollar nuevos acercamientos y estrategias para enfrentarse a resolver situaciones nuevas. Puede formular y comunicar en forma precisa sus acciones y reflexiones con respecto a sus interpretaciones, discusiones y resultados y a la pertinencia de estos a las situaciones originales.

5	En el nivel 5, los estudiantes son capaces de desarrollar y trabajar con modelos para situaciones complejas, identificar limitaciones y especificar suposiciones. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias apropiadas de resolución de problemas para aplicar los problemas complejos relacionados con estos modelos. Pueden aplicar estrategias usando habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas, representaciones relacionadas entre sí, expresiones simbólicas y formales y la visión matemática correspondiente a estas situaciones. Pueden reflexionar sobre sus acciones así como formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.
4	En el nivel 4, los estudiantes logran trabajar con eficacia en modelos explícitos para situaciones complejas concretas que involucran restricciones o la necesidad de plantear supuestos. Son capaces de seleccionar e integrar diversas representaciones, incluyendo simbólicas, relacionándolas directamente con aspectos de situación del mundo real. Utilizan habilidades de pensamiento bien desarrolladas y razonan flexiblemente en estos contextos. Pueden construir y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, argumentos y acciones.
3	En el nivel 3, los estudiantes son capaces de ejecutar procedimientos claramente descritos, incluyendo los que requieren decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias simples de resolución de problemas. Pueden interpretar y utilizar representaciones basadas en diversas fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. Desarrollan comunicaciones breves para reportar sus interpretaciones, resultados y razonamientos.
2	En el nivel 2, los estudiantes interpretan y reconocen situaciones en los contextos que requieren solamente inferencia. Pueden extraer información relevante de una sola fuente y hacer uso de un solo modo de representación. Aplican algoritmos básicos, fórmulas,

	procedimientos o convenciones. Son capaces de razonar directamente y de hacer interpretaciones literales de los resultados.
1	En el nivel 1, los estudiantes responden preguntas que involucren contextos familiares donde está presente toda la información relevante y las preguntas están planteadas directamente. Pueden identificar, la información y realizar las acciones que son obvias y que se desprenden directamente de los estímulos dados.

Figura 4. Descripciones de la competencia matemática en cada Niveles de desempeño.

Estos niveles logran que los estudiantes puedan ir desarrollando habilidades y competencias matemáticas para una mejor comprensión en la resolución de problemas matemáticos. Las preguntas de la prueba PISA se dividen en preguntas de alternativas y del tipo de respuestas abiertas. Los conocimientos y habilidades que se miden son:

-Formular situaciones matemáticamente

-Emplear conceptos, hechos, procedimientos y razonamiento matemático

-Interpretar, aplicar y evaluar resultados matemáticos

Los resultados obtenidos por Chile en PISA 2013 corresponden a 423 puntos y están bajo el puntaje promedio de la OCDE correspondiente a 494 puntos (ver figura 5). Esta prueba contiene altos niveles de desarrollo cognitivo y los estudiantes chilenos no presentan las condiciones necesarias para sobrepasar la media. Los problemas abiertos son dificultosos para los estudiantes, ya que en el aprendizaje de la matemática el sistema escolar considera el uso de algoritmos como herramienta principal para la resolución de problemas o comprensión de conceptos matemáticos.

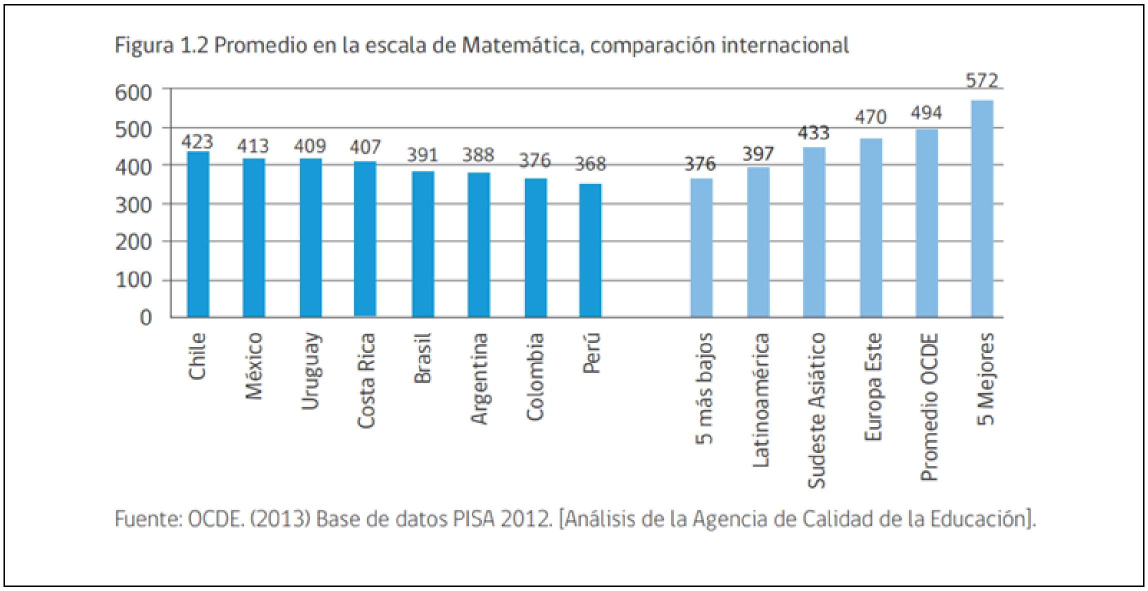


Figura 5. Resultados de la aplicación de prueba PISA 2013.

Otras de las pruebas internacionales aplicadas en el país es la prueba TIMMS, y los resultados obtenidos por esta prueba el año 2011 (ver figura 6), posiciona a Chile con un puntaje de 416 puntos encontrándose nuevamente bajo el promedio de los puntajes.

Tabla 5. Puntajes promedio obtenidos por los estudiantes de países participantes en Matemática TIMSS 2011

País	Puntaje promedio*
Corea del Sur	613 ↑
Singapur	611 ↑
China Taipei	609 ↑
Hong Kong SAR	586 ↑
Japón	570 ↑
Rusia	539 ↑
Israel	516 ↑
Finlandia	514 ↑
Estados Unidos	509 ↑
Inglaterra	507
Hungría	505
Australia	505
Eslovenia	505 ↑
Lituania	502

País	Puntaje promedio*
Centro de la escala TIMSS	**500**
Italia	498
Nueva Zelandia	488 ↓
Kazajistán	487 ↓
Suecia	484 ↓
Ucrania	479 ↓
Noruega	475 ↓
Armenia	467 ↓
Rumania	458 ↓
Emiratos Árabes Unidos	456 ↓
Turquía	452 ↓
El Líbano	449 ↓
Malasia	440 ↓
Georgia	431 ↓

País	Puntaje promedio*
Tailandia	427 ↓
Macedonia	426 ↓
Túnez	425 ↓
Chile	**416** ↓
Irán	415 ↓
Qatar	410 ↓
Baréin	409 ↓
Jordania	406 ↓
Palestina	404 ↓
Arabia Saudita	394 ↓
Indonesia	386 ↓
Siria	380 ↓
Marruecos	371 ↓
Omán	366 ↓
Ghana	331 ↓

Figura 6. Resultados prueba TIMMS 2011.

La prueba fue aplicada a estudiantes de octavo año básico y posiciona a Chile 84 puntos más bajo que el promedio de la escala TIMMS. Esta prueba contiene tres categorías de preguntas: nivel de desempeño bajo, nivel de desempeño intermedio y nivel de desempeño alto. Estos niveles se miden en progreso, iniciando con conocimientos básicos de operatoria de números enteros y decimales, continuando con relaciones algebraicas, y finalmente requiriendo comprender y aplicar conocimientos en situaciones complejas.

La estandarización de estas pruebas, logra identificar cuál es el nivel que tiene el estudiantado chileno cuando se enfrentan a la resolución de problemas de razonamiento matemáticos complejos, pero hasta ahora no se trabaja en lograr que los estudiantes presenten avances en los razonamientos matemáticos. Por lo que se debería indagar en el nivel cognitivo de los estudiantes y conocer el desarrollo de los tipos de pensamientos en matemáticas presentes en la cotidianidad. Este estudio analiza el pensamiento aritmético-algebraico y la relación que existe entre estos tipos de pensamientos y la resolución de problemas, por lo que se analiza la evolución de estos contenidos en el curriculum nacional.

1.2 ANÁLISIS DE PENSAMIENTO ARITMÉTICO-ALGEBRAICO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CURRICULUM NACIONAL.

La asignatura de matemáticas según los Planes y Programas del 2012 del Ministerio de Educación, tiene como finalidad enriquecer la comprensión de la realidad, lograr que los estudiantes sean capaces de seleccionar estrategias de resolución y contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo de los estudiantes. El siguiente análisis contempla cómo se desarrolla el pensamiento numérico y el pensamiento algebraico, y el traspaso desde un pensamiento a otro, también se evidencia como la resolución de problemas aporta habilidades para formar el pensamiento matemático en los estudiantes. La construcción del pensamiento numérico-algebraico, se construye paulatinamente en los niveles de enseñanza. En el primer ciclo de enseñanza básica con un conjunto de números pequeños y material concreto que los estudiantes puedan manipular, se desarrolla el pensamiento numérico por medio del descubrimiento y exploración. El estudiantado puede visualizar las cantidades y así tener una concepción más amplia de los números. El uso de cálculo mental es también indicado en el curriculum nacional, pues ayuda a desarrollar la atención, la concentración y la memoria, de esta forma permite que el estudiantado puedan sentirse familiarizados por los números y perduren estos conocimientos en el tiempo.

Una vez que los números se han establecido, el pensamiento algebraico se construye a partir de recursos pictóricos que luego son reemplazados por símbolos. Las bases curriculares proponen que el eje de álgebra, contemple como recursos las relaciones que existen entre los números, formas, conceptos y objetos. Los estudiantes pueden inquirir los cambios de las cantidades que se relacionan con otras, por ejemplo, los patrones son una apuesta que permite predecir y fundamentar el razonamiento que tienen los estudiantes cuando deben resolver este tipo de problemas, además el uso de patrones aporta el desarrollo de un pensamiento abstracto en los niveles superiores.

Para la resolución de problemas, los planes y programas del Ministerio de Educación plantean que los estudiantes durante su enseñanza deben ser capaces de matematizar problemas. Esto es parte del proceso de resolución de problemas, donde se indica que el proceso de matematización se produce cuando se transforma una situación real a un modelo matemático. Para resolver problemas matemáticos, el curriculum nacional propone la metodología utilizada por Polya (1945).

Al analizar las bases curriculares del 2012, se observa que la resolución de problemas, es considerada como una herramienta fundamental para lograr el aprendizaje de las matemáticas. La resolución de problemas trae consigo un conjunto de habilidades que los estudiantes adquieren. Como por ejemplo, la habilidad de argumentar cuando se desea transmitir las respuestas encontradas y se intenta convencer a los pares sobre estos hallazgos, por lo que no son considerados meros ejercicios, sino más bien se motiva al estudiante a resolver problemas como desafíos propuestos.

Durante la enseñanza básica, los estudiantes deben establecer deducciones y plantear sus ideas con la finalidad de concretar sus ideas y observar procesos erróneos. El proceso de modelar es otra de las habilidades que se desarrollan cuando se resuelven problemas, en este proceso el estudiante debe construir una visión generalizada de una situación o situaciones concretas que le permite aprender series de procedimientos y métodos para resolver problemas bajo una visión real del entorno. Se propone aplicar problemas que puedan modelar ideas simples como una ecuación lineal aplicada en la vida cotidiana. El nivel de complejidad de modelación va ligado directamente con el nivel educacional en que se encuentre el estudiantado.

1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el proceso cognitivo involucrado en los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos, se evidencian dificultades para encontrar las soluciones. Estas dificultades pueden ser una consecuencia de la mala enseñanza que se realizan en centros educacionales que refuerzan la mecanización de algoritmos cuando resuelven problemas. Esto se vuelve aún más complejo cuando los estudiantes deben realizar un traspaso de la aritmética al álgebra y viceversa, por lo que la aplicación de estrategias en este contexto no siempre presenta efectividad. De esta manera, uno de los primeros cuestionamientos se relaciona en comprender por qué los estudiantes siguen cometiendo los mismos errores cuando se enfrentan a ciertos tipos de problemas matemáticos, por lo que es necesario indagar en mejoras para facilitar estrategias de resolución y el desarrollo de tipos de pensamientos.

La resolución de problemas es utilizada como un medio para desarrollar el pensamiento numérico y el pensamiento algebraico. Los estudios realizados en pensamiento numérico se desarrollan en educación primaria con problemas contextualizados (Rámirez & De Castro, 2012), se usan como un apoyo para aprender el sistema numeral utilizando estrategias por parte del alumnado a través de una modelización directa. A su vez Ayllon (2011), motiva que la invención de problemas numéricos del tipo social, influyen directamente en los procesos de pensamiento aritmético. Por otra parte Gomez, Sanjosé & Solaz-Portolés (2012) plantean que en la educación secundaria los docentes utilizan como metodología común la resolución de problemas de tipo enunciados algebraicos donde se presenta un mayor avance por parte de los estudiantes. Así también están los estudios de cambios de registro y formación de diagramas que ayudan a los estudiantes a comprender de mejor manera un problema (Markaela y Castro, 2012) involucrando los procesos internos en los estudiantes.

Bajo lo señalado anteriormente, se pueden considerar que los procesos cognitivos se generan a través de la resolución de problemas abiertos y donde los estudiantes deben utilizar dos habilidades propias de procesos de investigación y creación: “la creatividad y la metacognición”. Estas habilidades están directamente relacionadas con los procesos internos de la resolución de problemas y pueden guiar a los profesores como plantear problemas que activen estas funciones para un desarrollo cognitivo continuo de sus estudiantes. Para estos intentos de mejoramiento, hay estudios que analizan los procesos cerebrales cuando responden a ciertos factores externos, que tienen los seres humanos al aprender matemáticas, así como también ciertas problemáticas que generan la utilización de componentes cerebrales. Para la resolución de los problemas se activan ciertas partes del cerebro como la corteza prefrontal que se asocia al acceso de información y las operaciones, la corteza pariental posterior que sirve para la manipulación de las representaciones visuales y la corteza motora que ayuda a la coordinación, que se señalan en los estudios de Anderson (2003) citado en Radford (2009).

El sistema escolar actual no permite que los procesos cognitivos sean del todo activados, ya que las pruebas nacionales como la prueba SIMCE conduce a los colegios a estar en un continuo entrenamiento de sus estudiantes con materias y ejercicios tipo que los llevan a obtener buenos resultados. Su aplicación mide el estado de contenidos de los colegios posicionándolos en ranking y beneficiándolos si han obtenido puntajes altos, por lo que cada colegio se encuentra obligado a buscar estrategias que logre aumentar los bajos resultados. Pero estas estrategias generalmente consisten en mecanizar a los estudiantes con problemas similares a los aplicados en pruebas SIMCE anteriores. Con este tipo de enseñanza, los estudiantes no tienen resultados favorables cuando deben resolver a problemáticas donde deben argumentar sus respuestas o razonar de manera distinta a la presentada en clases y esto se evidencia en los resultados entregados de la aplicación de la prueba Pisa, lo que da a conocer que los estudiantes chilenos no logran responder a problemas de tipo abierto.

Por otra parte, se ha evidenciado en los estudiantes que nivelan estudios presentan dificultades en la comprensión de problemas matemáticos. El traspaso de la aritmética al álgebra y viceversa siempre genera conflictos en el estudiantado, además presentan poca motivación para aprender y en algunos casos problemas de aprendizaje. Por lo que se torna necesario considerar nuevas propuestas de enseñanza donde estén involucrados los procesos cognitivos personales de cada individuo y el uso de actividades diseñadas en la neurodidáctica puede generar la atención necesaria para desarrollar los desafíos propuestos. En la actualidad, las problemáticas son utilizadas para la generación de competencias matemáticas, de esta manera el uso de elementos neurodidácticos pueden ser los adecuados para lograr una comprensión de la resolución de problemas y permitir conocer los procesos cognitivos involucrados.

Lo que esta investigación intenta es mejorar el traspaso del pensamiento numérico al algebraico por medio de la resolución de problemas abiertos en estudiantes de enseñanza media. Se intenta indagar en la conexión que existe entre la resolución de problemas abiertos y los procesos de pensamiento aritmético-algebraico, se incorporan elementos de neurociencia que ayudan a indagar en estos procesos. Bajo esta perspectiva se plantea la siguiente pregunta de Investigación: *¿Qué efectos produce la resolución de problemas abiertos en el desarrollo del pensamiento numérico-algebraico considerando una secuencia neurodidáctica en estudiantes con problemas de aprendizaje?* Una vez formulada la pregunta de investigación se plantean los siguientes objetivos de investigación que guían este estudio y responden a la problemática planteada.

1.3. 1 Objetivo general:

Diseñar y aplicar una secuencia neurodidáctica relacionando el pensamiento numérico-algebraico y la resolución de problemas abiertos en matemáticas en estudiantes de enseñanza media.

1.3.2 Objetivos específicos:

1. Analizar instrumentos nacionales e internacionales donde se implemente la resolución de problemas abiertos y el pensamiento numérico algebraico.

2. Establecer una asociación entre el pensamiento numérico-algebraico, la resolución de problemas abiertos y la neurociencia para la generación de actividades.

3. Determinar el efecto que tiene la aplicación de una secuencia neurodidáctica en estudiantes de enseñanza media para el desarrollo del pensamiento numérico-algebraico asociado a la resolución de problemas abiertos.

Una vez establecidos los lineamientos que dirigen la investigación, se plantea el marco teórico que sustenta el estudio y que permite la construcción de la propuesta y el análisis de las respuestas de los estudiantes posterior a su aplicación.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

Este capítulo tiene como principal objetivo definir los elementos teóricos que guían el análisis de esta investigación, donde se enlazan el pensamiento numérico-algebraico, la resolución de problemas y la neurociencia.

2.1 RAZONAMIENTO MATEMATICO

En palabras de La Real academia Española, se define *pensamiento* como “potencia o facultad de pensar”. Este potencial se puede aplicar en todo contexto donde el ser humano está inserto y le permite resolver problemas. El pensamiento se expresa, al decir de Labarrere (2012) entre otras instancias en la actividad de resolver los problemas. Se manifiesta como una búsqueda de elaboración de hipótesis, en un despliegue de razonamientos, entre otros aspectos. Esta actividad de búsqueda de cada una de las personas es intencionalmente dirigida, por lo que el pensamiento se orienta a responder a un propósito y a la finalidad de configurar una respuesta.

Por su parte Radford (2004), aborda el estudio del pensamiento desde el contexto histórico social en el que se desarrollan las personas. Para este autor el individuo vive, piensa y actúa en el marco de su cultura y la base de su cognición se encuentra en la praxis social. Cuando se habla de una reflexión para el pensamiento, Radford quiere decir que es un proceso entre una realidad histórica y cultural de un individuo, que se modifica de acuerdo a interpretaciones y significados. En otras palaras, una reflexión de pensamiento incide en los puntos de vista que tienen los sujetos por medio de los objetos de conocimiento.

Para Schoenfeld (1992) citado en Cervantes et al (1995) define: “El pensamiento matemático no solo es razonamiento deductivo, no consiste únicamente en demostraciones formales, como que se quiere ver desde una óptica tradicional, en que se considera el conocimiento matemático como un cuerpo de hechos y procedimientos que tratan cantidades, magnitudes, formas y relaciones que existen entre ellas”.

El razonar matemáticamente depende de algunas herramientas como la abstracción, representación simbólica y la manipulación simbólica. Cuando se enseña a pensar matemáticamente se tienen a) desarrollos de los diferentes puntos de vista, valorando los procesos de abstracción y teniendo preferencia al aplicarlos y b) desarrollos de competencias con herramientas que se usan para estructurar la comprensión (Schoenfeld, 1992). Dentro de este razonamiento matemático se tienen algunos pensamientos matemáticos como: pensamiento numérico, algebraico, pensamiento geométrico, pensamiento lógico matemático, pensamiento variacional, etc. En esta investigación se trabaja con el pensamiento numérico y algebraico.

2.1.1 Pensamiento numérico.

Una definición de pensamiento numérico expresada por Castro (1994) citado en González (s. f), indica que "…El pensamiento numérico es una línea de investigación en didáctica de la matemática que se ocupa de los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de los conceptos numéricos en el sistema educativo y en el medio social" (p. 1). La construcción del pensamiento numérico constituye la representación de los números, las operaciones básicas utilizando números y la constitución de los sistemas numéricos que los estudiantes incorporan con poca dificultad.

En el desarrollo del pensamiento numérico, los estudios realizados dejan en evidencia que este tipo de pensamiento es más abordable, mientras que el desarrollo del pensamiento algebraico puede convertirse en un obstáculo. Bajo esta perspectiva resulta necesario aplicar distintas maneras de abarcar un problema, lo que lleva a que los estudiantes obtengan variadas respuestas cuando se enfrentan a una problemática. Según Ortiz (2009), en los inicios del desarrollo del pensamiento numérico, los estudiantes trabajan con números estableciendo relaciones de estos y pueden provenir de contextos aritméticos con significados ajenos a la aritmética. Una vez establecido el pensamiento numérico se introduce en los primeros años de enseñanza escolar progresivamente el pensamiento algebraico.

2.1.2 Pensamiento algebraico.

El pensamiento algebraico es una forma matemática de reflexionar por medio de signos que son incorporados por los estudiantes en un periodo prolongado Radford (2000). Así también Butto & Rojano (2010), plantean que "…el pensamiento algebraico involucra la comprensión de las relaciones funcionales, la generalización de patrones y de relaciones numéricas, el trabajo con la estructura, el simbolismo y la modelización como medios de expresión, y la formalización de generalizaciones." En efecto el pensamiento algebraico se enfoca principalmente en un lenguaje que para los estudiantes se presentan provistos de significado y por lo tanto, se entiende como extensiones de conjuntos desde uno numérico a uno asociados a letras.

Según Kieran (1996) el álgebra es usada para solucionar ecuaciones dentro de un problema, para generalizar patrones geométricos y expresar relaciones numéricas. Mientras que para la construcción del pensamiento algebraico, Usikin (1988) en Kieran (2004) describe cuatro concepciones de álgebra: a) es la generalización de la aritmética, b) es un conjunto de procedimientos usados para resolver problemas, c) un estudio de relaciones con cantidades y d) estudio de estructura. Así también Kilpatrick (2001) señala que cuando se tienen actividades de trabajo algebraico en el traspaso de enunciados verbal dentro de expresiones simbólicas y ecuaciones, los típicos ejemplos incluyen a) ecuaciones que representan cantidades en situaciones problemas, b) funciones que describen patrones o secuencias numéricas y c) expresiones de relaciones numéricas.

El pensamiento algebraico se desarrolla desde los primeros años de enseñanza escolar, esto es conocido como álgebra temprana y plantea los inicios de la transición de la aritmética al álgebra. En esta transición los estudiantes realizan ajustes que son efectuados cuando se cambia de un registro a otro, por ejemplo realizar un traspaso desde un lenguaje natural a un lenguaje algebraico. Estos cambios de registro pueden desencadenar dificultades y errores, lo que es considerado un proceso normal que incluso se evidencian dentro de un mismo registro algebraico, pues los estudiantes ajustan lo desconocido a lo conocido.

2.1.3 El traspaso del pensamiento numérico al pensamiento algebraico.

En la transición de la aritmética al álgebra, los estudiantes deben realizar ajustes. La incorporación del álgebra escolar es utilizada como la representación de relaciones para el descubrimiento de un pensamiento algebraico que no se restringe a:

- Un foco de relaciones que se enfoca al cálculo de respuestas numéricas
- Un foco de operaciones como verdaderas
- Un foco sobre representaciones y resolución de problemas.
- Un foco de números y letras. Esto considera i) trabajar con letras desconocidas, variables o parámetros, ii) expresiones literales como respuestas y iii) comparación de expresiones para equivalencia sobre propiedades de evaluación numérica

- Un refoco de significado de signos iguales. Kilpatrik (2001).

Según Rico (s. f), hay tres sistemas de representación que se coordinan para los números naturales, estos son: figurativo, simbólico estructurado y operatorio. El figurativo permite encontrar esquemas gráficos para representar términos de sucesiones, el simbólico estructurado se relaciona con el sistema decimal de numeración y el operatorio correspondiente a los desarrollos aritméticos. Por lo que la realización de análisis de números por desarrollo de patrones configura las bases del sistema numérico, se ponen en manifiesto un modelo numérico y un patrón de representación geométrico.

En los estudios sobre el pensamiento numérico-algebraico, como los realizados por Selvi, Arnau & Puig (2011) el traspaso de números a letras se logra por medio de la hoja de cálculo, los estudiantes no resuelven un problema de manera natural, sino que la resolución se expresa fragmentada por el uso de letras, lo que se evidencia en la búsqueda literal de resolver el problema y que tiene relación con la letra incógnita a buscar. Se plantea necesario considerar niveles que permitan conocer los tipos de problemas que son considerados en el álgebra como los niveles de algebratización propuestos por Gascón (1993), que permiten ayudar en el traspaso de la aritmética al álgebra y que por medio de la resolución de problemas se puede analizar desde diferentes perspectivas. Para este proceso se reconocen ciertas etapas que inciden en la comprensión que tienen los estudiantes cuando se enfrentan a problemas de este tipo, este proceso se divide en tres etapas: primero se pone en manifiesto la intención de producir una fórmula para relacionar el todo de un problema, en segundo lugar se incorpora la igualdad y el concepto de ecuación, y finalmente se presenta la necesidad de generalizar un problema. Desde esta perspectiva se puede considerar la necesidad de definir qué tipos de problemas son los más adecuados y se relacionan con el pensamiento algebraico.

2.2 PROBLEMA VERSUS RESOLUCION DE PROBLEMAS.

Se tienen distintas miradas para la definición de problema. En un primer lugar Schoenfeld (1992), plantea que se pueden dar dos definiciones de problema tales como:

- En matemáticas, es cualquier cosa necesaria para hacer o exigir el hacer de algo.
- Es una pregunta que es desconcertante o difícil.

Mientras que Poyla (1962) define que un problema es buscar conscientemente alguna acción apropiada para lograr una meta. A su vez, Carr (1989) considera que resolver un problema, es el proceso de aplicar el conocimiento previamente adquirido a las situaciones nuevas y no familiares. Pero Schonfeld plantea que hay que diferenciar lo que es el término problema de la resolución de problemas y propone dentro de sus estudios en el año 1983, que la resolución de problemas que se enseñan en los cursos poseen las siguientes características:

- Entrenar a estudiantes para un pensamiento creativo y/o desarrollar su habilidad para resolver problemas (usualmente con un foco en estrategias heurísticas)

- Preparar estudiantes para competiciones de problemas tal como pruebas nacionales e internacionales y olimpiadas

- Proveer a los profesores con instrucciones de un bagaje de estrategias heurísticas

- Aprender técnicas estándares en particular dominios, con mayor frecuencia en modelamiento matemático.

- Proveer un nuevo enfoque para remediar matemáticas (habilidades básicas) o tratar de introducir un pensamiento crítico o razonamiento analítico.

Mientras que para Polya (1945) la resolución de problemas es un proceso heurístico donde se realiza una secuencia de pasos para encontrar una respuesta y que se formulan de la siguiente manera:

- Comprender el problema. Se refiere a la correcta interpretación del enunciado del problema. Para esto se pueden realizar preguntas del tipo ¿Qué se pide?, ¿Qué datos tiene el problema?, ¿Cuáles son las incógnitas a buscar?

- Realizar un plan. En esta etapa se consideran estrategias que resolverán el problema. Se pueden realizar preguntas como ¿Conoces algún problema similar?, ¿Puedes plantear el problema de otro modo?

- Ejecutar el plan. Se aplican las estrategias que conducen a la respuesta del problema, si es que estas estrategias no tienen validez, se abandonan y se realiza un nuevo plan.
- Examinar la solución que se obtuvo. Se evalúa la respuesta obtenida y se comprueba en el enunciado. Si la respuesta obtenida no es válida se debe considerar un nuevo plan.

La resolución de problemas es un eje transversal para los distintos tipos de pensamiento matemático, el proceso de resolución permite desarrollar habilidades y son diversas las investigaciones que señalan que estudiantes de distintos niveles de enseñanza presentan dificultades al resolver problemas, por lo que existe una constante búsqueda para analizar y dar respuesta a las dificultades que presentan los estudiantes cuando resuelven problemas.

En el transcurso de estas investigaciones se ha cambiado el foco de la investigación a medida que los sujetos van cambiando, en los primeros estudios proporcionados por Polya (1945), considera la resolución de problemas como un proceso heurístico y posteriormente se incorpora la metacognición en los estudios de Schoenfeld (1985).

La solución de problemas en matemáticas, debe contar con un plan de acción básico, tal como analizar el problema, buscar el camino adecuado para encontrar la respuesta, se aplica la propuesta de ese camino y finalmente se comprueba si la respuesta obtenida es la correcta. Pero en la actualidad se observa que este plan es muy rígido y no deja entrever todas las condiciones que faltan para resolver un problema. Tal como señala Labarrere (2012), en la práctica docente al educador le interesan más que sus estudiantes resuelvan de manera correcta y de manera inmediata los problemas planteados, lo que indica que no hay un interés por analizar los procedimientos erróneos. Como consecuencia los estudiantes se desmotivan y esto conlleva a que se presenten sentimientos de temor y rechazo, lo que impide tener una educación de calidad.

Se considera que una solución para un problema, se puede definir "*como el rango total de procedimientos y actividades cognitivas que realiza el individuo, desde el reconocimiento del problema hasta la solución del mismo…siendo…la solución del problema el último acto en esta serie de procedimientos cognitivos"* (García, 2003, citado en Labarrere, 2012). A su vez, (Orrantia, 2012) lo interpreta como un desencadenamiento de estrategias que permiten representarlo y en el que interactúan conocimientos lingüísticos, del mundo y matemáticos.

Una de las posibilidades que se cree que el estudiantado no logra resolver de manera correcta problemas de planteo, es que durante su proceso de enseñanza no lograron desarrollar los conceptos matemáticos, ya que es un proceso complejo y que posee un tiempo de maduración, es por esto que Sánchez (2004) plantea que hay cuatro factores que ayudan al desarrollo de la comprensión de los conceptos: la maduración, la experiencia, la transmisión social y el equilibramiento, los cuales son consecutivos, por lo que de esta manera se podría enseñar la simbología y el lenguaje que se necesita para la resolución de problemáticas.

En la actualidad, la resolución de problemas se utiliza como un medio para generar un pensamiento científico (Labarrente, 2012) y se incorpora en el curriculum basado por competencias. Desde una mirada crítica, Gascón (2012) manifiesta que la resolución de problemas es en sí mismo un deslizamiento metadidáctico. Por lo tanto, la consideración de estrategias que propician un razonamiento en la resolución de problemas ha sido estudiado a lo largo del tiempo y se han implementado distintos programas que intentan desarrollar indicadores para ayudar a visualizar las características de la resolución de un problema matemático, tal como el programa P.I.S.A que posee diferentes niveles de problemas propuestos y que son del tipo abiertos, de esta manera permiten a los estudiantes plantear ideas y desarrollar respuestas diferentes. (De Faria, 2008)

Según Lomeli (2009), los estudiantes de cualquier nivel educativo presentan dificultades en la resolución de problemas de aplicación, y no es porque el alumno no sepa las operaciones, sino porque no sabe modelar la problemática propuesta y señala que en todas las variantes del lenguaje que el profesor utilice en el aula al traspasar sus conocimientos, deben de significar algo para el estudiante, de lo contrario serán ideas que el estudiante nunca interpretará. Los profesores por su parte, convierten los problemas en ejercicios y los transforman en una secuencia de pasos que el estudiante debe memorizar. Es por esto, que cuando algunos de estos pasos se olvidan se genera una respuesta fuera de contexto o ausencia de esta. Los profesores deberían implementar secuencias de estrategias didácticas para una mejora en la disciplina en la resolución de problemas. Lo que sugiere Iriarte (2011), es que los docentes deben aplicar estrategias con enfoques metacognitivos, lo que les permite a los estudiantes reforzar un aprendizaje autónomo en el que logren la reflexión y puedan saber sus fortalezas y debilidades.

Así los problemas se dividen en dos tipos: problemas rutinarios y problemas no rutinarios. Díaz y Poblete (1994).

Los problemas rutinarios a su vez se clasifican en cuatro tipos:

- Problemas de contexto real
- Problemas de contexto realista
- Problemas de contexto fantasista
- Problema de contexto puramente matemático

Los problemas no rutinarios son aquellos en los que no se existe un procedimiento conocido para resolverlos y algunos autores llaman a este tipo de problemas “abiertos”. Los problemas abiertos, son aquellos donde los estudiantes no realizan una secuencia de pasos algorítmicos conocidos, es más una exploración en cuanto al mismo problema y su solución, Penalva, Posada y Roig (2010). En otras palabras, los estudiantes reflexionan acerca de cómo deberán encontrar solución al problema, el cómo resolver el problema y la solución encontrada. Para la resolución de problemas Ibáñez (2002) plantea: “…*En la resolución de problemas abiertos, los alumnos deben utilizar dos habilidades propias de procesos de investigación y creación: la creatividad y la metacognición.”* Ibañez M. (2002, p. 81)

En las indagaciones de Noda (2000) referente a problemas abiertos señala que un problema abierto es cuando se tiene en una situación un estado inicial y final abierto, es decir, no hay una formulación clara de la situación. El uso de problemas abiertos en educación deben poseer tres características esenciales:

a) cuando un problema posee diferentes interpretaciones o respuestas, b) cuando se encuentran a diferentes métodos de solución y c) cuando el problema inicial deriva en otros problemas o generalizaciones. De esta manera se puede indicar que un problema abierto es un problema que posee distintas interpretaciones y soluciones, por lo que depende de cómo el (los) estudiante(s) aborde (n) el problema. Además este tipo de problemas lograr profundizar en los procesos internos cerebrales que tienen los estudiantes cuando deben resolverlos y para poder ayudar a que esto ocurra se deben implementar nuevas metodologías de enseñanza como la neurodidáctica.

2.3 LA NEURODIDÁCTICA.

Al desarrollar las neurociencia, en los últimos veinte años se ha constituido a paso fuerte un enfoque hacia la didáctica y de los procesos de aprendizaje. Durante este cambio se enfatiza en las habilidades de procesamiento que los individuos poseen en las situaciones de aprendizaje y se va alejando de la posición que tienen los individuos al presentarlos como sólo un receptor. (Ortiz, 2009)

La educación es estudiada bajo distintos enfoques que ayudan a mejorar los procesos de conocimiento en los estudiantes, por lo que emerge una nueva mirada desde las neurociencias que llamaremos neurodidáctica. Una definición planteada por Valdés (2008) señala que "*La neurodidáctica es una disciplina reciente que se ocupa de estudiar la optimización del proceso de enseñanza-aprendizaje basado en el desarrollo del cerebro, o lo que es lo mismo, es la disciplina que aprendamos con todo nuestro potencial cerebral."* (p. 1). Es decir, la neurodidáctica es una fusión de la neurociencia con la didáctica, tiene como principal objetivo mejorar por medio de elementos de neurociencia las prácticas docentes efectuadas en el aula. En tanto, Meléndez L. (2009) nos propone que "…la neurodidáctica es una nueva torre de vigía que emerge directamente de la neurociencia y de los intentos por aplicar sus más recientes descubrimientos al mejoramiento de los procesos de enseñanza y de aprendizaje." (p. 3)

Para estos intentos de mejoramiento, hay estudios que analizan los procesos cerebrales cuando responden a ciertos factores externos, que tienen los seres humanos al aprender matemáticas, así como también ciertos problemas generan la utilización de componentes cerebrales. Para la resolución de los problemas se activan ciertas partes del cerebro como la corteza prefrontal que se asocia al acceso de información y las operaciones, la corteza pariental posterior que sirve para la manipulación de las representaciones visuales y la corteza motora que ayuda a la coordinación, estas tres partes cerebrales fueron planteadas en sus estudios por Anderson (2003) citado en Radford. (2009).

Desde la perspectiva de la neurociencia el aprendizaje es visto como un cambio en el proceso interno cerebral, donde se producen cambios en las conexiones sinápticas que generan los cambios de pensamiento y comportamiento en los estudiantes, esto se produce a través de la teoría, las prácticas o experiencias de vida (Valdés, 2008). Entonces la neuroeducación se puede ligar a un desarrollo que tiene el individuo mientras estudia. Así también, Friedrich & Preiss (2003), determinan que la diversidad de estímulos exteriores, establecen la complejidad de las conexiones e intercomunicaciones de las neuronas. Esto se considera de gran importancia para la didáctica, pues cuando a los estudiantes se les ofrecen estímulos intelectuales, se pueden desarrollar las capacidades cognitivas y en consecuencia les resulta fácil aprender.

Estos cambios en los procesos cerebrales que se estudian en neurociencias son las funciones ejecutivas que pueden influir en la educación y tienen como objetivo principal ordenar las acciones cognitivamente y de comportamiento. Las funciones ejecutivas son necesarias para realizar acciones que dependen de los sistemas de atención y memoria, y se definen como un conjunto de capacidades que hacen que el pensamiento se transforme en las diversas acciones requeridas para funcionar de forma organizada, flexible y eficaz, encargándose de adaptar al individuo a diferentes situaciones y de permitirle la solución de problemas de manera exitosa y aceptable, Punset (2007) en Meléndez (2009).

Desde la perspectiva educacional, Meléndez (2004) propone algunas funciones ejecutivas que se debieran utilizar y que requieren de un alto nivel cognitivo tales como:

- *Observación.* Se requiere para identificar todos los posibles componentes del objeto y sus relaciones.

- *Anticipación-predicción-flexibilidad*. Es la habilidad de plantear hipótesis y especulaciones de resultados y predispone para cambios seguros, con lo que se logra el pensamiento flexible.

- *Orden-organización-planificación*. Es una habilidad que hace referencia a organizar la información (datos o componentes), siguiendo criterios o secuencias preestablecidas o que se encuentran bajo prueba de ensayo y error mientras se intenta la resolución de problemas.

- *Resolución de problemas*. Es una habilidad que incluye a las tres anteriores y requiere inicialmente de la identificación clara del problema fundamental, de los problemas derivados, así como de los paralelos y de la determinación de las causas y consecuencias de cada uno de éstos, antes de ensayar las soluciones.

- *Toma de decisiones.* Es la habilidad que se utiliza cuando se tiene más de una solución posible y se selecciona la mejor solución según las circunstancias dadas o sus posibles cambios.

- *Comunicación asertiva.* Es la habilidad que se tiene cuando se ha solucionado el problema y se debe interpretar para los destinatarios y a la utilización de un lenguaje apropiado.

Estas habilidades están directamente relacionadas con los procesos internos de la resolución de problema y pueden guiar a los profesores a entregar problemas que activen estas funciones para un desarrollo cognitivo potente. Desde una mirada más general, la neurociencia propone para la educación algunos aspectos que podrían facilitar un aprendizaje en los estudiantes.

- *Información recibida e información registrada*. El estudiantado cuando recibe las clases expositivas solo retiene un 10% de información en su memoria a corto plazo, por lo que se deben proponer a los estudiantes situaciones con un alto nivel cognitivo o generación de discusiones para generar preguntas que ayuden a activar el cerebro y por consecuencia se tienen una gama de respuestas. Se activan la motivación, la reflexión y la autoestima.

- *Utilización de materiales*. Las terminaciones nerviosas que tenemos en la yema de los dedos son estimulantes para nuestro cerebro. Al estimular nuestros sentidos se genera un mejor aprendizaje ya que se activan varias áreas cerebrales, mientras que en la memorización sin sentido esta activación es más pobre.
- *Error y mal razonamiento no son sinónimos.* El cerebro se encarga de generar razonamientos a partir de las informaciones registradas. El error científico se genera cuando hay una discrepancia entre la respuesta que se da y la respuesta que la ciencia espera. Por el error lógico se entiende error en el razonamiento.
- *Emoción y aprendizaje*. Los recientes avances en neurociencia ponen en manifiesto la conexión entre la emoción, el funcionamiento social, y la toma de decisiones. Estos elementos se relacionan directamente con las emociones y están ligadas con los procesos necesarios para la adquisición de conocimientos que se transfieren en el aula.
- *Enseñar bien en los primeros años de vida*. Existe una edad en los niños, de cero a seis años, cuando el cerebro presenta un dominio de desarrollo que no se repite de la misma manera a lo largo de la vida y se debe

potenciar la hiperactividad para descubrir. Es necesario enseñar conocimientos adecuados a la edad del estudiante, no hay que enseñar conocimientos muy elevados ni tampoco menos conocimientos para perjudicarlos.

- *Los comienzos de un aprendizaje son fundamentales*. El cerebro actúa ante un alto grado de motivación e interés. La enseñanza utilizada en los inicios de la asignatura incide a futuro sobre los resultados de la motivación, en ese momento el cerebro decide aceptar o rechazar la experiencia.

- *Optimizar la actividad cerebral*. Cuando se les enseña alguna materia a los estudiantes, hay que realizar actividades incompletas donde se deba descubrir conocimientos realizando preguntas como ¿Qué ves?, ¿Qué se te ocurre a ti?, el objetivo de realizar este tipo de preguntas es activar el cerebro para llevarlo a su máxima potencialidad de desarrollo. Se deben conducir las respuestas de los estudiantes pero no indicándoles lo equivocados que están sino que a partir de ejemplos y contraejemplos sean ellos conscientes de si están respondiendo de forma correcta o incorrecta.

- *Un cerebro encendido y conectado*. Se llama cerebro encendido cuando esta activo y un cerebro conectado cuando esta con todas sus funciones estables. Para tener un buen aprendizaje es necesario que el sujeto tenga una buena alimentación, ejercicio físico y dormir lo apropiado.

- ¿Y esto para que sirve? Es importante que los estudiantes tomen conciencia de que un esfuerzo intelectual desarrolla el cerebro. Lo que se aprende se utiliza tanto en las aulas como en el mundo exterior y para desarrollar el mundo interior y propio del cerebro al recordar datos, propiedades, relacionando objetos que permite comprender nuevos conceptos. (Fernández J. (2010) pp. 5-8)

Los estudios neurológicos sobre el pensamiento numérico, se realizan con el fin de conocer cuáles partes del cerebro están involucrados cuando se realizan actividades numéricas. En estos estudios por lo general, se consideran a personas que han presentado problemas o han tenido lesiones en ciertas partes del cerebro y que ayudan a comprender como es el proceso cognitivo numérico de un individuo que puede aportar a la enseñanza de las matemáticas. La actividad neurológica relacionada con las operaciones numéricas se vincula con el entorno de espacio, de medidas, reconocimiento de tareas sencillas y comparación de cantidades. Villarroel (2009). Así se plantea que existen teorías educacionales que intentan dar respuesta a los procesos internos que tiene el individuo cuando debe adquirir conocimientos y entre ellas se encuentra la teoría APOE. En la actualidad se busca que los estudiantes desarrollen sus habilidades cognitivas bajo ciertos niveles de enseñanza y para esto se conciben las competencias matemáticas que están presentes en el curriculum nacional. Estas competencias matemáticas se ligan con la neurodidáctica en un sentido estrechamente ligado a la resolución de problemas, porque busca interpretar lo que los estudiantes realizan por medio de niveles y las competencias matemáticas también presentan niveles comunes por los propuestos en la neurodidáctica.

2.4 COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

En la actualidad, las instituciones educacionales trabajan con el curriculum basado en competencias, bajo esta visión los conocimientos matemáticos se desarrollan por medio de niveles que luego se enmarcan dentro de estándares. Los estándares de procesos matemáticos y las competencias matemáticas propuestas por Niss (2002) que luego adaptadas por PISA (2003) se relacionan en la siguiente tabla comparativa de estándares que se observan en la figura 7.

Estándares de procesos matemáticos (NCTM, 2000)	Competencias Matemáticas (NISS, 2002)	Competencias Matemáticas- PISA (2003) (OCDE, 2004)
Resolución de Problemas	Planteamiento y resolución de problemas matemáticos	Planteamiento y resolución de problemas
	Uso de recursos y herramientas	

Razonamiento y prueba	Dominio de modos de pensamiento matemático	Planteamiento y razonamiento
	Razonamiento matemático	
Comunicación	Comunicación en, con y acerca de la matemática	Comunicación
Conexiones	-	-
Representaciones	Representaciones de identidades matemáticas	Representación y uso de operaciones y lenguaje técnico, simbólico y formal y construcción de modelos
	Análisis y construcción de modelos y manejo de símbolos matemáticos y formalismo	

Figura 7. Comparación de estándares.

Se observa que en el cuadro comparativo existen cinco momentos que son similares entre los tres estándares planteados. El primero de ellos es la resolución de problemas, que es considerado como un medio usado para generar conocimiento y donde se utilizan recursos y herramientas. En un segundo momento, se hace referencia al razonamiento matemático y donde se plantea la forma de razonar en matemáticas. En un tercer momento, se manifiesta la comunicación considerada como la habilidad de mostrar lo que hemos aprendido o lo que nos falta por aprender. Las conexiones como cuarto momento sólo están en los estándares de matemática, pues en las competencias la relación de la matemática con el entorno no está conectada. Finalmente se manifiesta la representación de estos conocimientos matemáticos que son abstractos y conformados por símbolos.

Otros recursos que están ligados con las competencias matemáticas son las taxonomías de Bloom que posteriormente han sido reevaluadas por Anderson & Krathwohl (2000), se distinguen seis categorías que permiten desarrollar en los estudiantes la adquisición de un concepto, estas son: Recordar, comprender, aplicar, analizar, evaluar y crear. Para cada nivel se consideran algunos verbos que se asocian a los procesos cognitivos de los estudiantes y que permiten generar clases que puedan aportar al entendimiento de un concepto matemático.

En el informe PISA (2012), se define competencia matemática a grandes rasgos como "*a la capacidad de los individuos para formular, aplicar e interpretar la matemática en contextos variados y no es percibido como sinónimo de conocimientos y destrezas mínimas o de bajo nivel".* Considera de manera relevante la construcción de la competencia matemática, que se define como un equilibrio que se desarrolla cuando los estudiantes tienen la capacidad de usar la matemática en contextos auténticos por lo que es necesario que se utilicen buenas experiencias en clase para que esto se desarrolle, por lo que, la competencia matemática no la tienen los estudiantes de manera innata sino que esta se va desarrollando. La prueba PISA ha definido a lo largo de su trayectoria conceptos de competencia matemática y a continuación se presenta un cuadro comparativo, en la figura 8, de estas definiciones:

Ciclo	Definición de competencia matemática para la evaluación PISA
2000, 2003, 2006, 2009	*"la capacidad de un individuo de* ***identificar*** *y* ***comprender*** *el rol que los matemáticos juegan en el mundo, para* ***emitir juicios*** *fundamentados y para* ***utilizar e involucrarse*** *con la matemática de forma que se corresponda con las necesidades de su propia vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo".*
2012	*"la capacidad del individuo de* ***formular, usar e interpretar*** *Matemática en una variedad de contextos. Incluye* ***razonar*** *matemáticamente y* ***usar*** *conceptos matemáticos, procedimientos, datos y herramientas para* ***describir, explicar, y predecir*** *fenómenos. Ayuda a los individuos a* ***reconocer*** *el rol que la Matemática juega en el mundo, a* ***emitir juicios*** *bien fundados y* ***tomar decisiones*** *que son necesarias en su vida como ciudadanos constrictivos, comprometidos y reflexivos".*

Figura 8. Cuadro comparativo de competencia matemática de PISA.

Como ya se ha manifestado en PISA, se pretende que los estudiantes tengan una participación activa en matemáticas, es por esto, que se da énfasis al razonamiento matemático y donde se incluyen tres procesos fundamentales, formular, usar e interpretar. El primer proceso en matemática “formular”, consiste en identificar oportunidades de aplicarla y utilizarla, teniendo en cuenta la resolución en desafíos matemáticos, esto quiere decir, que se proporciona una representación y estructura matemática, se deben identificar variables y plantear hipótesis. Para el segundo proceso “usar” se refiere a la aplicación de razonamiento y conceptos, procedimientos, datos y herramientas. Se realizan cálculos, se manipulan expresiones algebraicas, se desarrollan descripciones y explicaciones, y finalmente se interpreta la matemática que implica reflexionar acerca de las soluciones encontradas, su pertinencia con respecto al contexto del problema. En el siguiente esquema se validan estos procesos (ver figura 9), integrando la modelación como un marco fundamental para PISA.

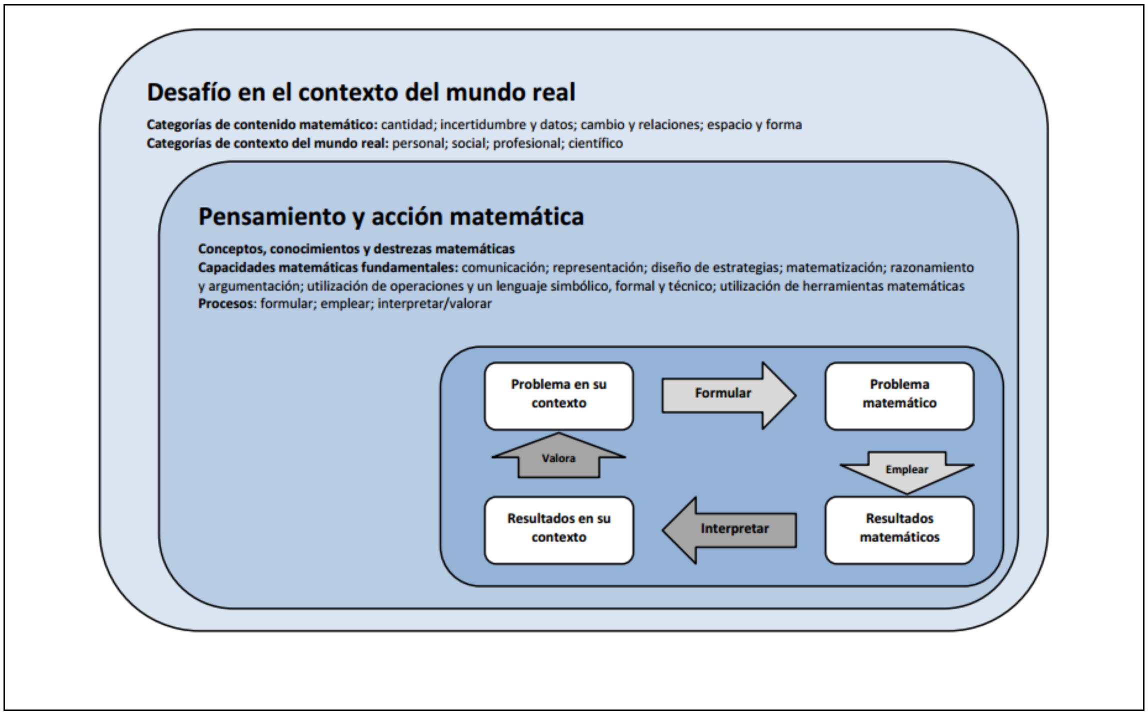


Figura 9. Competencia matemática en acción PISA 2012.

Para la evaluación de competencias matemática en PISA (2012), se analiza en tres aspectos que se interrelacionan: a) el contenido matemático que las actividades de prueba abordan, b) los procesos matemáticos que describen lo que es necesario hacer para conectar el contexto del problema con la matemática que involucra y c) los contextos en los cuales los ítems se sitúan. Se tiene una lista de categorías de contenido utilizadas por Pisa cubrir el dominio de matemáticas y los fenómenos categorías caracterizan el rango de contenido matemático que es el centro de la disciplina e ilustran las amplias áreas de contenido que guían el desarrollo de las actividades, se consideran cuatro categorías: cambio y relaciones; espacio y forma; cantidad; incertidumbre y datos.

Las competencias matemáticas asociadas a la prueba Pisa corresponden a:

a) Comunicar. El estudiante se relaciona con el problema observándolo como un desafío, se estimula a reconocerlo y entenderlo, para ello debe ser capaz de leer, decodificar e interpretar las afirmaciones, preguntas, tareas u objetos que le permiten formar un modelo mental de la situación-problema.

b) Matematizar. Se refiere a la transformación que problema que es definido en el mundo real a la forma de la matemática, donde se interpreta la solución en el contexto del problema.

c) Representar. Es cuando los estudiantes enfrentan un problema en un contexto autentico donde se debe matematizar. Se utilizan las representaciones matemáticas en diferentes contextos.

d) Razonar y argumentar. En esta etapa los estudiantes emplean procesos de pensamiento lógico que dan sentido a una situación y determinan cual es la mejor manera de representarla. Además debe comunicar y justificar la representación que se ha seleccionado.

e) Elaborar estrategias. Los estudiantes deben tener la capacidad de seleccionar o diseñar un plan para resolver problemas, por lo tanto es necesario que tengan claro utilizar información relevante y descubrir información implícita.

f) Usar lenguaje formal y simbólico. En la resolución de problemas se deben utilizar las variables apropiadas, símbolos, diagramas y modelos. Para lograr esto, es necesario que los estudiantes entiendan la relación entre el lenguaje formal y simbólico del problema.

g) Usar herramientas matemáticas. Se pueden utilizar herramientas como instrumentos de medición, calculadoras ó hojas de cálculo, pueden ser útiles para reconocer o describir una estructura o relaciones matemáticas.

Es así como se establece que la resolución de problemas se considera como una habilidad para el desarrollo de pensamientos matemáticos. En este estudio se utiliza la resolución de problemas para el desarrollo de pensamiento numérico-algebraico utilizando en específico los problemas abiertos para el refuerzo de proyecciones cognitivas en los estudiantes de enseñanza media. Los problemas abiertos relacionados con elementos numéricos y algebraicos logran conectar la neurodidáctica con la matemática, los estudiantes presentan avances en el desarrollo de sus respuestas al plantear con argumentos la validación de sus respuestas. De esta misma manera la resolución de problemas abiertos permite la generación de competencias matemáticas, para el razonamiento y prueba, la comunicación, las conexiones con el entorno y la representación de las conexiones. Así los plantea la prueba Pisa relacionado en la competencia de Acción que utiliza la modelación de fenómenos y que involucra a los estudiantes en este proceso.

A continuación se plantea la metodología y diseño de la propuesta neurodidáctica que permite indicar el análisis previo establecido para la realización de la propuesta.

CAPÍTULO 3. DISEÑO METODOLÓGICO

En este capítulo se plantea la forma en que se llevó a cabo esta investigación, se da a conocer el tipo de enfoque, la confección de la propuesta neurodidáctica y se plantea como se llevó a cabo la aplicación de esta y como se llevaron a cabo los análisis.

3.1 Tipo de investigación.

Este estudio tiene un enfoque cualitativo con apoyo de teoría fundamentada. El planteamiento básico del diseño de la teoría fundamentada es que las proposiciones teóricas surgen de los datos obtenidos empíricamente. Es el procedimiento el que genera el entendimiento de un fenómeno educativo, psicológico, comunicativo o cualquier otro que sea concreto. (Hernández, Fernández y Baptista, 2006, p. 687). Dentro de la teoría fundamentada se encuentra el diseño emergente.

3.1.1 Diseño emergente

En el diseño emergente se efectúa una codificación abierta y de esta manera surgen las categorías por comparación constante, que son conectadas entre sí para construir teoría. Al final, el investigador explica esta teoría y las relaciones entre categorías.

Codificación abierta.

El investigador revisa todos los segmentos del material obtenido para analizar y generar - por comparación constante- categorías iniciales de significado. Elimina la redundancia y desarrolla evidencia de categorías. Las categorías se basan en datos recolectados (entrevistas, observaciones, anotaciones y otros). Las categorías tienen propiedades representadas por subcategorías, las cuales son codificadas. (Hernández, Fernández y Baptista, 2006, p. 688)

3.2 Metodología de trabajo.

A continuación se detalla la metodología de trabajo utilizada en esta investigación en la que se presentan cuatro fases. En la primera fase se plantea un análisis preliminar que tiene relación con el contexto educativo en donde se aplica la propuesta, en la segunda fase se plantea como se llevó a cabo la construcción de la propuesta, en la tercera fase se presenta como se aplica la propuesta y en la fase final se presentan las respuestas y los tipos de análisis aplicados.

3.2.1 PRIMERA FASE: ANÁLISIS PRELIMINAR

En esta primera fase, se plantea que para la generación de la propuesta neurodidáctica se busca la evidencia de estudios que puedan justificar la creación de la propuesta neurodidáctica, basándose en investigaciones de pensamiento numérico-algebraico, problemas abiertos y en neurociencia. Se estudia la pertinencia de problemas abiertos en pruebas nacionales e internacionales. De forma de tener una referencia para confeccionar las preguntas de la propuesta. Una propuesta neurodidáctica se basa en una secuencia de intervenciones aplicada en diferentes tiempos y que tiene como objetivo evidenciar los avances de los estudiantes frente a un conocimiento específico.

Para la elaboración de la propuesta neurodidáctica se recurrió a la recopilación de información relacionada con neurociencia, con las competencias matemáticas y problemas de tipo abiertos.

Se realiza un análisis del contexto educacional y social en donde se aplica la secuencia neurodidáctica. Los estudiantes involucrados en el estudio nivelan sus estudios en un colegio de enseñanza media de la ciudad de Viña del Mar, por lo que se presentan las características de la educación de adultos en Chile y la descripción del grupo a estudiar.

Análisis de contexto educacional donde se aplica la secuencia neurodidáctica.

El objetivo de la educación de adultos en Chile, es proporcionar oportunidades para completar estudios a personas jóvenes y adultas que han debido abandonar su etapa escolar. La coordinación nacional de educación para personas jóvenes y adultas busca asegurar para todas las personas que se encuentran fuera del sistema escolar la oportunidad de un sistema educativo de calidad. La coordinación nacional de educación de personas jóvenes y adultas (EPJA), dependiente del ministerio de educación, se encarga de coordinar las modalidades de estudio entregadas por el MINEDUC. Se consideran dos modalidades: modalidad regular y modalidad flexible. También se realizan proyectos de reinserción y retención escolar y ofrecer planes de educación a niños entre 8 y 17 años que estén des escolarizados. También se proporciona la validación de estudios a personas que se encuentran fuera del sistema escolar regular y que deseen certificar su educación escolar y/o media. (MIDEDUC, 2012)

El sistema de educación de adultos se divide en educación regular y educación flexible. La educación regular está dirigida a personas mayores de 18 años que por razones de trabajo, salud u otras, no han podido iniciar o completar sus estudios básicos y media, también a las personas que estén realizando el servicio militar y a personas privadas de libertad. Para la enseñanza básica, se observa una división de tres niveles, el primer nivel corresponde a los cursos de primer a cuarto año básico, el segundo nivel corresponde a quinto y sexto año básico, y el tercer nivel equivalente a séptimo y octavo año. Para la enseñanza Media se organiza en dos modalidades: La modalidad humanístico científica y la modalidad técnico profesional. La primera se divide en dos niveles, el primer nivel equivale a primer y segundo año medio y el segundo nivel a tercer y cuarto medio, la segunda la modalidad técnico profesional, se divide en tres niveles, el primer nivel equivale a primer y segundo año medio, el segundo nivel a tercer año medio y el tercer nivel a cuarto medio. La educación flexible comprende los mismos niveles de la educación regular, pero al finalizar los niveles se realizan exanimaciones para tener conocimiento de la aprobación del nivel. (MINEDUC, 2012)

Grupo de estudio.

Los estudiantes involucrados en esta investigación, pertenecen a un colegio de nivelación de estudios de tipo particular de la ciudad de Viña del Mar, sus edades fluctúan entre los 16 a 18 años y se desenvuelven en un ambiente de inquietud, presentando en algunos casos problemas de aprendizaje y déficit atencional. La educación de nivelación de estudios implementada por el colegio es desarrollada con materias globalizadas, es decir, que todos los estudiantes que acuden a la sala de clases se les entregan conocimientos idénticos.

Las materias que los estudiantes reciben se adecuan a los dos niveles de enseñanza que posee la institución. Es decir, a todos los estudiantes se les enseña el mismo tipo de conocimientos, independiente de la edad que posean, pues son alumnos que no se han adecuado al sistema educacional tradicional y han repetido en más de una oportunidad los cursos de enseñanza básica o media. Es por esta razón, que los estudiantes pueden reforzar o aprender conocimientos que propone el ministerio de educación.

Dentro de las dificultades que presentan los estudiantes se encuentran la baja comprensión para resolver problemas algebraicos, pues cuando deben resolver problemas solo en el ámbito numérico no presentan dificultades, pero si realizan el traspaso a un ámbito algebraico no lograr encontrar una respuesta a los problemas planteados. Es decir, los estudiantes no tienen desarrollado el tipo de pensamiento inductivo y el pensamiento deductivo cuando deben resolver problemas enfocados al traspaso de la aritmética al álgebra y viceversa.

Tipo de enseñanza.

La metodología usada por el docente regularmente es una metodología de enseñanza conductista. Esto quiere decir, que el profesor es quien transmite los contenidos y los estudiantes deben replicar lo que el profesor les enseña basándose en ejercicios y problemas que se resuelven individual o grupalmente. A su vez se revisan como los estudiantes han resuelto las actividades para lograr que el alumnado pueda aportar con ideas y procedimientos, con el objetivo de resolver ejercicios y problemas en colectividad. Las clases son personalizadas y cuando un estudiante no logra con su estrategia resolver el problema o comprender algún procedimiento, se le ayuda con preguntas orientadoras que permiten en parte comprender la respuesta.

3.2.2 SEGUNDA FASE: CONFECCIÓN DE LA PROPUESTA.

En esta fase se plantea como se lleva a cabo la confección de las situaciones que son diseñadas para la propuesta. Para la creación de las situaciones se utilizan elementos teóricos de la neurodidáctica y las competencias matemáticas de prueba PISA. Estas situaciones problemas se envían a una comisión de expertos que las revisan mediante una pauta de cotejo en la que se presentan criterios enfocados en neurodidáctica. Una vez validadas las preguntas, estas se escogen seleccionando sólo seis de aquellas, considerando las que presentan mayor puntaje para formar tres cuestionarios con dos situaciones cada uno y que se aplican progresivamente.

3.2.3. TERCERA FASE: APLICACIÓN DE LA PROPUESTA

En esta fase se realiza la aplicación de la propuesta donde se evidencia la gestión de aula, la pertinencia de la aplicación de cada actividad y la reacción que tienen los estudiantes frente a las situaciones planteadas. Se presenta la pertinencia de dos situaciones iniciales motivadoras y las preguntas que los estudiantes manifestaron a medida que se fueron aplicando los cuestionarios.

3.2.4 CUARTA FASE: ANALISIS DE LOS RESULTADOS

En esta fase se realiza el análisis de los resultados obtenidos posterior a la aplicación de la propuesta donde se realizan dos análisis: un análisis vertical y un análisis horizontal. El primer análisis consiste en realizar una revisión de todas las respuestas de los estudiantes por cada una de las situaciones planteadas que indica la similitud o diferencias de las respuestas obtenidas. En el segundo análisis se revisan las respuestas proporcionadas por cada estudiante y se establecen asociaciones para determinar el modo de pensamiento del estudiantado.

CAPÍTULO 4. CONFECCIÓN DE LA PROPUESTA

En este capítulo se presenta la propuesta neurodidáctica que se aplica a los estudiantes involucrados en este estudio. La propuesta neurodidáctica consiste en tres cuestionarios que contienen dos preguntas y que se distribuyen como se presenta en el siguiente esquema de la figura 10:

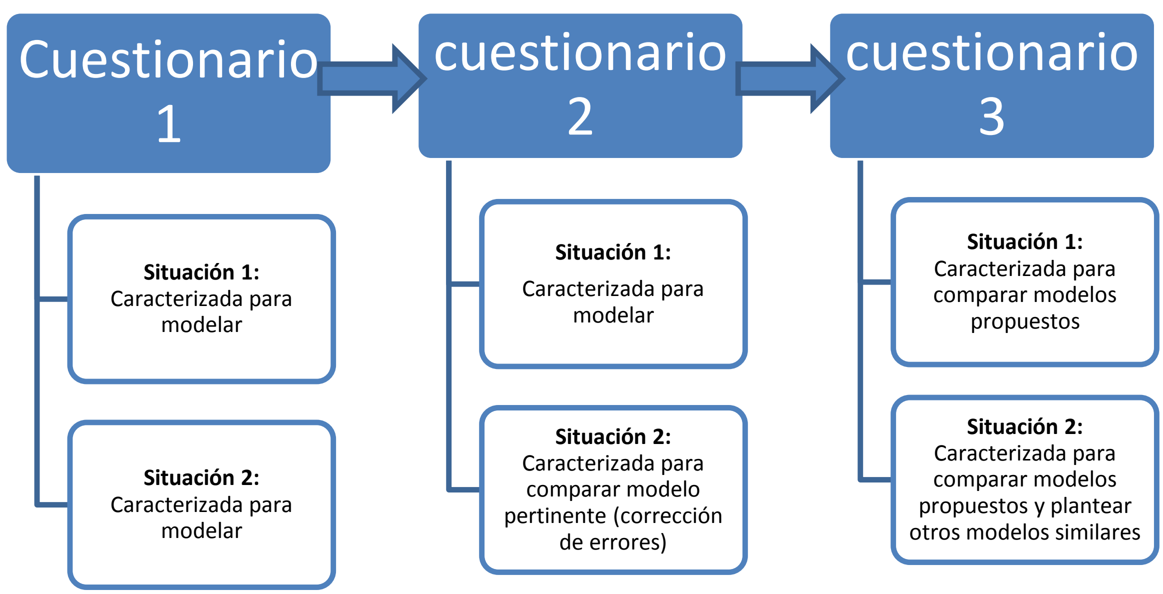


Figura 10. Esquema de Aplicación de cuestionarios de secuencia neurodidáctica.

Para definir estos problemas se confeccionan inicialmente quince situaciones de tipo abiertas que tienen como base elementos neurodidácticos asociados a la lista de cotejo confeccionada por Meléndez (2005). Estas situaciones son problemáticas que se enfocan en el traspaso del pensamiento numérico-algebraico y que se relaciona con las experiencias de los estudiantes involucrados (Ver anexo 2).

Una vez creadas las posibles situaciones para la propuesta se realiza la validación de estas a juicio de expertos del área. Se revisan las situaciones con una pauta de evaluación numérica (ver anexo 3) y se devuelven con observaciones oportunas.

Selección de situaciones problemas.

Para la selección de las situaciones problemas se escogieron aquellas que presentaban un puntaje superior al 75% del total. Los cuatros pares evaluadores según los criterios presentados, asignaron puntaje a las 15 preguntas de las situaciones problemas propuestas. Según estos resultados sólo 10 problemas se encontraban con este puntaje, por lo tanto, de ellos se escogieron sólo seis problemas para la creación de los cuestionarios.

Los problemas seleccionados se dividieron en dos tipos: planteamiento y comparación. Los problemas del tipo planteamiento se enfocaban en la modelación algebraica de la situación planteada, mientras que en los problemas de tipo comparación se pretendía entregar un modelo algebraico y los estudiantes debían decidir la pertinencia del modelo más adecuado.

La aplicación de la secuencia neurodidáctica tiene una duración de tiempo de cuatro semanas. El primer cuestionario contiene dos problemas del tipo planteamiento, el segundo cuestionario contiene dos problemas mixtos y finalmente el tercer cuestionario contiene dos problemas de tipo comparación. Antes de la aplicación del primer y segundo cuestionario, se activan los conocimientos de los estudiantes con juegos de lógica matemática que permite despertar el interés de participación y la motivación de aprendizaje.

A continuación se presentan los tres cuestionarios diseñados:

Primer Cuestionario de Situaciones problemas

A continuación se presenta un cuestionario con dos problemas, léelos atentamente y respóndelos, considerando escribir y explicar su desarrollo.

- *Situación problema 1.*

Shai tiene en su monedero la cantidad de 200 pesos pero distribuidos en monedas de $10 y $5, en total tiene 22 monedas. Sebastián le pregunta. ¿Cuántas son de $10 y cuántas de $5? A lo que Shai responde “¿Por qué me preguntas eso?”. Se bastián le dice “pues porque quiero saber”. Con tu compañero de puesto c9omenta lo sucedido y respondan individualmente:

a) ¿Cómo le podrías ayudar a Shai a responder la pregunta de Sebastián?

b) ¿Cómo podrías encontrar el número de monedas de $10 y $5?

c) Ahora observa lo que hizo tu compañero de banco al responder las preguntas anteriores. ¿Pensaron de la misma manera? ¿Por qué?

d) ¿Cómo podrías explicar tu procedimiento en el curso para que se entienda de la mejor forma este problema?

- *Situación problema 2.*

Considera que el ancho de una sala de forma rectangular mide la mitad de su largo y además su perímetro mide 66 m.

a) ¿Cómo determinarías el área de la sala?

b) Si el ancho de la sala aumenta en 2 metros. ¿Qué sucede con el largo? Explica.

c) Al aumentar o disminuir los lados de la sala ¿Qué ocurre con el área?

d) Determina una expresión que represente como encontraste la solución al problema y describe con tus palabras como la encontraste

e) ¿Es la única expresión o se pueden formular otras?

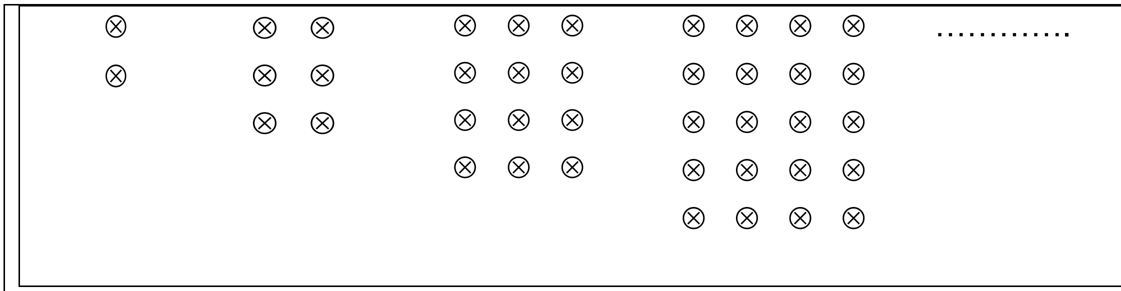
f) ¿Cuáles son las dificultades que encontraste al resolver este problema?

Segundo Cuestionario de Situaciones problemas

A continuación se presenta un cuestionario con dos problemas, léelos atentamente y respóndelos, considerando escribir y explicar su desarrollo.

- *Situación problema 1*.

Observa la siguiente situación.



a) Explica con tus palabras lo que puedes observar de estos dibujos.

b) ¿Por qué crees que sucede esto?

c) Si agregas una figura más. ¿Cómo sería esta figura? Dibújala.

d) ¿Cómo describirías la figura que se forma?

e) ¿Hay algún procedimiento que determine la generación de figuras siguientes? Explica.

f) ¿Es la única manera? Describe otras maneras de encontrarlas.

g) ¿Cómo se podría saber el número de pelotas de una figura cualquiera? Explica.

- *Situación problema 2*

En un trabajo grupal se pide que revises el desarrollo de una actividad a un compañero de curso. Se planteó el siguiente problema: "*En una tienda de muebles, se ofrece un sueldo de $ 250.000 más $ 5.000 por cada mueble terminado. ¿Cuál es la expresión que modela esta situación?"* y la respuesta que se obtuvo fue la siguiente: “ $sueldo = 250.000 \cdot n + 5.000$ ” *n es el número de muebles.”*

a) ¿Consideras correcto el desarrollo efectuado por tu compañero? ¿Por qué?

b) ¿Cuáles condiciones facilitan la comprensión del problema? Explica.

c) ¿Cómo lo guiarías para que desarrollara el problema?

d) ¿Cuáles elementos del problema te permiten encontrar una respuesta? Explica.

e) ¿Cómo encuentras la solución del problema? Explica.

Tercer Cuestionario de Situaciones problemas

- *Situación problema 1*

Para la fiesta de fin de año, se realizan cotizaciones en dos lugares diferentes con capacidad máxima para 100 personas. Daniel junto a Gabriela cotizan cuáles son los valores más adecuados y se los presentan en la reunión del curso.

Primera oferta:	Segunda oferta:

“HOTEL GAGA”	“HOTEL l’OGGINS”
P= números de personas	P=número de personas
R= costo por bar abierto	R= costo por bar abierto
Costo total= P*R+1.500	Costo total= p*1.500+R
Importante: el costo de bar abierto corresponde a $10.000	I*mportante. El costo de bar abierto* corresponde a $100.000

a) Observa las dos propuestas y sin realizar cálculos. ¿Cuál de las dos ofertas es más conveniente? ¿Por qué cree eso? Explica

b) Si acuden más de 50 asistentes ¿Qué sucede con el valor que deben pagar por persona a medida que aumenta el número de asistentes en cada oferta?

c) ¿Qué significado tiene para este problema el uso de variables?

d) Si modificamos los valores de las variables, ¿Qué sucede con los costos totales de cada oferta?

- *Situación problema 2*

Constanza, Alison y Nicolás se reparten 96.000 pesos. Constanza recibe 10.000 pesos menos que el Alison y Nicolás recibe la cuarta parte de lo que recibe Alison. A continuación se presentan formas de resolver el problema.

Resolución 1:	Resolución 2:	Resolución 3:
$x-10.000+\frac{x}{4}+x=\frac{96.000}{3}$	$x-10.000+\frac{x}{4}+\frac{x}{3}=96.000$	$x-10.000+\frac{x}{4}+x=96.000$

a) ¿Cuáles de los procedimientos mostrados anteriormente se acerca más para encontrar la respuesta al problema?

b) Encuentra otro procedimiento para encontrar la respuesta al problema y explícalo.

c) ¿Por qué los otros procedimientos no logran responder a la pregunta planteada?

d) ¿Podrías plantear que cambios realizarías al enunciado para relacionar las respuestas al problema?

e) ¿Cuáles son las dificultades que tienes para resolver este tipo de problemas?

f) ¿Qué puedes hacer para comprender de mejor manera estas problemáticas?

Antes de la aplicación de la secuencia neurodidáctica se realizó un análisis a priori de las posibles respuestas que los estudiantes pueden entregar.

Antes de la aplicación de estos cuestionarios se realiza un análisis a priori de las posibles respuestas que los estudiantes pueden contestar. A continuación se presentan las posibles respuestas que los estudiantes pueden contestar en la aplicación de las situaciones problemas (Ver anexo 5).

4.1 Análisis a priori de Cuestionarios.

En este apartado se plantean los análisis a priori de los cuestionarios aplicados a los estudiantes, se realiza con el fin de anticiparse a las posibles respuestas que se pueden presentar.

4.1.1 Análisis a priori cuestionario 1.

La situación problema 1, contiene 4 preguntas que se relacionan con el enunciado del problema:

En la pregunta a) ¿Cómo le podrías ayudar a Shai a responder la pregunta de Sebastián? Los estudiantes podrían explicar cómo podrían ayudar a responder a sus compañeros la pregunta planteada.

- Los estudiantes pueden señalar que podrían ayudar a sus compañeros a responder la pregunta con ejemplos, pueden representar la situación dibujando las monedas en un cuaderno y explicándole el proceso.

- Otros estudiantes, podrían responder que no saben cómo ayudarle, pues no se sienten motivados para responder la pregunta o porque no se le ocurre.

Pregunta b) ¿Cómo podrías encontrar el número de monedas de $10 y $5?

- En esta pregunta, los estudiantes podrían usar el método de ensayo y error para encontrar el número de monedas de $10 y $5.

- Otros en cambio, pueden utilizar una incógnita para representar el número de monedas de $10 y $5, pueden transformar el problema a una ecuación de una incógnita o un sistema de ecuación con dos incógnitas.

Pregunta c) Ahora observa lo que hizo tu compañero de banco al responder las preguntas anteriores. ¿Pensaron de la misma manera? ¿Por qué?

Cuando deben socializar las respuestas con el compañero de banco los estudiantes podrían darse cuenta que ambos pensaron de la misma manera, es decir, que ambos dieron valores para encontrar el número de monedas o usaron algunos una ecuación para encontrar el número de monedas.

Ahora cuando los estudiantes presentan diferencias en su resolución, se pueden generar una discusión al intentar explicar el procedimiento efectuado por cada uno al resolver el problema.

Pregunta d) ¿Cómo podrías explicar tu procedimiento en el curso para que se entienda de la mejor forma este problema?

En esta pregunta, se intenta socializar la resolución del problema, donde los estudiantes exponen sus formas de razonamiento explicando con un lenguaje claro y preciso los tipos de procedimientos obtenidos en la resolución del problema y que ayudan a que sus otros compañeros comprendan la problemática establecida.

Gestión de clase. En esta etapa el docente debe lograr que los estudiantes participen en la explicación de las respuestas obtenidas, con la intención de que sean los protagonistas de su quehacer estudiantil.

En la situación problema 2, los estudiantes pueden responder las preguntas de la siguiente manera:

En la pregunta a) ¿Cómo determinarías el área de la sala?, los estudiantes pueden recurrir a la fórmula de cálculo de área de una figura rectangular $a \cdot b$; $a = \text{largo}$ y $b = \text{ancho}$. También intentarían usar la información de perímetro para buscar las medidas del largo y ancho dando valores a través de ensayo y error.

En la pregunta b) Si el ancho de la sala aumenta en 2 metros. ¿Qué sucede con el largo? Explica. Se piensa que intentarán utilizar incógnitas asociadas a los lados de la figura para identificar el largo y el ancho, para posteriormente aumentarle 2 metros al ancho, de esta forma considerar que el largo también variará y disminuirá ese valor. Otra de las alternativas es que en el recurso numérico obtenido en la pregunta a) le agreguen a ambos lados relacionados con el largo 2 unidades y en los lados relacionados con el ancho le quiten 2 unidades para de esta manera corroborar que el perímetro sigue siendo el mismo.

En la pregunta c) Al aumentar o disminuir los lados de la sala ¿Qué ocurre con el área? Se espera que los estudiantes diferencien que si los lados de la figura aumentan los otro lados deben disminuyen y que en estos casos el área sigue siendo la misma.

En la pregunta d) Determina una expresión que represente como encontraste la solución al problema y describe con tus palabras como la encontraste. Se espera que los estudiantes lograran encontrar una expresión que relacionara la información del enunciado. Las expresiones encontradas deben cumplir con la relación que el ancho de la figura mide la mitad de su largo.

4.1.2 Análisis a priori cuestionario 2.

En este cuestionario (ver anexo 8), se esperaba que los estudiantes pudieran responder de manera correcta a las situaciones problemas planteadas. Se evidencia que algunas de las respuestas que posiblemente los estudiantes puedan desarrollar en la situación problema 1 sean de la siguiente manera.

La situación problema 1 contiene siete preguntas enumeradas alfabéticamente y que se relacionan con el dibujo planteado en el enunciado. En la pregunta *a) Explica con tus palabras lo que puedes observar de estos dibujos*. Los estudiantes pueden señalar que se van agregando círculos a cada una de las figuras a medida que van avanzando y que estas van aumentando en múltiplos de 2. Además se puede establecer que a cada una de las figuras se le irá sumando un número de círculos pares tales como: 2, 4, 6, 8…etc.

En la pregunta *b) ¿Por qué crees que sucede esto?*

Los estudiantes pueden responder que porque cada figura que se va formando es un rectángulo o porque la base inicial es un rectángulo y como consecuencia siempre se tendrán rectángulos.

En la pregunta *c) Si agregas una figura más. ¿Cómo sería esta figura? Dibújala*. Se evidenciaría que los estudiantes podrían dibujar una figura de lado 6 unidades y lado 5 unidades respectivamente o al revés. Las posibles figuras que se podrían considerar son las siguientes (ver figura 11)

.

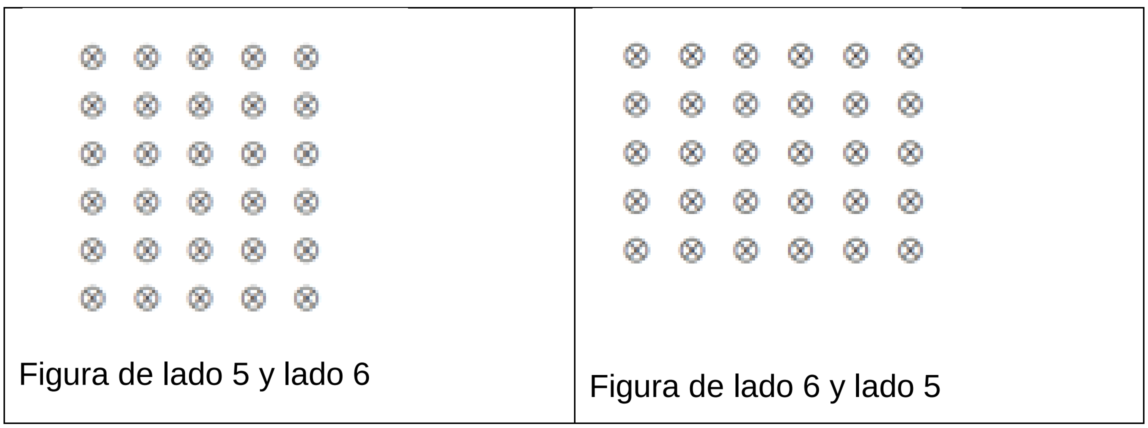


Figura 11. Propuestas de figuras para pregunta c, situación 1, cuestionario 2.

En la pregunta *d) ¿Cómo describirías la figura que se forma?* Los estudiantes señalarían que la figura que se forma corresponde a un rectángulo o a una figura que contiene círculos.

En la pregunta e*) ¿Hay algún procedimiento que determine la generación de figuras siguientes? Explica*. Se espera que los estudiantes comiencen a dar indicios de la generación de una expresión algebraica utilizando recursos numéricos, al considerar que las figuras que se forman dependen de las figuras anteriores considerando el número de círculos por cada figura.

En la pregunta *f) ¿Es la única manera? Describe otras maneras de encontrarlas*. Se le entrega la libertad de pensar en otro tipo de procedimiento encontrado en la pregunta anterior, se espera que argumenten los otros tipos de maneras que se les ocurra para encontrar figuras siguientes.

En la pregunta *g) ¿Cómo se podría saber el número de pelotas de una figura cualquiera? Explica.* Se espera que los estudiantes puedan encontrar una expresión asociada a la regularidad, la expresión que podrían encontrar corresponde a $n^2 + n$, o también a la expresión $2 \cdot x$. Si es que relacionan las figuras a múltiplos de 2. También se puede manifestar la intención numérica de encontrar una expresión que se trunca en el proceso de relacionar la cantidad de círculos con las figuras planteadas.

En la situación problema 2, se pretende que los estudiantes puedan responder de la siguiente manera a las preguntas planteadas:

En la primera pregunta *a) ¿Consideras correcto el desarrollo efectuado por tu compañero? ¿Por qué?* Se espera que los estudiantes puedan responder que el modelo planteado no corresponde a la situación planteada.

En la segunda pregunta *b) ¿Cuáles condiciones facilitan la comprensión del problema? Explica.* Los estudiantes pueden responder que al tener el modelo presentado pueden comprender cuál es la respuesta del problema.

En la tercera pregunta *¿Cómo lo guiarías para que desarrollara el problema?* En este caso se debería dar importancia a las variables involucradas y comenzar a explicar que el sueldo es un valor fijo y que el número de muebles multiplicado por el $5.000 se debe agregar, ya que de esta manera puede encontrar que el valor final depende de cada mueble que va construyendo.

En la cuarta pregunta *¿Cuáles elementos del problema te permiten encontrar una respuesta? Explica.* En esta pregunta, se espera que los estudiantes puedan responder que las variables que influyen para responder el problema son $5.000 como un valor fijo, la cantidad de muebles como un valor que varía, el sueldo también como un valor fijo y el sueldo final que recibe a medida que va haciendo muebles.

En la quinta pregunta *¿Cómo encuentras la solución del problema? Explica.* En este caso los estudiantes pueden presentar su modelo planteado corregido y que corresponde a $sueldo = 250.000 + 5.000 \cdot n$.

4.1.3 Análisis a priori cuestionario 3

El cuestionario 3 (ver anexo 8), se divide en dos situaciones problemas, ambas situaciones tienen como objetivo que los estudiantes puedan diferenciar a través de dos modelos cual es el más adecuado.

La situación problema 1 se divide en cuatro preguntas, en la pregunta a) Observa las dos propuestas y sin realizar cálculos. ¿Cuál de las dos ofertas es más conveniente? ¿Por qué cree eso? Explica. Los estudiantes pueden dar valores a las variables encontrando cual es el resultado más conveniente, de estar manera se puede comenzar a diferenciar cuál de las dos opciones es la más adecuada.

En la pregunta b) Si acuden más de 50 asistentes ¿Qué sucede con el valor que deben pagar por persona a medida que aumenta el número de asistentes en cada oferta? Los estudiantes pueden comenzar a dar valores mayores a 50 asistentes, pueden comenzar a dar valores 50, 51, 52, 53, etc. (ver figura 12)

Costo total= P*10.000+1.500	**Costo total= p*1.500+100.000**
Si p=50	Si p=50
Costo total= 50*10.000+1.500 =501.500	Costo total= 50*1.500+100.000 =175.000
Si p= 51	Si p= 51
Costo total= 51*10.000+1.500 =511.500	Costo total= 51*1.500+100.000 = 176.500
…….	……..
Si p=78	Si p=78
Costo total= 78*10.000+1.500 =781.500	Costo total= 78*1.500+100.000 =217.000
modelo 1	modelo 2

Figura 12. Propuestas de respuesta para pregunta b, situación 1, cuestionario 3.

Los estudiantes pueden indicar que para cada una de los modelos a medida que el valor de invitados va aumentando se le va agregando al primer modelo 10.000 y al segundo modelo 1.500.

En la pregunta c) ¿Qué significado tiene para este problema el uso de variables? Se espera que los estudiantes planteen que el uso de las variables es primordial para responder a las preguntas planteadas, ya que al dar valores a las variables pueden conocer cuál de las dos ofertas es la más conveniente. También se espera que los estudiantes respondan que la posición que tienen las variables en la expresión algebraica si influye en el resultado final

En la pregunta d) Si modificamos los valores de las variables, ¿Qué sucede con los costos totales de cada oferta? Se espera que los estudiantes respondan que los valores finales van aumentando o disminuyendo dependiendo de los valores ingresados a las expresiones planteadas en cada modelo.

La situación problema 2, contiene tres modelos que intentan responder a la situación planteada. En la pregunta a) ¿Cuáles de los procedimientos mostrados anteriormente se acerca más para encontrar la respuesta al problema? Los estudiantes luego de leer el enunciado pueden decidir en cualquiera de los tres modelos planteados el que represente más a la situación presentada.

En la pregunta b) Encuentra otro procedimiento para encontrar la respuesta al problema y explícalo. Los estudiantes en esta pregunta pueden comenzar a realizar un procedimiento numérico que le permita encontrar una expresión que se acerque para dar respuesta a la situación. También podrían usar letras diferentes a las usadas en las respuestas planteadas como alternativa en la situación.

En la pregunta c) ¿Por qué los otros procedimientos no logran responder a la pregunta planteada? En este tipo de pregunta se enfoca a que el estudiante considera la solución seleccionada de las tres entregadas y considera la que él ha encontrado, por lo que se espera que los estudiantes puedan responder que las variables utilizadas no se encuentran en las posiciones adecuadas y por lo tanto no representan adecuadamente la parte de la expresión que se relaciona con la cantidad de dinero como parte de un total.

En la pregunta d) ¿Podrías plantear que cambios realizarías al enunciado para relacionar las respuestas al problema? Para esta pregunta se entiende que los estudiantes ya han comprendido que la pregunta no es simple de comprender, por lo que se cree que ellos modificarían palabras o eliminarían variables para poder realizar cálculos numéricos y obtener respuestas sólo en función de números.

En la pregunta e) ¿Cuáles son las dificultades que tienes para resolver este tipo de problemas? Principalmente el uso de las variables es lo que trae siempre dificultades en los estudiantes, por lo que se espera que los estudiantes mencionen que el uso de las variables les trae complicaciones a la hora de resolver el problema y la posición que tienen las variables en una expresión determina la comprensión de una situación.

En la pregunta f) ¿Qué puedes hacer para comprender de mejor manera estas problemáticas? Se espera que los estudiantes puedan identificar estrategias propias que mejoren la comprensión de esta problemática. Algunas estrategias que podrían señalar corresponden a leer varias veces el problema, identificar palabras y variables que se relacionen, usar otras variables que sean más significativas para sus ideas, etc.

CAPITULO 5. APLICACIÓN DE LA PROPUESTA Y RESULTADOS

En este capítulo se presenta como se aplica la propuesta neurodidáctica y se realiza el análisis de los resultados obtenidos.

La aplicación de la secuencia neurodidáctica se realizó en un período de cuatro semanas, la penúltima semana no se aplica cuestionario porque los estudiantes tenían una prueba fijada. De esta manera, entre el segundo y tercer cuestionario se deja una semana sin aplicación para que los estudiantes pudieran descansar y esperar la aplicación del tercer cuestionario. El tipo de preguntas seleccionadas para cada cuestionario se realizaron con la intencionalidad de que los estudiantes en un primer momento modelaran las situaciones planteadas, en un segundo momento compararan los modelos proporcionados corrigiendo los errores y en un tercer momento tomaran decisiones de los modelas más adecuados y propusieran los modelos cercanos y los validaran para la situación.

Se aplican los cuestionarios en tres momentos distintos, pero previo a su aplicación se presentan juegos para incentivar la participación de los estudiantes y para potenciar la capacidad de aprendizaje. Luego se realiza un análisis de estas respuestas de lo que se desprenden categorías para esta aplicación.

En la primera clase y previo a la aplicación del cuestionario 1, se entrega a los estudiantes un problema de pensamiento lógico-matemático (ver figura 13), el que consiste en mover un triángulo de monedas y dejarlo invertido. En esta actividad, los estudiantes estuvieron pensando un tiempo prolongado y les dificultaba no encontrar la respuesta de manera inmediata, plantean que se les entregara la respuesta y que se sentían frustrados a la hora de no encontrar el resultado.

Dale la vuelta

Observa los círculos de la derecha. ¿Cuál es el número mínimo de círculos que hay que mover para hacer que el triángulo apunte hacia abajo?

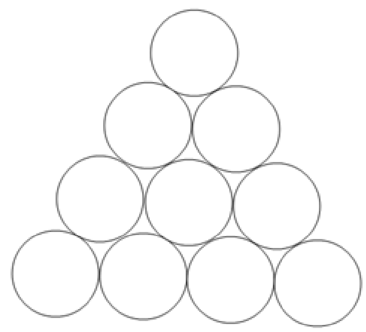


Figura 13. Aplicación del primer problema lógico matemático al inicio de la clase.

Una vez realizado este juego se plantea el cuestionario 1 (ver anexo 5, I). Mientras se aplica este cuestionario, los estudiantes realizan preguntas como: ¿Po qué debemos responder esto?, ¿cómo podemos resolver esto?, ¿Cómo puedo explicar esto?

En la segunda clase, se aplica el cuestionario dos y en esta oportunidad se les entrega una pregunta de pensamiento lógico matemático usando palitos de fósforos. El juego inicialmente se presenta con cuatro cuadrados realizados con palitos de fósforos (ver figura 14) y los estudiantes deben mover cuatro palitos para formar sólo tres cuadrados. Al igual que en el juego mostrado previo en el primer cuestionario, el tiempo empleado para responder el problema fue considerable. Los estudiantes trabajaron en grupos y se evidenciaron distintas maneras de encontrar la respuesta solicitada, posteriormente se les entrega el segundo cuestionario y se les pide que trabajen en grupo.

¿Tienes Fuego?

Dispón de doce cerillas o palitos sobre una mesa para formar cuatro cuadrados como los del dibujo. Cuando lo hayas hecho, intenta que estos cuatro cuadrados pasen a ser tres moviendo únicamente cuatro cerillas.

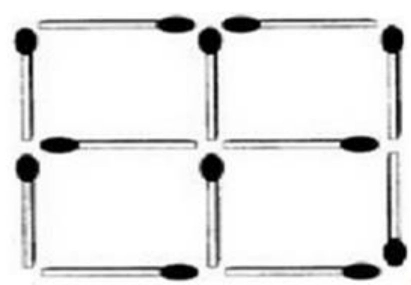


Figura 14. Aplicación del segundo problema lógico matemático al inicio de la clase.

En esta clase los estudiantes plantean que las preguntas son dificultosas y que les complica responderlas, se considera el trabajo en grupo y se manifiesta que pueden responder las preguntas como estimen conveniente, que si no entienden alguna pregunta la dejen sin responder, pero que intenten responder cada una de las preguntas dadas.

En la aplicación del tercer cuestionario (ver anexo 5, III), no se entrega previamente un juego lógico matemático, sino que se les pide a los estudiantes contestar directamente el cuestionario. En el desarrollo de sus respuestas los estudiantes comentaban entre ellos las respuestas y mantenían un orden y concentración, se sentían entusiasmados y contentos, ya que en esta oportunidad en los enunciados de los dos problemas planteados se consideraron los nombres de algunos estudiantes de la clase a petición de ellos mismos. Esto provocó mucha simpatía por su parte logrando responder de forma más positiva al cuestionario, considerando un esfuerzo y tiempo para desarrollar más extensamente sus respuestas, ya que los estudiantes no protestaban por el tipo de situaciones que se les pedía contestar.

La aplicación de la secuencia neurodidáctica se realizó en un período de cuatro semanas, la penúltima semana no se pudo aplicar cuestionario porque los estudiantes tenían una prueba fijada. De esta manera, entre el segundo y tercer cuestionario se deja una semana sin aplicación para que los estudiantes pudieran descansar y esperaran la aplicación del tercer cuestionario. El tipo de preguntas seleccionadas para cada cuestionario se realizaron con la intencionalidad de que los estudiantes en un primer momento modelaran las situaciones planteadas, en un segundo momento compararan los modelos proporcionados corrigiendo los errores y en un tercer momento tomaran decisiones de los modelos más adecuados y propusieran los modelos cercanos y los validaran para la situación.

Para el análisis de las respuestas efectuadas por los estudiantes, se recurrieron a dos tipos de análisis, el primero es usado para realizar un contraste entre las repuestas generadas antes de la aplicación del cuestionario y después de su aplicación, y el segundo es usado para realizar un análisis transversal de las respuestas.

5.1 Análisis aplicación de primer cuestionario.

En el siguiente análisis se evidencian las respuestas obtenidas posteriores a la aplicación del primer cuestionario que presenta dos situaciones problemas. Ambas situaciones se relacionan con un enunciado y con la búsqueda de expresiones algebraicas que los estudiantes debían encontrar. En la primera situación se considera una conversación que ha ocurrido en el curso y se lleva a un problema contextualizado donde un estudiante le pregunta a otro estudiante un problema con monedas. La segunda situación consiste en un problema donde se debe relacionar las medidas de una sala y donde se deben relacionar las dimensiones de la sala con expresiones algebraicas.

En la situación 1, los estudiantes deben responder 4 preguntas enumeradas con las letras de a) a la d) con el siguiente enunciado: "*Shai tiene en su monedero la cantidad de 200 pesos pero distribuidos en monedas de $10 y $5, en total tiene 22 monedas. Sebastián le pregunta. ¿Cuántas son de $10 y cuántas de $5? A lo que Shai responde "¿Por qué me preguntas eso?". Sebastián le dice "pues porque quiero saber". Con tu compañero de puesto comenta lo sucedido y respondan individualmente:*". El objetivo de esta pregunta es que los estudiantes puedan encontrar el número de monedas de $10 y $5, dándoles como datos el monto de dinero y la cantidad total de ambas monedas. Cuando los estudiantes responden las preguntas asociadas al enunciado, la gran mayoría de los estudiantes respondieron las preguntas a) y b) y donde se les pide encontrar el número de monedas para posteriormente dar sugerencias de cómo encontrar esa cantidad.

En la pregunta a) que consiste en: "**¿Cómo le podrías ayudar a Shai a responder la pregunta de Sebastián?**". Los estudiantes tienen dos posibilidades. En la primera, los estudiantes plantean como discurso que deben separar las monedas y contándolas como estrategia para ayudar a su compañero a encontrar el número de monedas. En la segunda posibilidad, algunos estudiantes realizan operaciones numéricas usando la calculadora o papel para encontrar el número de monedas, se observa que los estudiantes buscan el número de monedas por medio del método del ensayo y error (Ver figura 15).

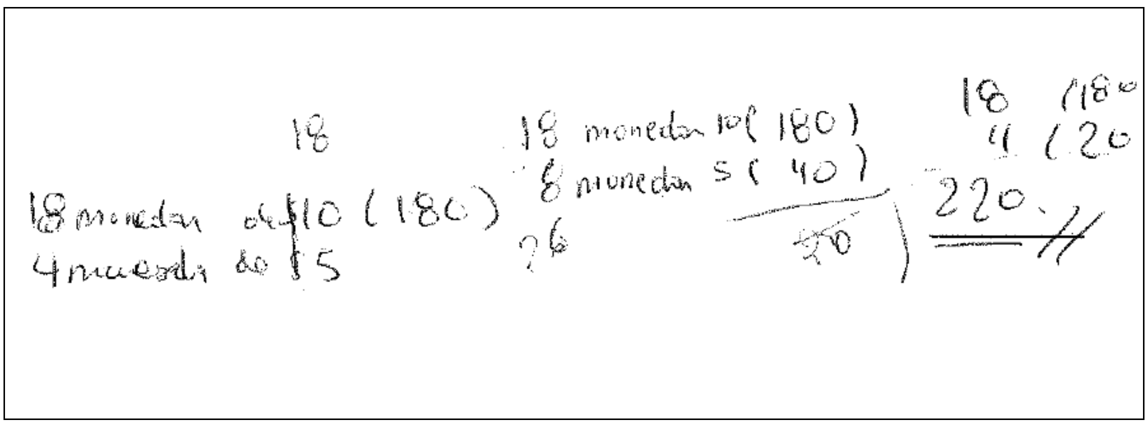


Figura 15. Resolución estudiante por medio de ensayo y error.

En esta pregunta los estudiantes contestan utilizando los recursos que usualmente ocupan para encontrar el número de monedas, estos corresponden a contar y separar. Pero cuando no tienen disponible material concreto en sus manos para realizar esta acción, deben experimentar por medio del ensayo y error efectuando cálculos con una calculadora o se imaginan esta situación en la realidad. El uso de letras para encontrar el número de monedas de $10 y $5 y formular una ecuación algebraica no estaba en sus planes para dar respuesta al problema. En este proceso los estudiantes se encuentran en un ámbito numérico y no son capaces de considerar el uso de variables para determinar lo solicitado.

En el transcurso de esta actividad los estudiantes se planteaban preguntas como "¿y para que debemos responder esto?", "¿y por qué haces estas preguntas?" (Se considera al estudiante de nombre Sebastián). Además los estudiantes no se motivaron en responder las preguntas

En la pregunta b) que consiste en "¿Cómo podrías encontrar el número de monedas de $10 y $5?". La gran mayoría realiza cálculos y procedimientos asociados para encontrar el número de monedas (ver figura 16). Tal cómo se señaló anteriormente los estudiantes utilizan recursos de ensayo y error para encontrar sus respuestas.

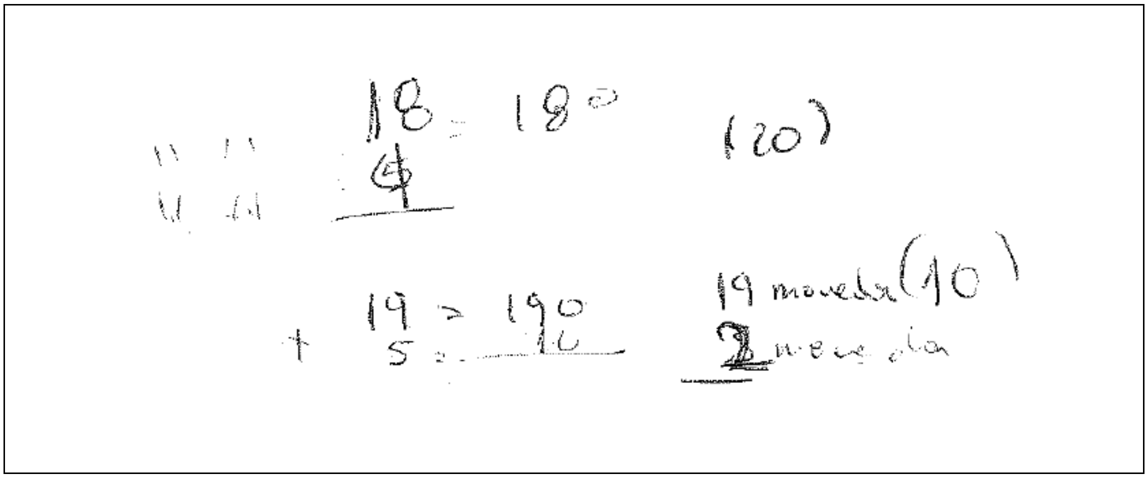


Figura 16. Ejemplo de estudiante con procedimiento ensayo y error.

En la pregunta c) la que plantea: “Ahora observa lo que hizo tu compañero de banco al responder las preguntas anteriores. ¿Pensaron de la misma manera? ¿Por qué?”, todos los estudiantes responden que efectivamente obtienen el mismo resultado, pues han trabajado en grupos y han discutido los procedimientos efectuados.

Para la pregunta d) “¿Cómo podrías explicar tu procedimiento en el curso para que se entienda de la mejor forma este problema? Los estudiantes logran explicar el procedimiento que ellos realizan para dar respuesta al problema, pero sus respuestas son muy escuálidas, por lo que se explicita que los estudiantes no pueden argumentar a este tipo de preguntas. Explicar el procedimiento que se realiza para encontrar una respuesta exige un nivel cognitivo mucho más elevado.

En la situación 2, los estudiantes se deben enfrentar al siguiente enunciado: “Considera que el ancho de una sala de forma rectangular mide la mitad de su largo y además su perímetro mide 66 m.”, donde deben determinar el área de una sala y para ello se le entregan algunas condiciones. Se deben responder seis preguntas de las cuales se intenta que los estudiantes puedan encontrar una expresión que determine al problema y que puedan encontrar solución o tipos de soluciones. En la pregunta a) al dar las condiciones necesarias se les plantea: “¿Cómo determinarías el área de la sala?”, solo un estudiante de los entrevistados plantea la manera básica de determinar el área de una figura rectangular. Los estudiantes presentan dificultades cuando deben relacionar y determinar una medida de un lado dando un valor desconocido para luego relacionar esta medida con el otro lado, podrían asumir que la medida de un lado es cualquier valor y desde ahí pueden partir desarrollando la idea de área.

En la pregunta b) que plantea que “Si el ancho de la sala aumenta en 2 metros. ¿Qué sucede con el largo? Explica.” Alguno de los estudiantes, plantea que “*el largo se mantiene igual si el ancho de la sala aumenta y plantea además que la sala toma forma cuadrada”,* por lo que se cree que el estudiante al quitarle unos metros de un lado se lo debe agregar al otro y de esta forma la figura inicial planteada se convierte en una figura cuadrada. Otro estudiante plantea que *“aumenta el largo también, pero en su doble”*, al analizar esta respuesta se puede observar que el estudiante se queda con la idea que cada vez que se aumenta el largo lo hará de la manera que indica el planteamiento inicial. Otro estudiante plantea solamente que *“el largo disminuye”,* pero no explica porque sucede esto.

En a pregunta c) que plantea: “Al aumentar o disminuir los lados de la sala ¿Qué ocurre con el área?” Uno de los estudiantes responde que la “aumenta con su doble”, una vez más este estudiante se queda con el planteamiento inicial y realiza un dibujo ejemplificando esta respuesta (ver figura 17). Además otro estudiante plantea que “el área disminuye”, este estudiante como plantea que las medidas de los dos lados aumenta, por consecuencia el área debe disminuir.

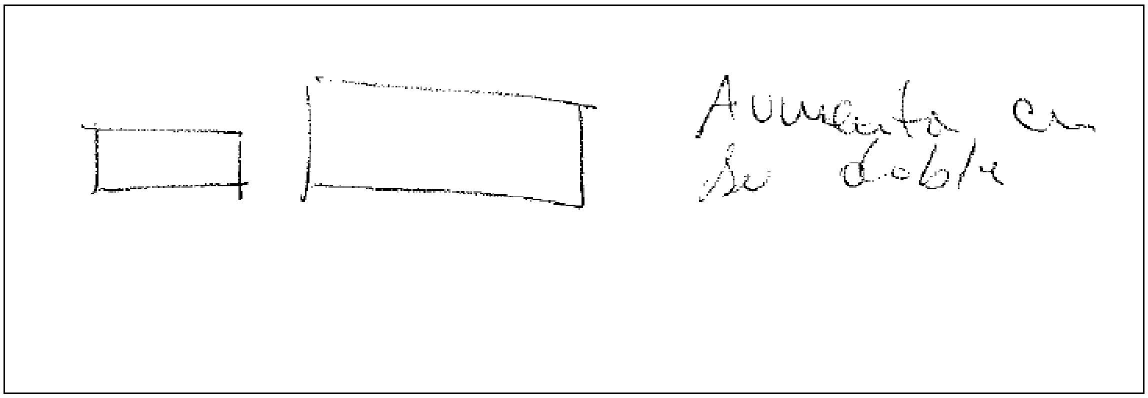


Figura 17. Apoyo visual de estudiante para encontrar el área de una figura rectangular.

Se observa que los estudiantes no pueden explicar cómo han realizado sus procedimientos y se confunden con los planteamientos del problema, lo que puede indicar que las preguntas asociadas al problema fueron confusas para ellos o quizás no leyeron bien las preguntas para responder. También no logran relacionar que el planteamiento del problema logra generar una expresión algebraica que ayude a determinar respuestas.

5.2 Análisis de la aplicación del segundo cuestionario.

En un segundo cuestionario se plantean dos situaciones problema, las que en el desarrollo del pensamiento numérico-algebraico son opuestas. En la primera situación, se busca modelar una expresión algebraica correspondiente a una secuencia numérica que determina un patrón algebraico. En la segunda situación, se relaciona un problema con una expresión algebraica planteada en la que los estudiantes deben decidir si la expresión señalada es la correcta, en el caso de que ellos consideren que la expresión planteada no es correcta deben proponer una nueva expresión en el caso que no sea.

En la situación 1 (ver figura 18), los estudiantes deben responder 6 preguntas asociadas a la imagen entregada, la situación propuesta corresponde a:

Observa la siguiente situación:

Figura 18. Apoyo visual de situación 1.

En la primera pregunta correspondiente a "Explica con tus palabras lo que puedes observar de estos dibujos". Los estudiantes lograron involucrarse con la actividad y responder lo que iba ocurriendo con la situación propuesta, los estudiantes trabajaron de manera individual o en parejas y relacionaron la cantidad de círculos o pelotas con la figura planteada para cada lugar.

La gran mayoría de los estudiantes relacionan las figuras con la cantidad de círculos asociados a múltiplos de 2. Se presentan las respuestas obtenidas de cada estudiante:

- Uno de ellos propone que ***"a medida que aumentan los círculos todas las cantidades son múltiplos de 2"***, este estudiante a comprendido que en cada una de las figuras planteadas el proceso de incorporar nuevos círculos va aumentando, en su análisis nos plantea que la cantidad de círculos son múltiplos de 2 (ver figura 19), lo que demuestra la necesidad por encontrar una regularidad.

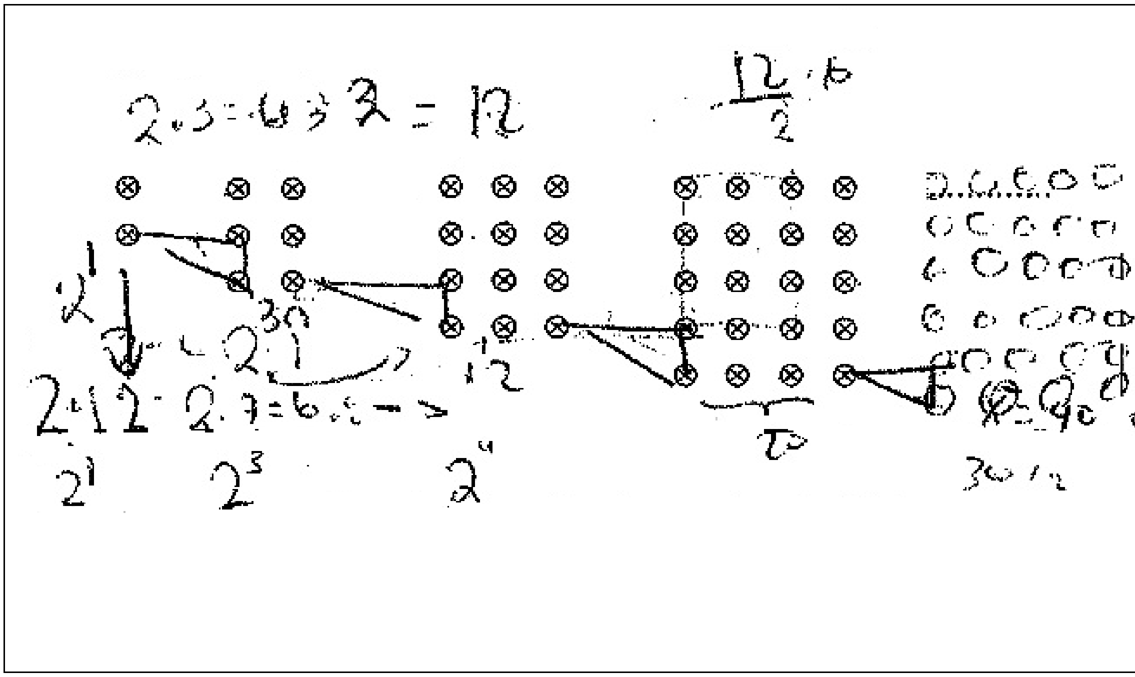


Figura 19. Resolución de estudiante frente a problemática de regularidad**.**

Como se observa en la figura el estudiante intenta formar un patrón numérico asociado al triángulo que se repite en cada una de las figuras presentadas en la situación planteada. Posteriormente intenta relacionar el número de círculos a potencias de 2 como se observa en la parte posterior.

- Otro de los estudiantes frente a la pregunta plantea “***Observo que estos dibujos poseen un patrón y una lógica funcional”,*** este estudiante cuenta los círculos por cada figura y además agrega una nueva figura de un círculo al inicio de la secuencia de figuras para observar que la base se va repitiendo a medida que avanza en la regularidad, se observa que marca verticalmente una base de 2 y otra de 3 círculos que se obtienen intercalados (ver figura 20).

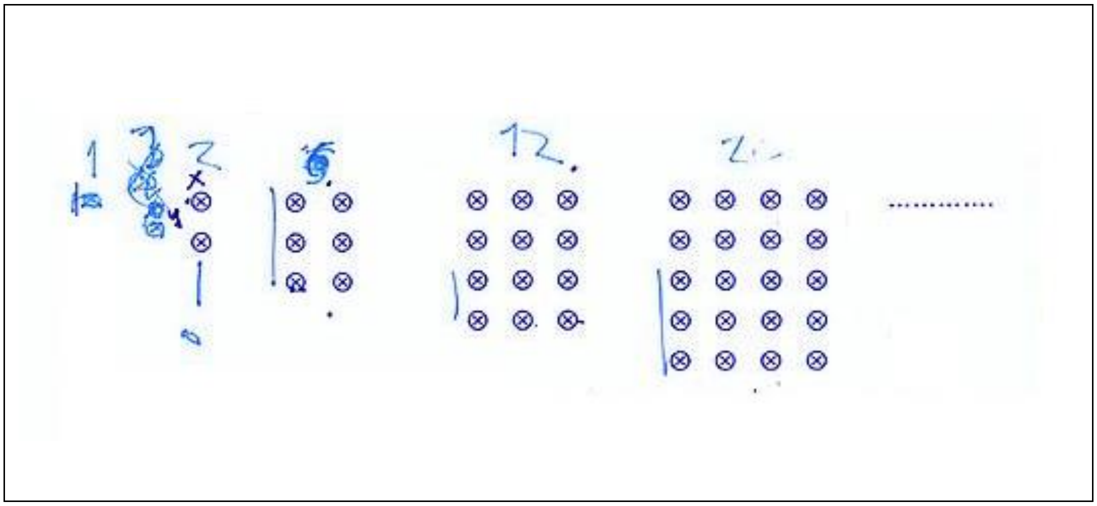


Figura 20. Resolución de estudiante agregando una figura inicial.

Como se observa, busca una similitud entre las figuras impares y pares, la primera figura con la tercera muestran un rayado que permite comprender de esta manera la búsqueda de una similitud de círculos que se repiten en la tercera figura y lo mismo sucede con la segunda figura y cuarta figura que se busca una similitud de base de 3 círculos.

- Al igual que lo descrito anteriormente por el estudiante, una de las respuestas presentadas por otro estudiante plantea "***que va aumentando mientras se multiplica por 2***", (ver figura 21).

.

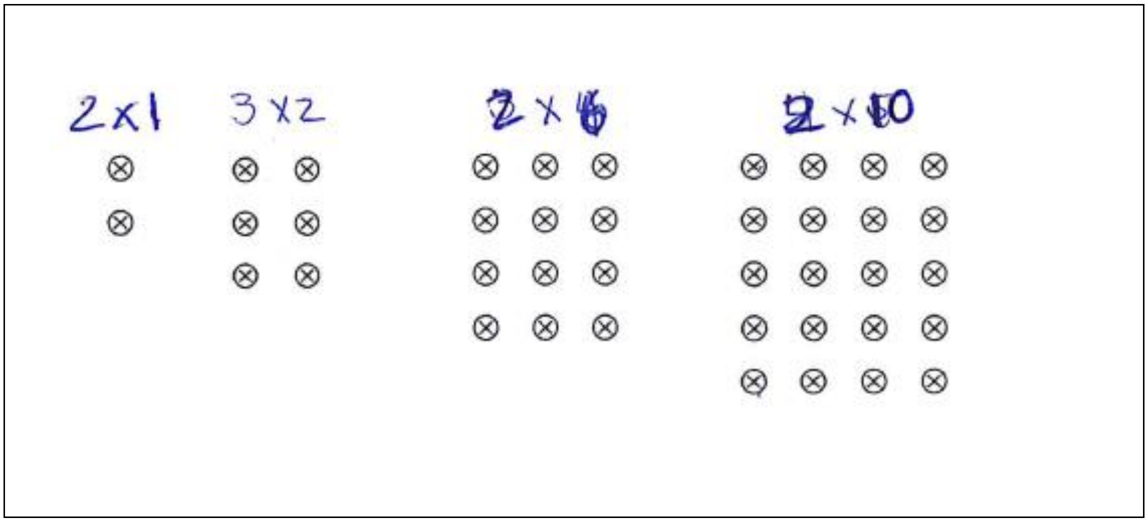


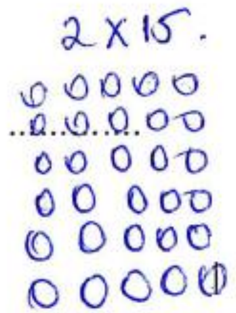
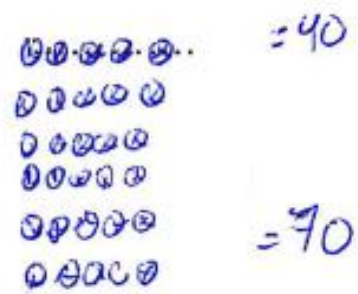
Figura 21. Resolución de estudiante con multiplicación de valores.

Al observar la figura se identifica que el estudiante intenta buscar la relación de cada una de las cantidades de círculos asociados a cada una de las figuras que comprenden la situación. La cantidad de círculos se va desglosando e intentando buscar un patrón, así vemos el caso para la primera figura correspondiente a 2x1, la segunda figura 3x2, la tercera figura 2x6, la cuarta figura 2x10 y la quinta figura 2x15. Es por esto, que el estudiante en la siguiente figura la crea buscando una similitud con las anteriores. Otra de las respuestas encontradas dentro del mismo contexto plantea que "***con círculos con una x al medio… tiene relación entre sí xq están multiplicado x 2 y todos son números pares***". Este estudiante, si bien no realiza una relación tan explícita utiliza el mismo razonamiento de los anteriormente descritos, como también lo describe otra respuesta entregada por otro estudiante que recalca "***Todos los números son múltiplos de dos. A cada***

ejercicio se le agrega una fila hacia el lado y hacia abajo". Así también otro estudiante señala "***lo que puedo observar es que son pequeños círculos que van formando rectángulos gradualmente aumentan su tamaño***".

En la pregunta b) se les pide que contesten: ¿Por qué crees que sucede esto? los estudiantes señalan que "***porque va aumentando x2***", "***porque con múltiplos de dos***", "***porque hicieron así el dibujo***", "***la base es 1X2***". Por lo que se concluye que las relaciones que ha deducido están asociadas a una multiplicación por 2.

En la pregunta c) se plantea que "**Sí agregaras una figura más. ¿Cómo sería esta figura? Dibújala".** Ellos plantearon los siguientes dibujos (Ver figura 22).

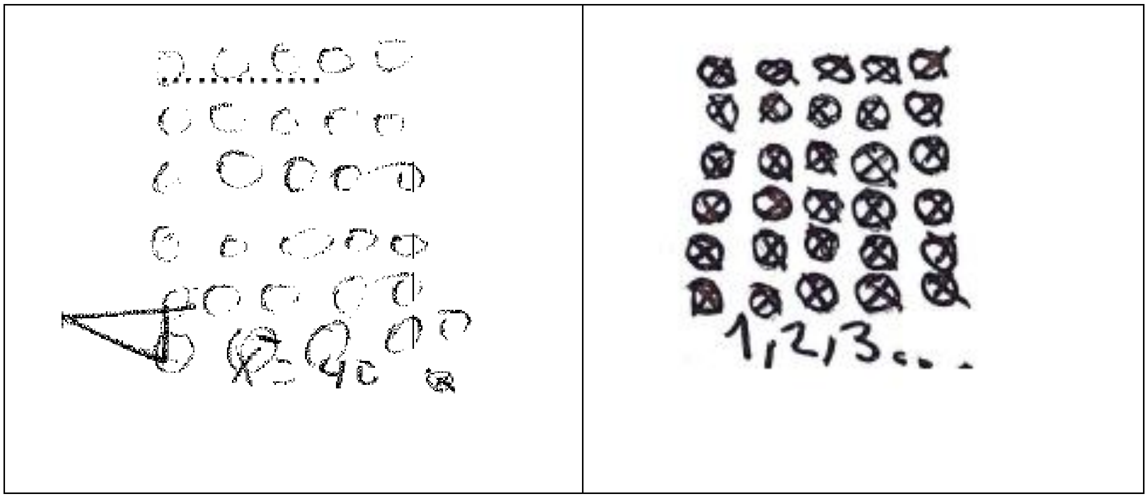


Figura 22. Dibujos asociados a la pregunta de regularidades.

En estos dibujos los estudiantes presentan cuatro formas distintas de realizar una figura, pero siguen con la misma estructura formando un rectángulo de lado 6 por lado 5, lo que permite evidenciar que han comprendido la lógica asociada a la secuencia de figuras.

Al considerar la pregunta d) “**¿cómo describirías la figura que se forma?**”. Las respuestas de los estudiantes señalan que se forman figuras rectangulares y sólo uno explica que “se agregan una fila más hacia el lado y otra hacia abajo”

En la pregunta e) se les pide que respondan “¿Hay algún procedimiento que determine la generación de figuras? Explica”. Algunos estudiantes responden “la *multiplicación todos con múltiplos de 2”*, “*se suma una fila al costado y una fila abajo”*, *“se suman las filas una hacia a lado y otra x abajo”*. Estas respuestas se encuentran en los procesos básicos de generación de figuras. Por otro lado, ya algunos estudiantes comienzan a identificar una incógnita asociada a la posición de la figura como es el caso de los siguientes estudiantes, que plantean que "multiplico por x n", $"\mathrm{x}=1\,\mathrm{y}=2 \quad \mathrm{z}=2 \;\; \mathrm{y}=\mathrm{z}-\left(\frac{1}{2}x\cdot z\right)$ y plantea además "contando y teniendo en cuenta la relación 1:2 se cambia los valores de x y z según la relación $\mathrm{z}=\mathrm{y}\cdot\mathrm{x}$". Para este estudiante, el uso de letras es lo más apropiado para dar respuesta a la pregunta planteada, como se observa el uso de la razón 1:2 se relaciona con la multiplicación por dos de las cantidades de círculos asociados a cada figura presentada en la regularidad.

Para la pregunta f) se les pregunta a los estudiantes "¿Es la única manera? Describe otras maneras de encontrarlas." En su gran mayoría los estudiantes coinciden que es la única manera de encontrar una figura cualquiera en la situación.

Para el caso de la pregunta f) cuando se les pide que contesten "¿Cómo se podría saber el número de pelotas de una figura cualquiera? Explica". Los estudiantes plantean que "*porque a todos se les suma una fila hacia el lado y hacia abajo*", "*se multiplica la cantidad que hay en la primera fila y en la primera hilera*", este estudiante se apoya en un dibujo (ver figura 23).

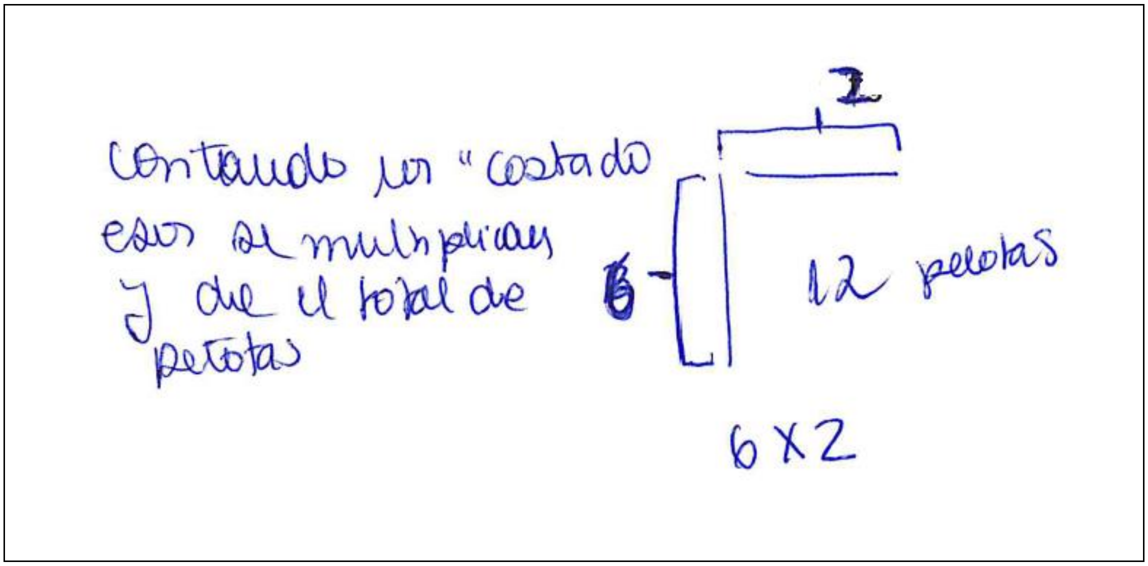


Figura 23. Respuesta final de estudiante para encontrar la relación final de la regularidad.

Por otro lado, solo un estudiante relaciona la relación de figuras que el encontró con una expresión que se relaciona con la multiplicación por 2. Por lo que plantea que la relación de encontrar cualquier figura se puede representar por $x\,\text{pelotas} \cdot 2 = 2\text{x}$ y también se apoya de una imagen que pretende evidenciar la idea expuesta (ver figura 24).

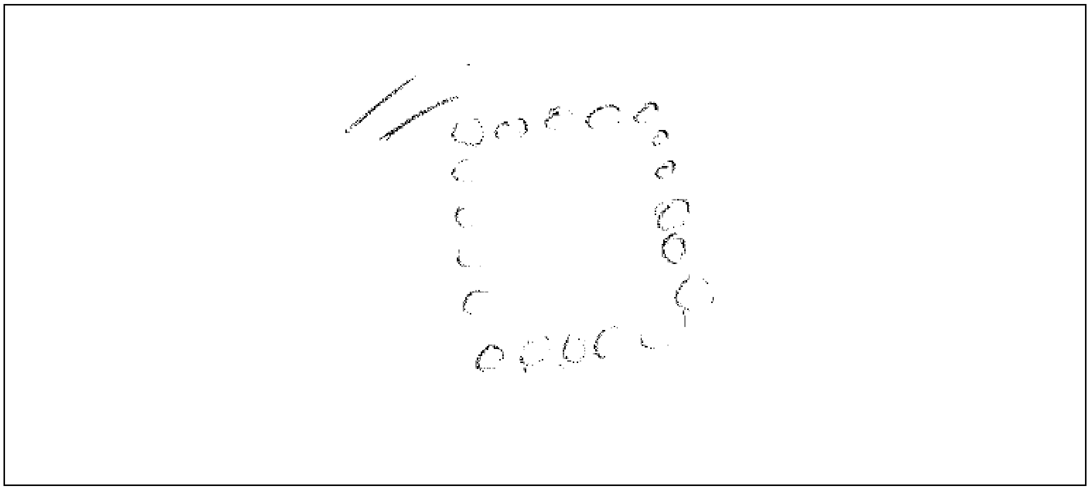


Figura 24. Ejemplo de estudiante frente a pregunta f).

Si bien es una figura que contempla solo el borde, ejemplifica la relación que existe de la figura asociada en el apartado c) y que corresponde a un rectángulo de lado 5 y lado 6.

Para la segunda situación del cuestionario, “En un trabajo grupal se pide que revises el desarrollo de una actividad a un compañero de curso. Se planteó el siguiente problema: “En una tienda de muebles, se ofrece un sueldo de $ 250.000 más $ 5.000 por cada mueble terminado. ¿Cuál es la expresión que modela esta situación?” y la respuesta que se obtuvo fue la siguiente: “ $sueldo = 250.000 \cdot n + 5.000$ ” *n es el número de muebles*.” Los estudiantes frente a la pregunta a) “¿Consideras correcto el desarrollo efectuado por tu compañero? ¿Por qué?”, responden que la respuesta planteada no es la correcta, pues “*no esta correcto porque las multiplicaciones están hechas de mala manera”*, “*no, porque lo hace mal*”, “*no, no esta correcto ya que el sueldo* *final no es lo que se debe multiplicar por la cantidad de muebles*" "*no, porque debería ser así* $250.000 + n \cdot 5.000$*",* "*es* $250.000 + n \cdot 5.000$". Todos los estudiantes plantean que lo entregado en la situación no es la respuesta correcta al momento de generar una expresión algebraica.

En la pregunta b) ¿cuáles condiciones facilitan la comprensión del problema? Explica. Los estudiantes presentan respuestas variadas:

Uno de los estudiantes plantea las siguientes relaciones o condiciones (ver figura 25) de las variables para encontrar respuesta al problema.

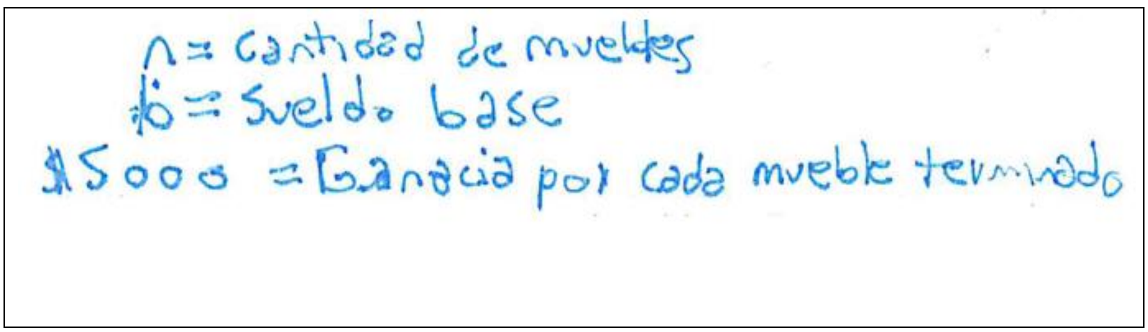


Figura 25. Relación de variables presentadas por estudiante.

En la pregunta c) ¿Cómo lo guiarías para que desarrollara el problema?, los estudiantes plantean que le explicarían de las siguientes maneras:

- Así que sumamos 250.000 con la cantidad de muebles terminados multiplicados por 5000

- Que, porque cada mes que gane su sueldo se suma 5.000 por cada mueble terminado

- Que cambiara el orden de las multiplicaciones

- El número de muebles vendidos más el sueldo base más todos los muebles que logre vender

- $250.000 + n \cdot 5.000$

- Que por cada mes que gana su sueldo (250000), se le suma 5000 por cada silla terminada

Luego en la pregunta d) ¿Cuáles elementos del problema te permiten encontrar una respuesta? Explica. Los estudiantes plantean que depende de “la cantidad de n que haya”, “El sueldo final no se multiplica ya que no influye en la cantidad de muebles, por eso se debe multiplicar los 5000 por la cantidad de muebles vendidos y ese resultado sumarlo a los 250.000”, “las dos cantidades (250.000/5000) y la pasa “ por cada mueble determinado”, “el 250.000 y el 5.000”, “el sueldo: con el sueldo sabemos la base del resultado, la cantidad de muebles terminados: con esto sabremos cuantas veces la persona recibe los $5.000 pesos que recibe la persona por cada mueble que se ha terminado.”

Finalmente en la pregunta e) ¿Cómo encuentras la solución del problema? Explica. Los estudiantes respondieron:

- Se suma el total del sueldo, más los 5000 multiplicados por la cantidad de muebles vendidos $250.000 + (5000 \cdot \mathrm{x})$

- Multiplicando los $5000 por cada mueble vendido y sumarlo al sueldo base

- $250.000 + \mathrm{n(muebles)} \cdot 5000$

- $250.000 + \mathrm{n} \cdot 5000 = 250.000 + 5000^{(\mathrm{n})} = 255.000^{(n)}$

Se observa que los estudiantes logran establecer la importancia de la variable y entienden que la variable n está asociada con el número de unidades y no como se había planteado anteriormente. Si bien este tipo de problema es muy usado para relacionar la función afín, los estudiantes presentaban problemas al modelar este tipo de expresiones.

5.3 Análisis aplicación del tercer cuestionario.

En este cuestionario las dos situaciones involucradas corresponden a comparaciones de expresiones algebraicas y donde los estudiantes deben decidir cuáles de las entregadas son las más adecuadas para describir a las situaciones planteadas. En la primera situación se plantea una caracterización de la fiesta de fin de año que tiene el curso y se presentan nombres de los integrantes del curso. Los estudiantes solicitaron ser partícipes de los problemas, es decir que se sintieran involucrados en el enunciado y se sintieron satisfechos en la incorporación de sus nombres. Se entregan dos modelos de los cuales tendrán que identificar cuáles de los dos lugares propuestos es el más conveniente. En la segunda situación se presenta un enunciado con tres modelos algebraicos de los que deben elegir cuál de ellos se relaciona con la situación planteada.

En la situación 1, que propone como enunciado “Para la fiesta de fin de año, se realizan cotizaciones en dos lugares diferentes con capacidad máxima para 100 personas. Daniel junto a Gabriela cotizan cuáles son los valores más adecuados y se los presentan en la reunión del curso.” Se plantean dos relaciones de variables (ver figura 26) en donde los estudiantes deben decidir cuál de las dos alternativas es la más adecuada.

.

Primera oferta	Segunda Oferta
“HOTEL GAGA”	***“HOTEL I’OGGINS”***
P=número de personas	**P=número de personas**
R= costo por bar abierto	**R= costo por bar abierto**
Costo total= P*R+1.500	**Costo total= p*1.500 +R**
Importante: El costo de bar abierto corresponde a $10.000	**Importante: El costo de bar abierto corresponde a $100.000**

Figura 26. Comparación de modelos, situación 1. Cuestionario 3.

Esta situación sólo presenta cuatro interrogantes, en la pregunta a) se les indica a los estudiantes “Observa las dos propuestas y sin realizar cálculos. ¿Cuál de las dos ofertas es más conveniente? Explica.” Los estudiantes deben observar las propuestas y sin realizar cálculos deben encontrar la expresión que más les convenga. La mayoría de las preguntas entregadas por ellos se inclinan por la respuesta 2, al preguntarles porqué creen eso ellos argumentan: “porque se calcula el número de personas por 1500”, “están casi iguales, pero en el caso del bar el hotel gaga es más caro que el otro”, “la 2^{da} propuesta es más conveniente ya que sale menos dinero multiplicar por 1500 que multiplicar por 10.000”. Mientras que otros estudiantes plantean que “la más conveniente es el del hotel Gaga”, “a simple vista se ve mucho más factible la 1^{er} oferta”. Y otro estudiante plantea que “la segunda si van muchas personas y la primera si van pocas”.

En esta situación hubo diferencias en la toma de decisiones, algunos se inclinaron por una única opción, y sólo un estudiante planteaba que las dos opciones eran convenientes mientras la cantidad de personas iban aumentando para una y disminuyendo para la otra.

Las similitudes encontradas en la aplicación de cuestionarios a los estudiantes, consideran a los tipos de pensamiento utilizados en el desarrollo de las problemáticas, predomina el pensamiento numérico y les resulta dificultoso trabajar con términos algebraicos. Los estudiantes tuvieron problemas al modelar situaciones, pero en el proceso de comparación de las respuestas lograron revelar la utilidad de las variables.

En los problemas de modelación con apoyo visual, los estudiantes consideraron que la figura va aumentando en múltiplos de 2, por lo que considerar una expresión que determine el número de círculos de cualquier figura debe estar conectado con esta relación. La modelación de situaciones utilizando expresiones algebraicas es considerada una dificultad por parte de los estudiantes, por lo que la gran mayoría aún presenta problemas en el pensamiento inductivo y las respuestas más favorables se encuentran en preguntas de deducción.

5.4 Análisis de resultados por estudiantes.

Estudiante 1(Shai). En el primer cuestionario el estudiante responde en mayor cantidad las respuestas de la situación 1. Se observa que considera como estrategia de resolución el uso de operatoria numérica y asocia frases con los números. Cuando debe responder las preguntas que piden explicar la manera que utilizó para resolverlas, el estudiante explica apenas su proceso de resolución y plantea la idea general de cómo resolvería la situación. En la segunda situación, responde solo a tres de las seis preguntas planteadas, lo que intenta es realizar un dibujo para intentar apoyarse en el información entregada por el enunciado. Para responder a la primera pregunta realiza cálculos numéricos (ver figura 27) que le sirven de guía para encontrar la solución al problema, además se apoya de una imagen que si bien no lo relaciona con los valores proporcionados por él en la parte superior. Esto le permite ordenar sus ideas internas y poder intentar dar una respuesta a la problemática.

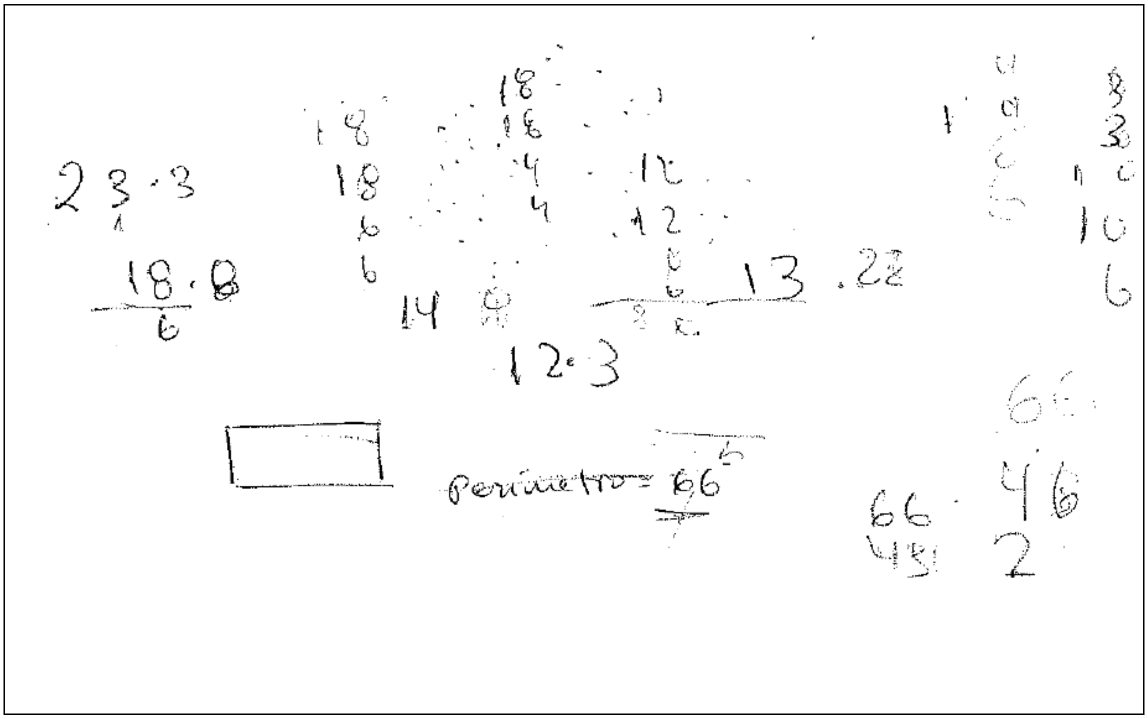


Figura 27. Ejemplo de estudiante por medio de ensayo y error, con apoyo visual.

Al analizar las respuestas de las dos situaciones planteadas, se evidencia que el estudiante no piensa en usar letras para encontrar las respuestas, en este momento de su aprendizaje se evidencia que el estudiante se encuentra en un ámbito numérico.

En el segundo cuestionario, el estudiante comienza a indagar en un procedimiento algebraico. En la primera situación, se plantea un recurso visual que le permite al estudiante encontrar una relación de la cantidad de círculos que tiene cada figura. De esta manera, va configurando la relación del número de círculos y logra establecer una expresión algebraica $2 \cdot x$, esta relación se manifiesta en la figura, en la que se observa que busca un patrón de base dos. Se entiende además que logra comunicar la relación de las figuras siguientes y que intenta dar una relación primitiva para generar cualquier figura de la secuencia. En la segunda situación el estudiante no presenta problemas, es capaz de decidir que la expresión entregada no es la adecuada para la formulación del problema y plantea la expresión que debería ser la correcta. En este problema se le entrega las variables que utilizará y que debe reacomodar para presentar la expresión que si cumple con el enunciado del problema.

En el tercer cuestionario, para la primera situación se plantea que el estudiante se inclina por la segunda oferta propuesta, enfatizando que "*por que se calcula el número de persona por 1500"*. Realiza una comparación de las dos ofertas dando valores (ver figura 28).

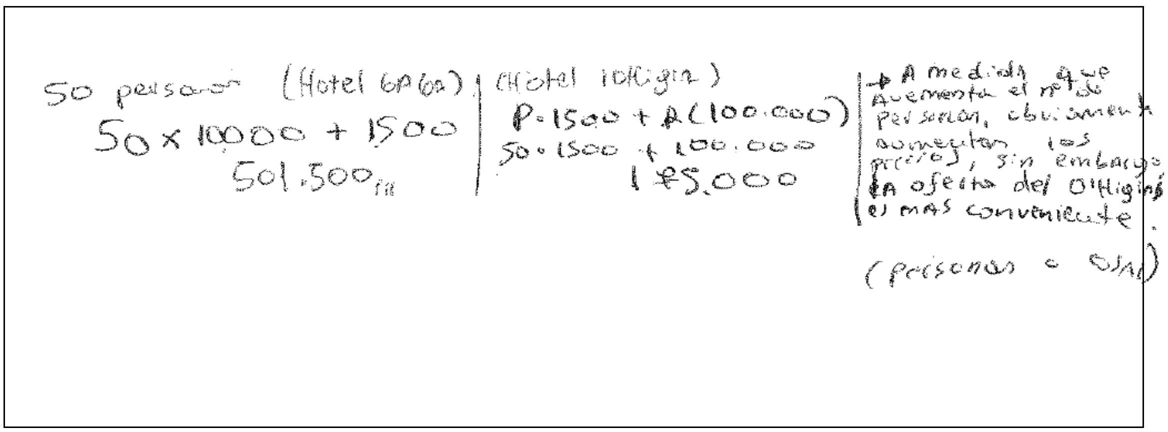


Figura 28. Comparación de modelos por estudiante frente a situación 1 del cuestionario 3.

Plantea que a medida que aumenta el número de personas aumenta también los precios, pero insiste que la oferta del segundo es más conveniente. Entiende que las variables permiten encontrar otros valores y que son requeridas para encontrar la solución al problema. Estas variables indican que al comparar los valores finales de cada oferta, plantea *"…siempre iran teniendo una diferencia en el resultado ya sea más o menos."*

En la segunda situación, el estudiante define que la resolución 1 es la que más se adecúa al problema propuesta, porque en las otras faltan datos. En esta situación, el estudiante no razona adecuadamente en la selección de los procedimientos, pues no comprueba que la resolución que ha decidido es la correcta. En la última pregunta, el estudiante plantea un enunciado que le permite comprender la situación planteada, bajo una perspectiva numérica a utiliza las mismas condiciones que se encuentran en el enunciado original.

Al observar las respuestas de los tres cuestionarios, se evidencia que el estudiante logra de manera incipiente integrar expresiones algebraicas, predominando el pensamiento numérico. El uso de situaciones neurodidácticas logra que el estudiante pueda expandir sus ideas, se nota una evolución en la aplicación de los cuestionarios porque inicialmente el estudiante justificaba brevemente las preguntas propuestas en las situaciones y luego se evidencia una expansión de las ideas, lo que demuestra que la aplicación de cuestionarios puede contribuir al desarrollo de ideas más profundas.

Estudiante 2(Alyson). Este estudiante en el primer cuestionario solo responde dos preguntas de la primera situación, las que se refieren a dar ideas de cómo ayudar a responder el planteamiento del problema, utiliza recursos numéricos para responder a la pregunta b) y lo expresa como una suma de valores (ver figura 29).

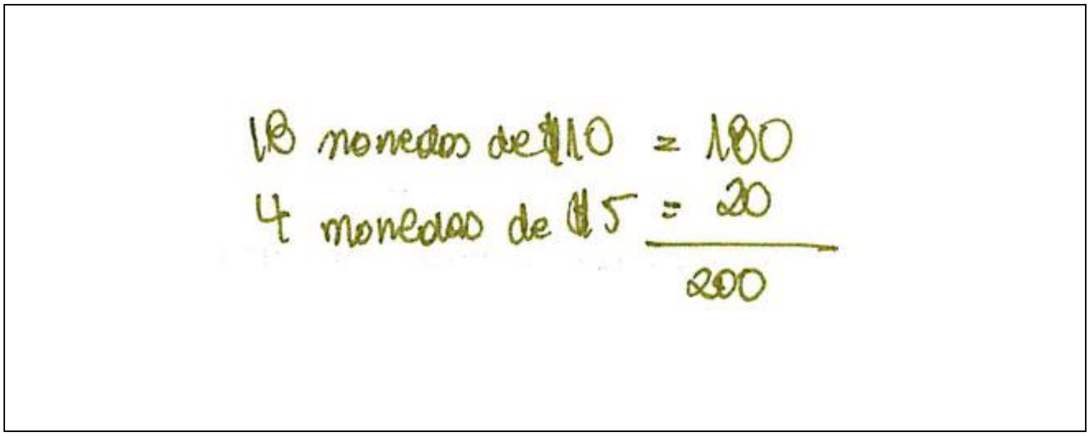


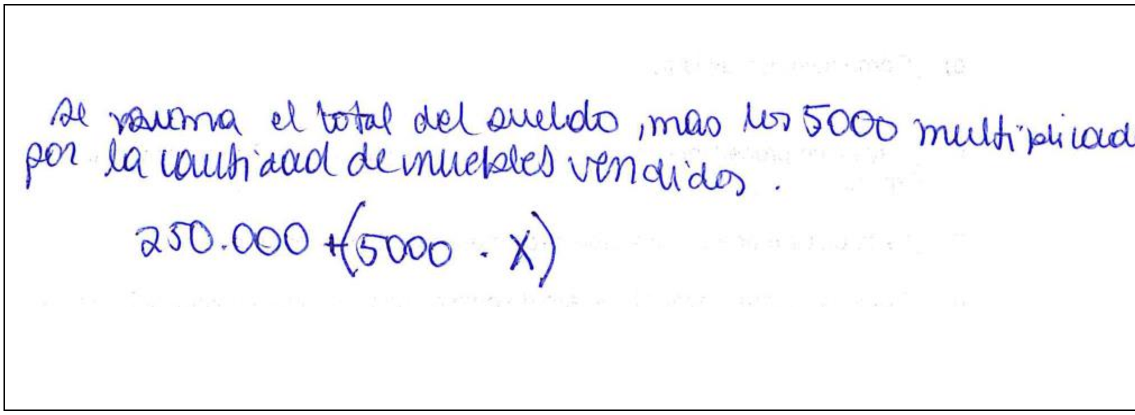
Figura 29. Resolución de estudiante para pregunta b).

Como se evidencia, el estudiante logra encontrar la respuesta correcta usando 18 monedas de $10 y 4 monedas de $5. Para dar respuesta a la pregunta planteada el estudiante realiza un proceso interno, en el que no usa calculadora para plantear los resultados.

En la segunda situación, también contesta las tres preguntas de las propuestas y plantea respuestas asociadas al concepto de área, dando una idea general de cómo encontrar el área relacionado con el enunciado del problema. En la segunda respuesta dada por el estudiante plantea que si el ancho aumenta el largo se mantiene igual y la figura toma una forma más cuadrada. En esta respuesta la estudiante se deja guiar por la información que le entrega el planteamiento del problema. Luego en la tercera respuesta relaciona que si las medidas de los lados aumentan o disminuyen, el área disminuye, en este tipo de respuesta la estudiante también utiliza recursos disponibles en el enunciado de la pregunta.

En las respuestas del cuestionario dos para la primera situación, la estudiante logra responder a una mayor cantidad de preguntas y puede relacionar la información de las figuras a través de una relación entre los círculos, considera como relación que los círculos van aumentando en múltiplos de dos. De esta manera, cuando comienza a interactuar con cada figura comienza a existir un proceso mental que incluye una manipulación y búsqueda de relaciones sencillas y adecuadas al problema. Al momento de preguntar cómo se podría encontrar el número de círculos de una figura cualquiera, la estudiante plantea el procedimiento básico adquirido en el proceso de moldear las siguientes figuras, no considera una expresión algebraica que le permita generalizar el procedimiento de la situación.

En la segunda situación del cuestionario dos, la estudiante plantea que el procedimiento que se le entrega para resolver el problema no es el adecuado y considera que la cantidad de muebles no es un variable que se deba multiplicar por el sueldo final, es decir, contempla un orden en la elección de las variables y la funcionalidad de estas en la modelación de la situación. En esta situación se evidencia que hay un manejo más claro de las ideas y puede argumentarlas para considerar la respuesta más adecuada. Finalmente considera la expresión adecuada considerando como valor fijo $5.000 por la cantidad de muebles, esto se evidencia en la figura 30.

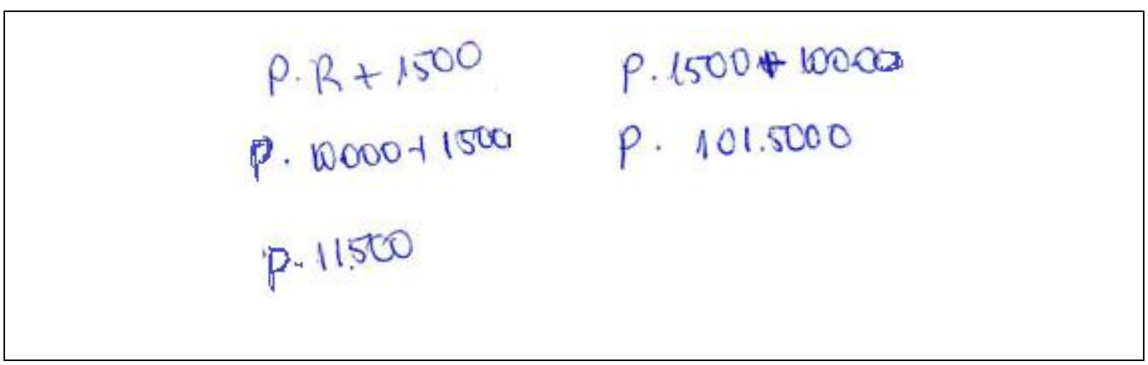


se suma el total del sueldo, mas los 5000 multiplicados por la cantidad de muebles vendidos.

250.000 +(5000 · X)

Figura 30. Expresión final para la situación planteada.

Para el tercer cuestionario, en la primera situación el estudiante compara las dos propuestas de las ofertas y plantea que la segunda es la más conveniente, ya que al multiplicar por 1.500 es más barato que multiplicar por $10.000. En esta pregunta la estudiante hace una comparación de los dos modelos planteados en la situación (ver figura 31), lo que evidencia un problema en el uso de la variable “p” correspondiente al número de personas, considerando sólo los números y no respetando la multiplicación involucrada en las variables.



p · R + 1500   p · 1500 + 10000

p · 10000 + 1500   p · 101.5000

p · 11500

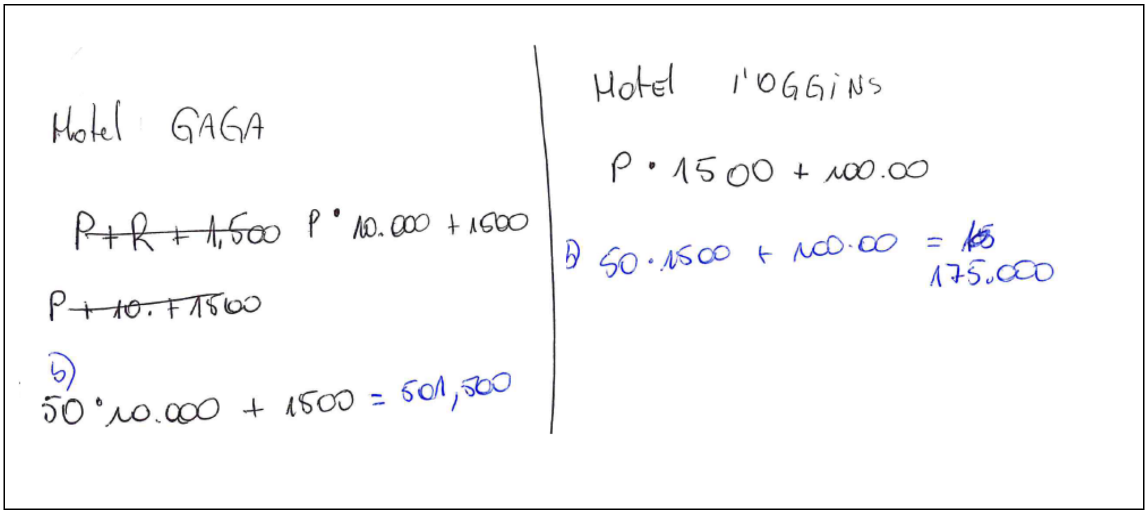


Figura 31. Comparación de modelos desarrollados por la estudiante frente a situación planteada.

Se crea una confusión en el uso de las variables, pero el estudiante comprende que si el número de personas aumenta en cada modelo, estos tienden a disminuir y realiza una comparación con el número de personas igual a 50. También comprende que si las variables se modifican están interfieren en los valores finales dependiendo del orden que se les entregue.

En la situación dos, la estudiante plantea que la resolución correcta es la número tres y plantea otro procedimiento (ver figura 32) como alternativa de resolución.

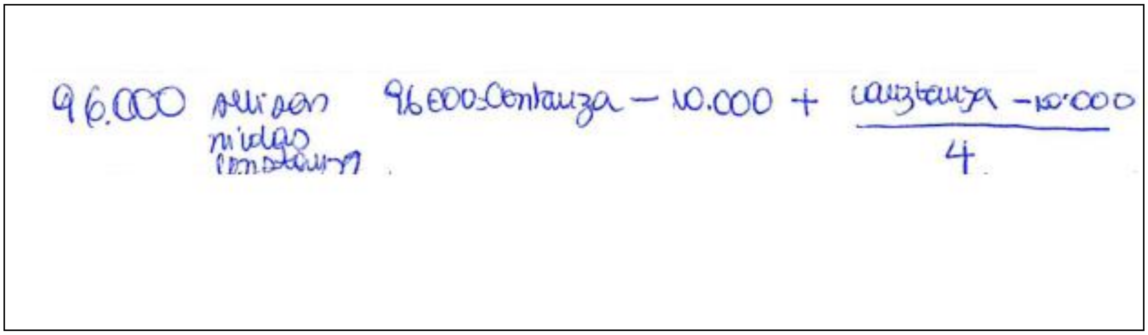


Figura 32. Modelo de resolución propuesto por la estudiante con nombres como variables.

La estudiante plantea que de manera similar que la resolución seleccionada conforma una ecuación donde el total sigue siendo $96.000 y donde las variable utilizada es “Constanza”, a pesar de no definir que es una variable la utiliza como una incógnita en dos oportunidades de la ecuación y para reforzar este procedimiento considera un apoyo numérico que comprueba los resultados de su nueva expresión (ver figura 33).

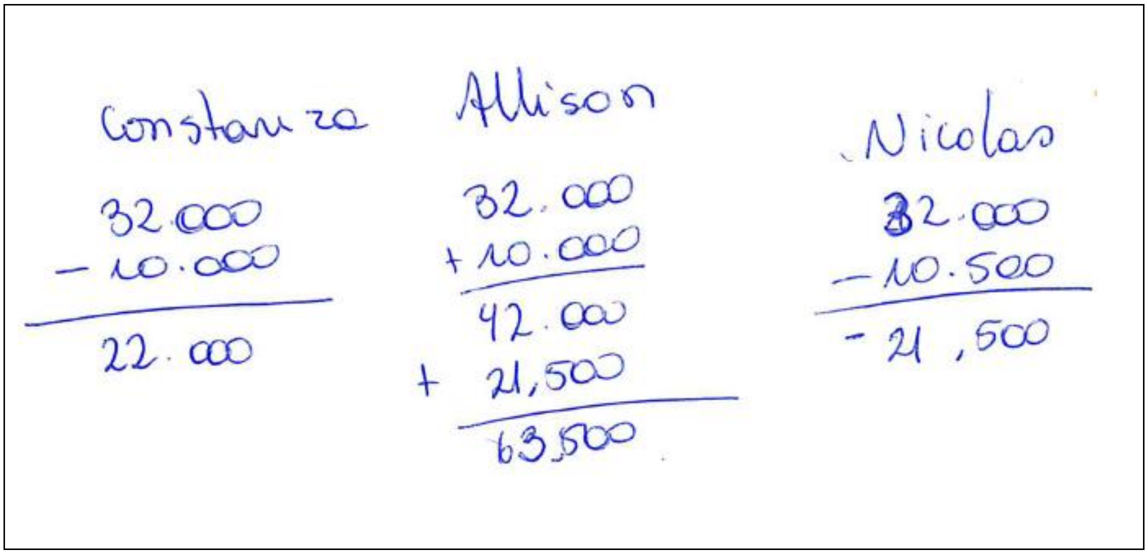


Figura 33. Procedimiento alternativo propuesto por la estudiante.

En el procedimiento realizado, la estudiante considera tres sumas para los tres integrantes del problema, en primer lugar estima que valor total se divide por las personas involucradas obteniendo como resultado $32.000. Este valor juega un rol muy importante, ya que es considerado en cada una de las sumas como un valor fijo en el que se agregan o quitan valores planteados en el enunciado.

Al observar las respuestas entregadas en los tres cuestionarios, se evidencia que la estudiante razona numéricamente las respuestas. Considerando el uso de variables para corregir o para plantear otras expresiones a las ya establecidas, pero también en algunas situaciones confundiéndose en el proceso de decidir cuál modelo es el más adecuado en una situación planteada. Si bien la estudiante presenta mejoras en el desarrollo de pensamiento algebraico, el uso de letras es una de las dificultades que se presenta en la resolución de las situaciones y ella lo manifiesta cuando se les pregunta por las dificultades que tiene para resolver este tipo de problemas, a lo que declara: *“El uso de las letras como los valores”*. En general, la estudiante no desarrolla sus ideas y se desenvuelve brevemente considerando los cálculos como apoyo de su razonamiento.

Estudiante 3 (Sebastián). Este estudiante en el primer cuestionario responde sólo dos preguntas de la primera situación, una comprende al procedimiento efectuado para encontrar el número de figuras a lo que responde que “lo tiene que +” y en la segunda pregunta que hace alusión a la cantidad de monedas de cada valor, el sólo responde “tiene 18 monedas de 10 y 4 monedas de 5”. En estas dos respuestas el estudiante sólo relaciona la situación a cálculos numéricos, por lo que en la segunda respuesta puede utilizar la calculadora a modo de ensayo y error para encontrar la solución a la pregunta.

Con respecto al cuestionario dos, el estudiante en la situación 1 plantea que al observarla se evidencia un patrón y una lógica funcional. Considera que la base de esta relación es 1x2 y que se repite en cada una de las figuras, relacionándolo con rectángulos que se van formando a medida que se les van agregando círculos a las figuras. Este estudiante presenta un desarrollo algebraico en el cual le otorga valores a variables que crea relacionándolas numéricamente a una razón asociada de la base 1x2 (ver figura 34).

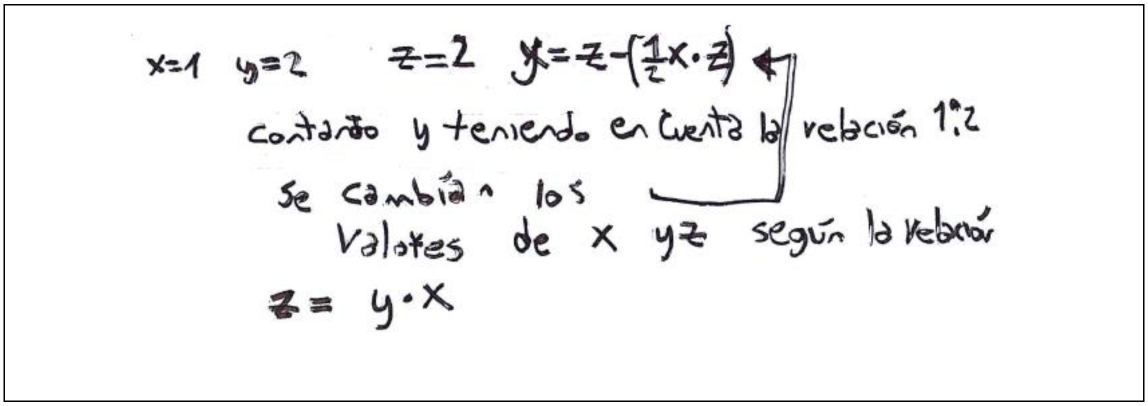


Figura 34. Relación algebraica a la situación planteada.

En la situación dos del cuestionario, el estudiante no está de acuerdo con la respuesta que se plantea en el enunciado del problema. Para esto, define las variables asociándolas a números o palabras y determina que el número de sillas corresponde a una variable que se puede modificar a medida que se le da valores. En este tipo de problema, el estudiante tiene claro cuál es la función de una variable en el enunciado de la situación y considera un procedimiento (ver figura 35) que ayuda corroborar la solución del problema.

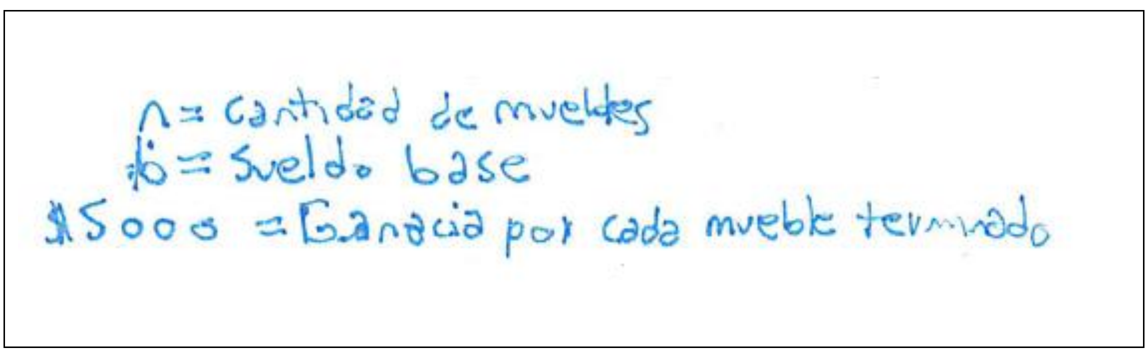


Figura 35. Definición de variables como letras y palabras.

Cuando se observan las respuestas del cuestionario tres, se evidencia que el estudiante compara los dos modelos y no determina uno en particular, sino que declara que “la segunda si van muchas personas y la primera si van pocas”. En estos modelos el estudiante logra comprender que la variable “p” correspondiente al número de personas es tan importante como el valor “R” costo por bar abierto, la posición de las variables si importa en una expresión algebraica, porque permite identificar la cantidad final. En este caso el estudiante plantea que las variables son utilizadas para tener mayor flexibilidad en los valores.

En la situación dos, el estudiante se inclina por la resolución 2 y plantea que el otro procedimiento que utilizaría estaría asociado con porcentajes. Esta estrategia de resolución se caracteriza por dividir el total (100%) en las tres personas involucradas y obteniendo un 33,3 % para cada una, luego considera una subdivisión de estos para el primer individuo involucrado y relaciona este porcentaje individual con dos porcentajes 9,6% y 25% (ver figura 36).

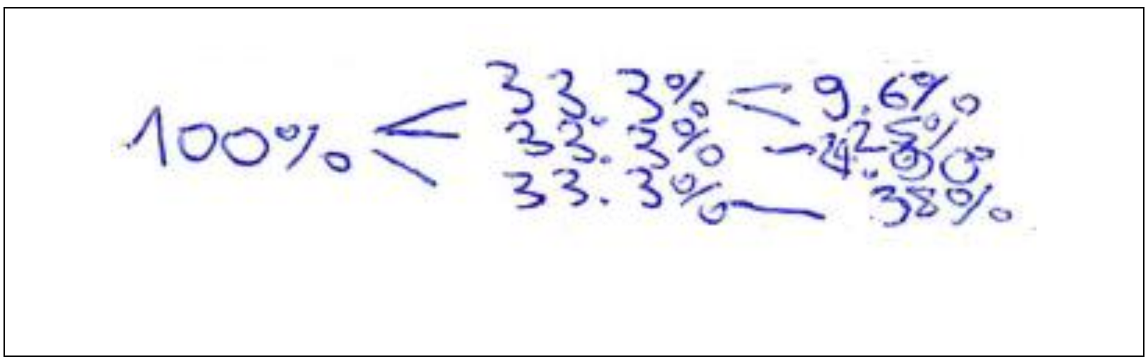


Figura 36. Estrategia utilizada por estudiante a pregunta 2 del cuestionario 3.

El estudiante plantea que los valores se pueden combinar con los porcentajes, pero cuando se le pregunta sobre los aquellos procedimientos que no responden a la pregunta planteada manifiesta que “no racionalizan de manera correcta los números y variables”, en otras palabras, lo que el estudiante plantea es que no todos los modelos que se presentan resuelven la situación problemática. Sin embargo, según este estudiante la dificultad principal es lograr un equilibrio de los tres datos para que todos sumados obtengan como resultado final 96.000, en este momento el estudiante evidencia que comprende que los modelos señalados corresponden a una ecuación y que están estrechamente ligados a las consignas de la situación.

El estudiante intenta comprender la relación que se tiene con los datos y sigue usando un procedimiento utilizando porcentajes (ver figura 37) que intenta separar y relacionar entre sí.

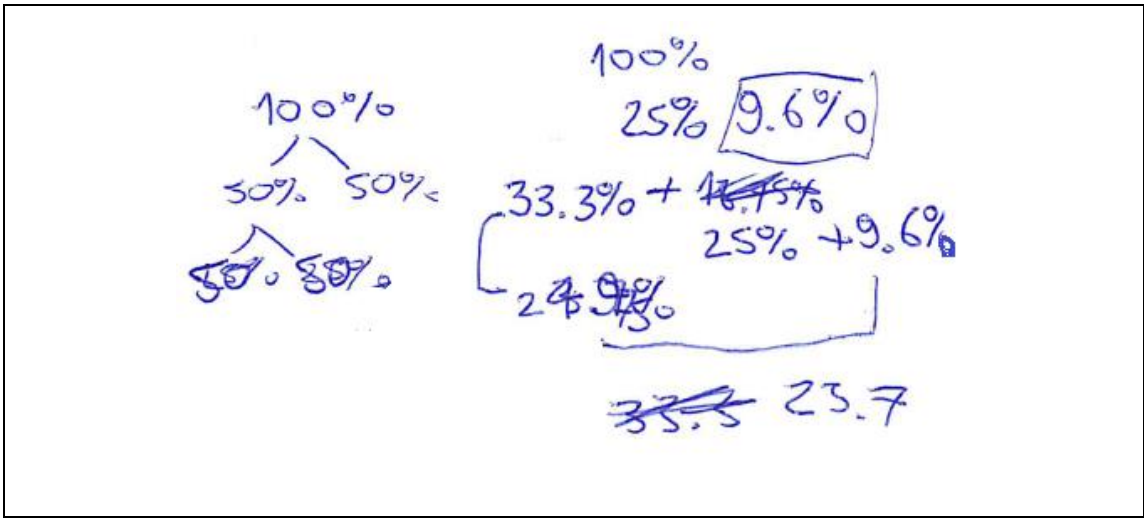


Figura 37. Estrategia para relacionar información propuesta por el estudiante.

A pesar de seleccionar un modelo de los propuestos para resolver el problema, no comprueba que efectivamente es el adecuado e intenta desarrollar otro tipo de ecuación para responder al problema (ver figura 38).

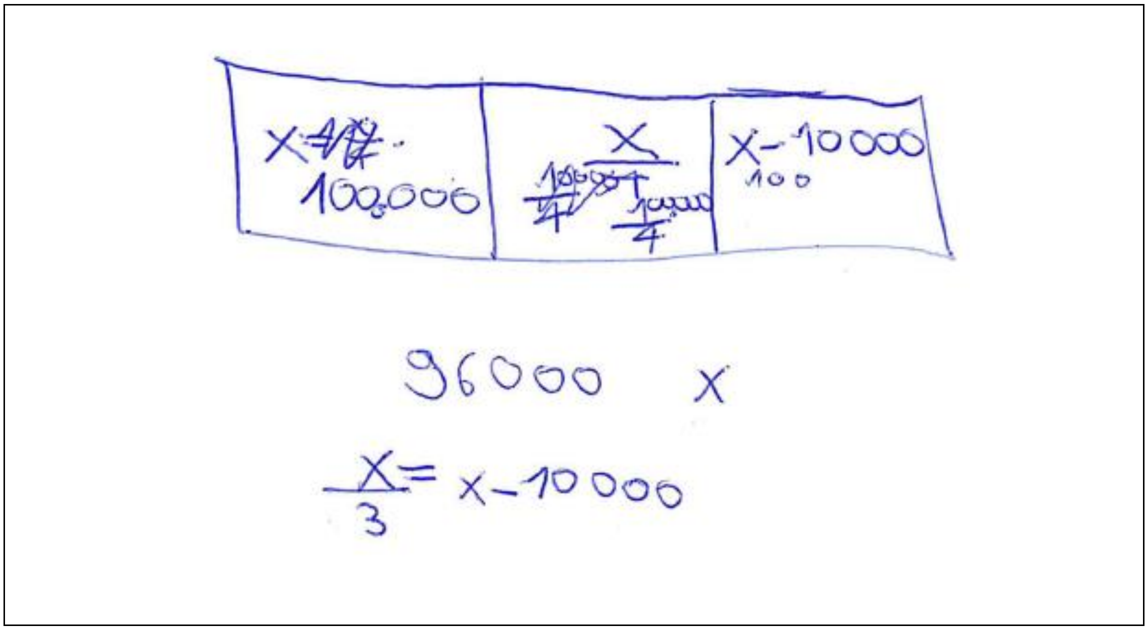


Figura 38. Proceso de modelación efectuado por el estudiante.

Cuando se analizan las respuestas de este estudiante en los tres cuestionarios propuestos y se observa que presenta un desarrollo más elaborado de su pensamiento algebraico que el resto de sus compañeros. Presenta indicios del uso de expresiones algebraicas que manifiesta utilizando primero números que posteriormente relaciona con letras, comprende el uso de las variables en las expresiones y logra inferir resultados a través de ellas. Pero, no modela adecuadamente las situaciones propuestas en los cuestionarios, lo que implica que en el desarrollo de pensamiento algebraico se manifiestan dificultades.

Estudiante 4 (Daniel). Las respuestas proporcionadas por este estudiante son breves, pero manifiesta algunas inquietudes que pueden proporcionar como un estudiante concibe el uso de variables en situaciones problemas. En el primer cuestionario, responde de manera simple a la primera situación, manifestando el uso de sumas en un ámbito puramente numérico y plantea que lo esencial de la situación es la frase “Pues tengo 18 monedas y 4 de $5”. El hallazgo de esta frase se deriva de una suma (ver figura 39) que el estudiante plantea y que confunde el número de monedas con el valor final de cierta cantidad de monedas.

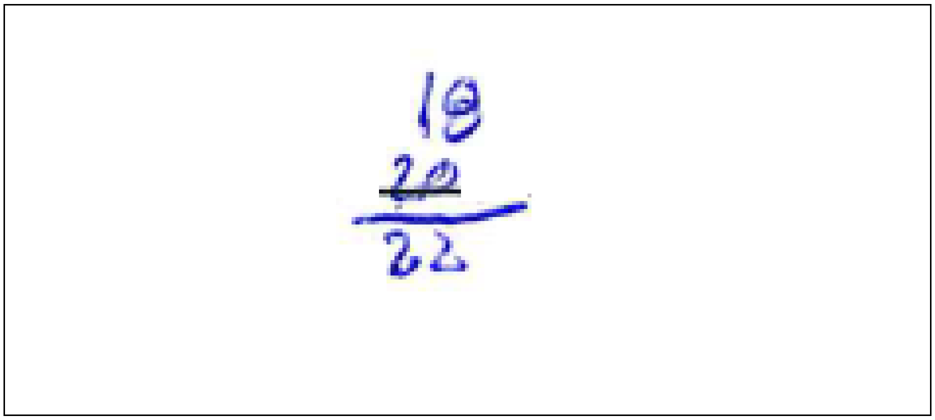


Figura 39. Estrategia de resolución de estudiante mezclando dos valores con cantidades totales.

Se evidencia entonces que el estudiante utiliza la cantidad de monedas 18 con el valor final de tener 4 monedas de $5 correspondiente a $20, internamente hace esta suma de las cantidades de monedas considerando que el valor final de $20 está asociado a 4 monedas y que en total obtendrá 22 elementos. Esto se evidencia en que el estudiante plantea que para encontrar la cantidad de monedas se debe sumar las cantidades y de esta forma observar las posibilidades que se van formando.

Para la primera situación del segundo cuestionario, el estudiante utiliza la información proporcionada por el dibujo y plantea que la figura va aumentando de tamaño a medida que se forman rectángulos, por lo que considera que estos rectángulos aumentan en múltiplos de 2 y que para encontrar cualquier figura solo se debería multiplicar. Esto proporciona la idea de que el estudiante se encuentra sólo en el desarrollo de pensamiento numérico y que no logra conectar el uso de números con variables. En la segunda situación, también plantea que la situación planteada no es la correcta y plantea que debe ser de la siguiente manera: $250.000 + n \cdot 5000$ e identifica como elementos importantes el sueldo fijo y el valor que se me multiplica por la variable n.

En la pregunta 1 del cuestionario 3, se plantea que el estudiante selecciona el primer modelo propuesto, porque propone que al aumentar las personas disminuye el precio. También considera que si se modifican los valores de las variables los resultados varían. En la segunda pregunta, el estudiante expresa que la primera situación es la correcta y que el otro procedimiento para responder a la pregunta planteada. Esta estrategia corresponde a una división del total por 4 personas (ver figura 40) considerando como el valor de la incógnita el total.

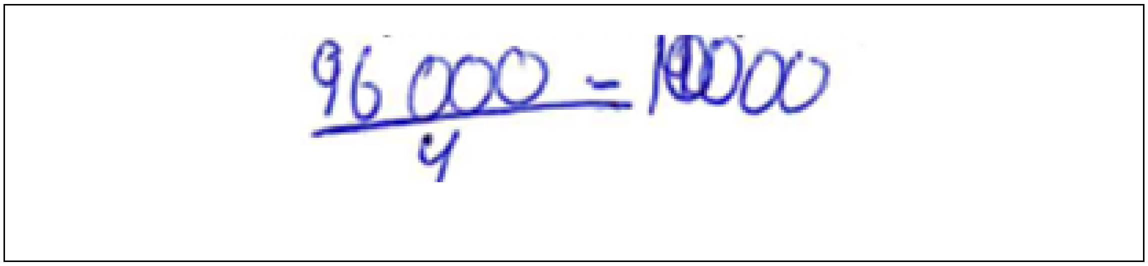


Figura 40. Resolución de estudiante para propuesta alternativa de resolución del problema.

El estudiante plantea que una dificultad principal es el uso de x y que los cambios que se realizarían para comprender mejor la pregunta es eliminar los términos algebraicos como la x.

5.5 Categorización de las respuestas posterior a la aplicación de cuestionarios.

Según Meléndez (2004), es necesario que los estudiantes puedan desarrollar cinco funciones ejecutivas. En los estudiantes analizados se evidencia un desarrollo de estas funciones cuando los estudiantes

En el análisis de los procesos cognitivos de los estudiantes cuando desarrollan las preguntas propuestas se evidencia que realizan esquemas mentales como una guía para encontrar la solución al problema. Algunos estudiantes consideran flechas conductoras que permiten desglosar la información como se aprecia en la figura 41.

100%

25% $\boxed{9.6\%}$

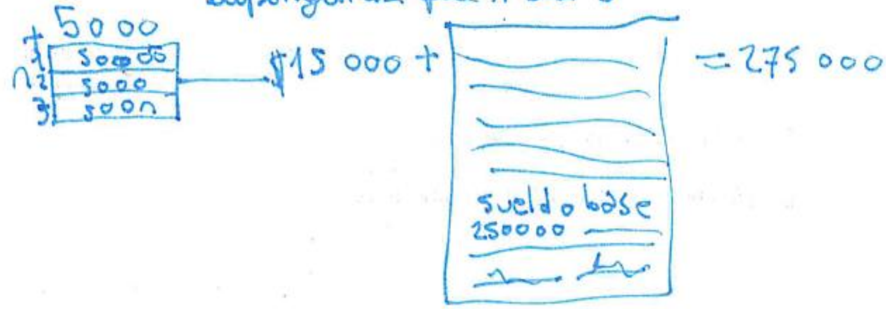
33.3% + ~~16.75%~~

25% + 9.6%

2~~4~~.~~9~~%

~~33.5~~ 23.7

Supongamos que n es 3



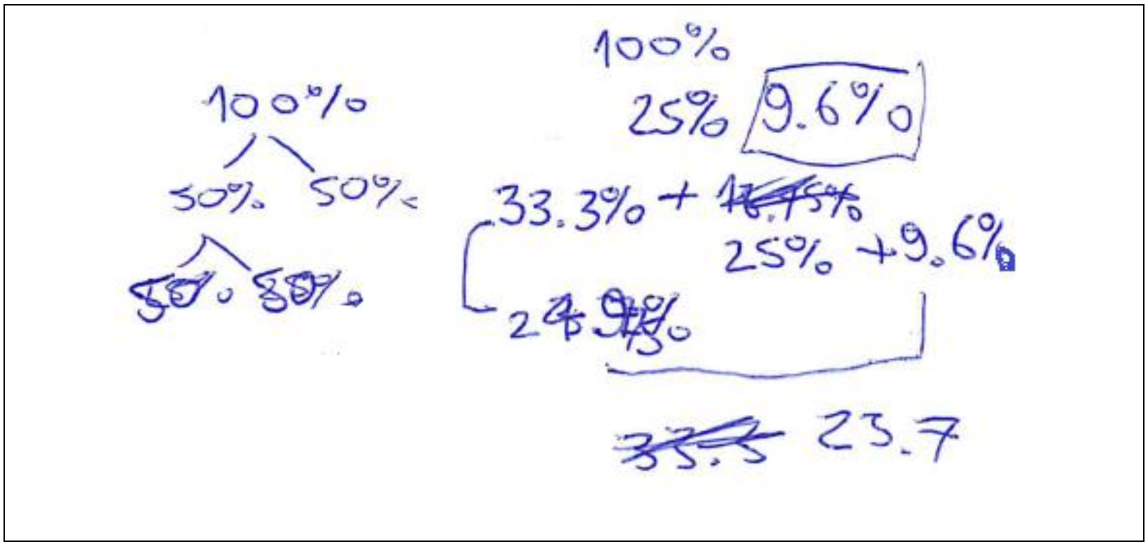


Figura 41. Uso de flechas conductoras utilizadas por estudiante.

Estas flechas indican que el estudiante se presenta la habilidad de *Orden-organización-planificación.* Según Meléndez (2004), los estudiantes deben desarrollar este tipo de habilidad a través de problemas difíciles, ya que obliga a los estudiantes utilizar este recurso para lograr una respuesta asertiva.

Otro estudiante considera como recurso fundamental marcar la información relevante (ver figura 42) para responder a las preguntas. La información se encierra en círculos o se subraya separándola del resto de palabras presentes en el enunciado o preguntas relacionadas.

.

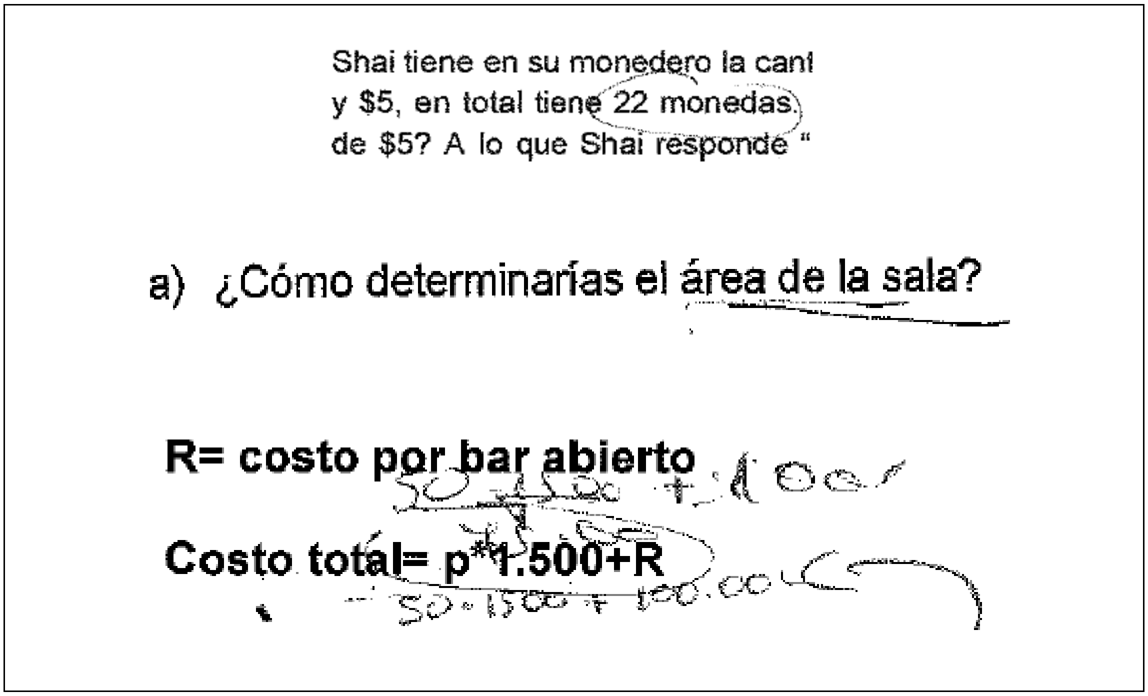


Figura 42. Estudiante que utiliza como estrategia destacar información relevante.

Esta condición se enmarca dentro de la primera habilidad de observación, en donde el estudiante selecciona la información existente y busca establecer algunas relaciones para mejorar la comprensión del problema.

Otro recurso establecido es el efectuado por aquellos estudiantes que utilizan como ayuda un apoyo visual (ver figura 43). Este tipo de estudiantes están desarrollando dos habilidades: la habilidad de anticipación-predicción-flexibilidad y la habilidad de orden-organización-planificación.

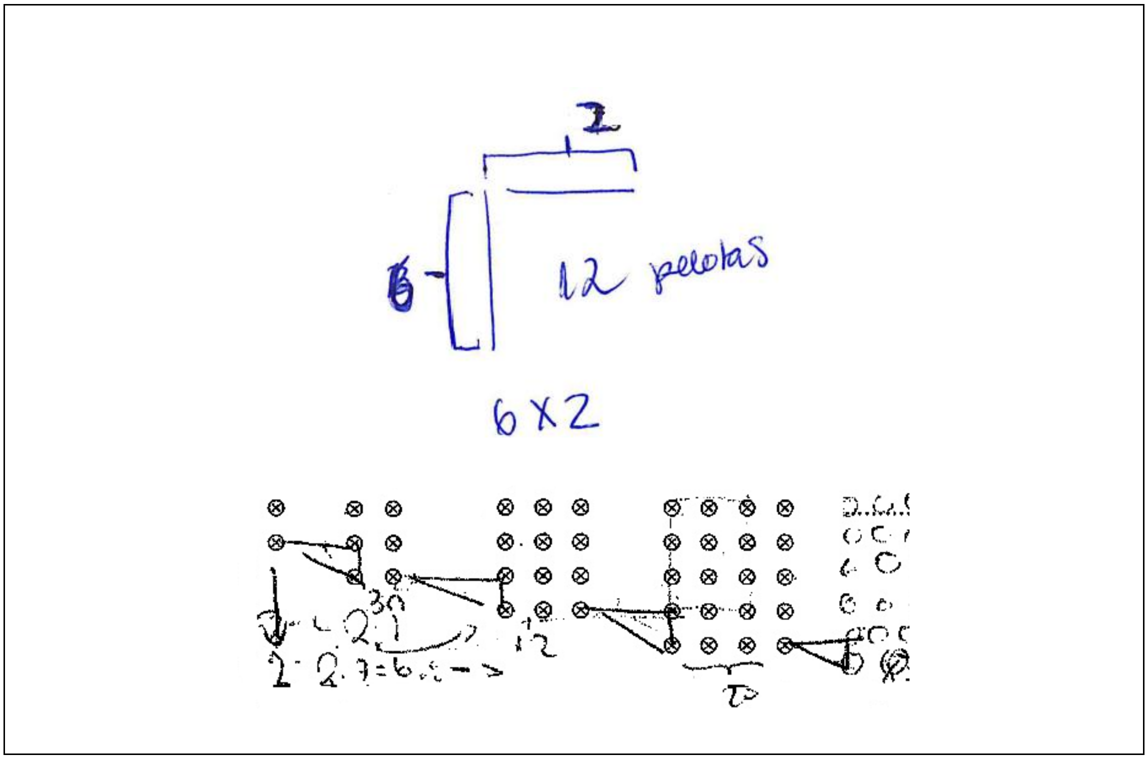


Figura 43. Estudiantes que utilizan apoyo visual para organizar la información.

Otra de las habilidades que se deben desarrollar es la toma de decisiones cuando los estudiantes tienen modelos y deben decidir cuál de ellos es el más adecuado para responder a la situación planteada. Esto queda evidenciado en las figura 44 y figuras 45, en donde los estudiantes plantean cual es la mejor decisión según las características del problema.

La 2da propuesta es más conveniente ya que sale menos dinero multiplicar por 1500 que multiplicar 10.000.

Alyson

la segunda si van muchas personas y la primera si van pocas

Sebastián

La segunda oferta => porque se calcula el número de personas por 1500

Shai

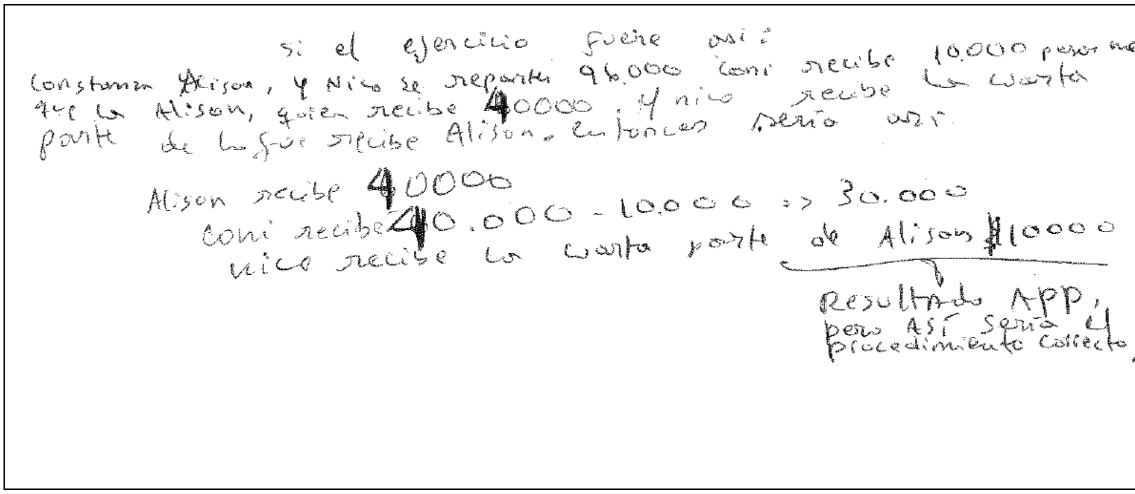
Figura 44. Estudiantes considerando la toma de decisiones, situación 1, pregunta a).Cuestionario 3.

Si a la Alison se le diera un monto de dinero, en el cual M [illegible]

Shai
Porque no racionalizan de manera correcta los números y variables Sebastián
Por pue no están en orden según avanza el enunciado Alyson

Figura 45. Estudiantes que presenta toma de decisiones situación 2, pregunta c). Cuestionario 3.

La habilidad de comunicación se va desarrollando a medida que se fueron aplicando los cuestionarios, en la figura 46 se observa que el estudiante comunica de manera amplia su respuesta y la explica con la seguridad de que su procedimiento es el adecuado. Por lo que otra de las habilidades presentadas en es la habilidad de anticipación-predicción-flexibilidad, ya que comienza su respuesta con “si el ejercicio fuera así:” y plantea un enunciado y realiza la resolución de ese nuevo planteamiento.


si el ejercicio fuera así:
Constanza Alison, y Nico se reparten 96.000 Coni recibe 10.000 pesos menos que la Alison, quien recibe 40000. y nico recibe la cuarta parte de lo que recibe Alison. entonces sería así:

Alison recibe 40000
Coni recibe 40.000 - 10.000 => 30.000
nico recibe la cuarta parte de Alison $10000

Resultado APP, pero ASÍ sería el procedimiento correcto

Figura 46. Estudiante que presenta habilidades marcadas de comunicación y anticipación en situación 2, pregunta f). Cuestionario 3.

Los estudiantes frente a las situaciones de planteamiento con pregunta de tipo abierto, inicialmente responden con frases muy cortas y donde la idea es breve. Pero a medida que se vuelven a aplicar problemas del mismo tipo se va evidenciando que las respuestas de estos estudiantes se van formando más robustas, planteando ideas diferentes y respondiendo con argumentos más sólidos. Por lo que las habilidades cognitivas propuestas por Meléndez si se pueden generar por medio de problemas abiertos y se va mejorando los procesos de pensamiento matemático que están presente en las problemáticas matemáticas.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES

El estudio de los procesos cognitivos de los estudiantes, tienen un rol primordial para el aprendizaje de las matemáticas. Se considera necesario para la enseñanza de esta disciplina conocer nuevas herramientas cognitivas que permitan mejorar y modificar la enseñanza tradicional, para que los estudiantes la puedan comprender de una mejor manera y formar un pensamiento matemático sustentado en los procesos cognitivos internos de cada individuo.

Bajo esta perspectiva, la neuroeducación juega un papel primordial, considerándose una de las teorías más recientes y que pueden entregar elementos claves para la mejora de las propuestas de enseñanza de las matemáticas. Es por esto, que el objetivo de esta investigación consistió en generar una propuesta neurodidáctica que relacione el pensamiento numérico algebraico y la resolución de problemas abiertos. La elección de estas dos líneas de investigación se fundamenta en las dificultades que tienen los estudiantes cuando deben resolver problemas que involucren elementos algebraicos. La necesidad de comunicar la forma en que ellos logran resolver estas problemáticas, son manifestadas con el uso de problemas abiertos, pues se considera la libertad que presenta el alumnado cuando plantean sus respuestas.

La construcción del pensamiento numérico-algebraico se realiza a través de los niveles de enseñanza. En el periodo básico se construye el pensamiento numérico por medio del descubrimiento y exploración a través del conjunto de números pequeños que se van prolongando a medida que se implementan estrategias de cálculos mentales. En el desarrollo del pensamiento algebraico, los estudiantes deben encontrar relaciones entre números, formas, conceptos y objetos. Utilizan los patrones para lograr predecir y fundamentar los tipos de razonamientos involucrados en los problemas planteados por el sistema escolar chileno. El uso de problemas contribuye a ciertas habilidades que proponen las competencias matemáticas de Prueba PISA y que son fundamentales para el aprendizaje de conceptos matemáticos. De esta manera se presentan niveles de desarrollo que fomentan la capacidad de abstracción, comunicación, generalización, entre otras y que contribuyen al desarrollo de estos pensamientos.

Por lo que se busca una relación entre el pensamiento numérico-algebraico, la resolución de problemas abiertos y la neurociencia para tener una referencia y establecer la generación de actividades presentes en los cuestionarios. Lo que se demostró es que en las investigaciones existentes con estas temáticas no se evidenciaba una conexión tan directa, pues se relacionan las problemáticas con conceptos algebraicos, pero no con el uso de la neurodidáctica. De esta manera es importante destacar que al establecer este tipo de relaciones se puede contribuir a la exploración del desarrollo del algebra bajo otras miradas más significativas para el estudiante, por lo que la consideración de propuestas que conecten estos tópicos puede contribuir a la mejora de la enseñanza-aprendizaje de contenidos matemáticos.

En los planes y programas propuestos por el Ministerio de Educación la resolución de problemas es una habilidad transversal en los distintos ejes de los contenidos, y por lo tanto, esencial para desarrollar procesos de pensamiento matemático como son los tipos de pensamiento numérico y algebraico. Pero los problemas matemáticos abiertos no se evidencian tan claramente en el curriculum nacional y las problemáticas planteadas son de respuesta cerrada. Esto se evidencia al analizar los instrumentos nacionales como la prueba SIMCE, en la cual no se plantea la importancia de los problemas abiertos para el desarrollo de pensamiento numérico algebraico y se prioriza aún las preguntas con alternativas. Esto perjudica a los estudiantes para el desarrollo de los procesos de pensamiento, pues en la mayoría de los colegios preparan al estudiantado enseñándoles procedimientos mecanizados para responder correctamente a las preguntas planteadas.

Con respecto a pruebas internacionales, se analizaron las pruebas PISA y TIMMS donde se plantean problemas abiertos que están desarrollados en base a niveles de enseñanza y se relacionan con las competencias matemáticas. Se analizan algunos problemas abiertos tipo que están presentes en las pruebas para contar con una referencia y así comenzar a confeccionar las problemáticas presentadas en los cuestionarios.

En el desarrollo del estudio, se planteó la confección y aplicación de una secuencia neurodidáctica que contiene tres cuestionarios con situaciones-problemas usando elementos de un aprendizaje neuroconfigurador y que intentaban ayudar al desarrollo del pensamiento numérico algebraico. Para la creación de la propuesta, previamente se realiza un análisis didáctico de los planes y programas, con el fin de conocer la manera en que el Ministerio de Educación propone los contenidos relacionados con resolución de problemas y pensamiento numérico algebraico. Así también se buscan problemas abiertos en pruebas nacionales e internacionales, para buscar una referencia de cómo confeccionar las preguntas presentes en el cuestionario.

Las preguntas de los cuestionarios, se sometieron a validación a juicio de expertos, quienes bajo una pauta adaptada de la planteada por Meléndez (2004), analizaron los cuestionarios y entregaron su visión de la pertinencia de problemas planteados. Posteriormente, se seleccionaron las preguntas más sobresalientes y se realizaron tres cuestionarios. La intencionalidad de estos, fue que los estudiantes pudieran acercarse más a la comprensión de problemáticas donde se involucre el traspaso de la aritmética al álgebra.

La investigación se realizó en un curso de nivelación de estudios, en que se estableció como premisa que los estudiantes involucrados no contaban con el desarrollo del pensamiento algebraico, pero si podían responder a problemáticas numéricas. En efecto, al inicio de las sesiones se manifiesta un rechazo por parte del estudiantado por el uso de letras, obteniendo respuestas carentes de sentido o escasas. A medida que se fueron aplicando más cuestionarios, se evidenció que los estudiantes respondieron a las secuencias de trabajo con resolución de problemas abiertos favorablemente, y que las respuestas obtenidas en el proceso final comenzaron a ser más elaboradas y argumentativas. Esto se debió a que los estudiantes mostraron interés en las problemáticas sólo si sus nombres estaban en el enunciado, pues se sentían más motivados y comprometidos con los problemas planteados.

En el desarrollo del pensamiento numérico-algebraico se observó que sólo algunos estudiantes lograron desarrollar un incipiente desarrollo del traspaso del pensamiento numérico al algebraico. Los otros estudiantes siguen quedándose en un ámbito numérico. Una de las dificultades establecidas es la poca comprensión que tienen los estudiantes cuando leen un problema y la poca motivación que presentan cuando deben resolver problemáticas de difícil respuesta, pues tienden a frustrarse y esperar que el docente les entregue la respuesta. Esto es desfavorable cuando se intenta conocer los procesos internos de cada estudiante y en la implementación a futuro de otras secuencias.

El uso de una secuencia neurodidáctica considerando problemas abiertos y pensamiento numérico algebraico, forzó a los estudiantes a razonar, argumentar y proponer soluciones, corregir errores y cuestionar a las preguntas planteadas, considerando que son estudiantes que no están familiarizados al diálogo y que son impacientes a la hora de obtener respuestas. También se les pidió identificar el uso de las variables en los problemas logrando establecer la utilidad y la importancia que tiene la ubicación de las letras en el enunciado. De esta manera los estudiantes pueden desarrollar habilidades cuando comunican sus respuestas, se anticipan a las respuestas cuando analizan el planteamiento del problema y proponen posibles respuestas, todo esto abordado desde la perspectiva de la neurociencia que favorece estas habilidades

Dentro de las limitaciones que surgieron en la aplicación de estudios de este tipo, es el escaso tiempo que se tiene en las aulas chilenas. Al indagar en los procesos internos se necesita dar el espacio suficiente para que cada estudiante o cada grupo de estudiantes puedan razonar, descubrir y compartir experiencias para responder a problemáticas involucradas. A futuro se espera continuar con otras investigaciones relacionadas con la formación de pensamiento numérico-matemático en los distintos niveles de la matemática escolar, pero en un tiempo más prolongado con el fin de dar a conocer cómo los estudiantes responden a secuencias neurodidácticas usadas en las planificaciones de unidades matemáticas.

A futuro se puede abordar a estudiantes de nivel preescolar o jardines para implementar secuencias neurodidácticas y postular a que este estudiantado logrará desarrollar habilidades matemáticas bajo las aristas que propone la neuroeducación. De esta manera facilitar el aprendizaje efectivo de esta disciplina considerando juegos en los que haya participación por parte del docente y alumnado con problemas contextualizados para su edad y donde se utilice material concreto para generar confianza en sus estudiantes y se sientan involucrados en el proceso de aprendizaje.

Otra de las aristas que se pretende investigar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas son las relacionadas con la educación diferencial y las psicopedagogías, ya que se considera que la neurodidáctica fortalece el aprendizaje propio que cada estudiante posee, respetando los procesos involucrados presentes en cada individuo para aprender matemáticas. Es por esto, que las investigaciones basadas en diseños neurodidácticos pueden fortalecer y contribuir al desarrollo de habilidades generados por los individuos bajo estímulos. Es así, que surgen preguntas relacionadas con la creación de cuestionarios tipo para estudiantes que presentan problemas de aprendizaje o capacidades diferentes, y analizar como estudiantes ven la matemática.

Finalmente las evidencias indican que es importante continuar con la investigación, identificando la manera en que los estudiantes razonan en las distintas áreas de la matemática. Este inicio de la aplicación de la neurodidáctica en la enseñanza media puede contribuir a la mejora de los procesos educacionales apoyando a los docentes en su quehacer profesional y planteando nuevas inquietudes acerca de los métodos tradicionales de enseñanza.

BIBLIOGRAFÍA

Angulo F., Díaz L., Joglar C., Labarrente A. & Ravanal E. (2012). Las competencias de pensamiento científico desde las voces del aula. PROYECTO FONDECYT. Vol 1, pp.47-82

Ávila R., Ibarra S. & Grivalja A. (2010). El contexto y significado de los objetos matemáticos, RELIME 13 (4-II), PP. 337-354 disponible en http://www.clame.org.mx/relime.htm

Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas, el Trabajo de Allan Schoenfeld. CUADERNOS DE INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA, año 1, número 1, pp. 3-4. Disponible en www.cimm.ucr.ac.cr

Butto, C. & Rojano, T. (2010). Educación Matemática, vol. 22, núm. 3, diciembre de 2010, pp. 55-86

Carr, W.(1989). Quality in Teaching. Brighton: Falmer Press.

Cervantes G., Mendoza A., Peñaloza L., Ramirez M. & Viñas M. (1995). Descripción y análisis de procesos de pensamiento de estudiantes al resolver problemas de matemáticos. INGENIERIA & DESARROLLO. UNIVERSIDAD DEL NORTE. Volumen 1, pp. 1-23

Crespo C. (2005). El papel de las argumentaciones matemáticas en el discurso escolar. La estrategia de deducción por reducción al absurdo.

De Faria, E. (2008). Algunas reflexiones sobre resolución de problemas en matemática. ALME 21, pp 32-39.

Díaz F. (2005). El aprendizaje basado en problemas y el método de casos. Disponible en http://centros.educacion.navarra.es/caps/infantil/attachments/article/15/El_aprendizaje_basado_en_problemas_y_el_metodo_de_casos%5B1%5D.pdf visto el 06-01-2014

Fernández, J. (2010). NEUROCIENCIAS Y ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA. Prólogo de algunos retos educativos. *Revista Iberoamericana de Educación / Revista Ibero-Americana de Educção (RIE)*, ISSN: 1681-5653. Versión Digital nº 51/3 - 25 de Enero 2010. Sección "Experiencias e Innovaciones (E+I): Enseñanza de las Ciencias y de la Matemática". Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI). Disponible en http://www.rieoei.org/expe/3128FdezBravo.pdf visto el 26-12-2013

Friedrich, G. & Preiss, G. (2003). Neurodidáctica. Mente y Cerebro. Disponible en https://escuelaconcerebro.files.wordpress.com/2013/02/friedrich-y-preiss_neurodidc3a1ctica.pdf

Gascón, J. (1993). Desarrollo del conocimiento matemático y análisis didáctico: Del patrón análisis síntesis a la génesis del lenguaje algebraico. Recherches en didactique des Mathématiques, 13(3), 295-332

Gomez C., Sanjosé V. & Solaz-Portolés J. (2012).Una revisión de los procesos de transferencia para el aprendizaje y enseñanza de las ciencias. DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES Y SOCIALES. N.º 26. 2012, 199-227

González-Calero, J. A., Arnau, D. & Puig, L. (2011). Consideraciones sobre la enseñanza de la resolución algebraica de problemas verbales en el entorno de la hoja de cálculo en sexto curso de primaria. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática* (pp. 29-38). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Gangozo Z. & Truyol M. (2010) La selección de diferentes tipos de problemas de física como herramienta para orientar procesos cognitivos. Grupo de Educación en Física - Instituto de Física Enrique Gaviola - Facultad de Matemática, Astronomía y Física. Universidad Nacional de Córdoba. Disponible en http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID244/v15_n3_a2010.pdf visto el 06-01-2013

Hernández R., Fernández C. & Baptista P. (2006) Metodología de la Investigación. Cuarta edición. Editorial Mc Graham Hill.

Ibañez M. (2003) Aplicación de una metodología de resolución de problemas como una investigación para el desarrollo de un enfoque ciencia – tecnología – sociedad en el currículo de biología de educación secundaria. Universidad Complutense de Madrid

Iriarte A. (2011) Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de 5º de básica primaria. ALME 24, pp 161-173.

Kieran, C. (1996). The changing face of school algebra. In C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, & A. Pérez (Eds.), 8th International Congress on

Mathematical Education: Selected lectures (pp. 271-290). Seville, Spain: S.A.E.M. Thales.

Kieran C. (2004) Algebraic Thinking in the early grades: What is it? The Mathematics Educator. Vol.8. N°1.p. 139-151

Kilpatrick J. (2001). Adding it up. Center for Education Division of Behavioral and Social Sciences and Education National Research Counsil. Nacional Academy Press. Washimgton D.C.

Labarrere A. (2012). Las competencias de Pensamiento científico desde las “voces” del aula. Capítulo 2.

Lomeli, M. (2009). ¿Cómo intervienen las estructuras del lenguaje en la resolución de problemas matemáticos escritos verbalmente? ALME 22, pp 327-335. Disponible en www.clame.org.mx/relime.htm

Markaela F. & Castro E. (2012). Diagramas producidos por estudiantes de secundaria en problemas de comparación multiplicativa. INVESTIGACIONES EN PENSAMIENTO NUMÉRICO Y ALGEBRAICO E HISTORIA DE LA MATEMÁTICA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Universitat de Valencia.

Medida C., Sepúlveda A. & Sepúlveda D. (2009) La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. EDUCACION MATEMATICA, Volumen 21, numero 2, pp 79-115. Disponible en http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=40516672004

Meléndez L. (2009). Neurodidáctica y el desarrollo de las funciones ejecutivas. VIII Congreso Educativo: El sentido de la Educación en un Mundo en Crisis.

Universidad Interamericana de Costa Rica Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica.

Ministerio de Educación (2011). Resultados TIMSS 201. Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias. Agencia calidad de la educación.

Ministerio de Educación (2012). Informe Nacional de Resultados Pueba PISA. Agencia calidad de la educación.

Noda M. (s. f). La resolución de problemas bien y mal definidos. Disponible en http://www.sinewton.org/numeros/numeros/47/Articulo01.pdf visto el 06-01-2014

Noda M. (s. f). Aspectos epistemológicos y cognitivos de la resolución de problemas de matemáticas, bien y mal definidos. Un estudio con alumnos del primer ciclo de la ESO y maestros en formación. Universidad de la Laguna. Disponible en ftp://tesis.bbtk.ull.es/ccppytec/cp130.pdf visto el 06-01-2014

Ortiz, A. (2009). Lógica y pensamiento aritmético. PNA, 3(2), 51-72

Perales F. (1998). Enseñanza de las ciencias y resolución de problemas. Disponible en http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/viewFile/6756/6188 visto el 06-01-2014

Perales F (s. f). La resolución de problemas: una revisión estructurada Disponible en http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v11n2p170.pdf visto el 06-01-2014

Pólya, G. (1945). How to solve it: A new aspect of mathematical method, Princeton, USA, Princeton University Press.

Pólya, G. (1962). Mathematical Discovery. On understanding, learning, and teaching problem solving. Vol. 1. Ed. John Wiley and Sons, Inc. USA.

Preston, T. & Guthrie J. (2010). Atlas Ilustrado de El poder de la Mente. Susaeta Ediciones, S.A. Madrid.

Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: a semiotic analysis. Educational Studies in Mathematics, 42, 237-268.

Radford, L. (2004). Semiótica Cultural y Cognición. École des sciences de l'éducation Université Laurentienne. Canadá

Radford L. (2009). Cerebro, Cognición y matemáticas. Relime 12, pp. 215-250. Disponible en http://www.clame.org.mx/relime.htm

Ramírez, M. & De Castro, C. (2012). El aprendizaje de algunos aspectos del sistema de numeración decimal a través de problemas aritméticos verbales al inicio de educación primaria. INVESTIGACIONES EN PENSAMIENTO NUMÉRICO Y ALGEBRAICO E HISTORIA DE LA MATEMÁTICA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA (pp. 97-109). Valencia: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universitat de València y SEIEM.

Rico, L. (s. f). Pensamiento numérico. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España.

Sánchez, S. (2004). ¿Desarrollo Lógico Matemático o aprendizaje de conceptos matemáticos en el nivel inicial? ALME 17, pp 26-31. Disponible en www.clame.org.mx/relime.htm

Schonfield, A. (1985). Mathematical solving problem.

Schonfield, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics.

Selvi S., Arnau D. & Puig L. (2011). Actuaciones de alumnos recientemente instruidos en el método cartesiano al resolver problemas aritmético algebraicos en el entorno de la hoja de cálculo. Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática. Grupo de Investigación FQM193. Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico. Universitat de València. pp. 229-235.

Sigarreta J. & Arias L. (s. f). La resolución de problemas: un recurso para el desarrollo de la formación de la personalidad. Universidad de Moa. Cuba. Disponible en http://www.soarem.org.ar/Documentos/17%20Sigarreta.pdf visto el 06-01-2013

Valdés, H. (2008). Introducción a la Neurodidáctica.AE

Villareal M., Esteley C. & Alagia H. (2005).Las producciones matemáticas de estudiantes universitarios al extender modelos lineales a contextos no lineales. Volumen 18, número 23, pp. 23-40

Villarroel J. (2009). Origen y desarrollo del pensamiento numérico: una perspectiva multidisciplinar. Electronic Journal of Research in Educactional Psychology. ISSN 1696-2095 N° 17, Vol 7 (1) 2009, pp: 555-604

ANEXOS

Anexo 1. Lista de cotejo para la confección de propuesta neurodidáctica.

Instrumento de análisis. El siguiente instrumento ayuda a confeccionar las actividades para el diseño de la propuesta neurodidáctica.

Marque X en la casilla que mejor indique si el material que analiza incluye o no cada aspecto.

ASPECTOS	SI	NO
MOTIVACIÓN. El material:		
Se relaciona con la vida del estudiante		
Toma en cuenta los conocimientos previos del estudiante		
Respeta las creencias personales y culturales del estudiante		
Se adapta a los distintos estilos de aprendizaje		
Es adecuado a la edad de los estudiantes		
Es adecuado al nivel curricular que siguen los estudiantes		
Respeta las características personales del estudiante		
SELECCIÓN, ATENCIÓN, CONCENTRACIÓN. El material:		
Llama la atención del estudiante		
Incluye instrucciones comprensibles		
Permite la secuencia lógica de ejecución de la actividad		
Favorece la integración sensorial de al menos dos sentidos (visual, auditiva, táctil, olfativa, gustativa, kinestésica)		
Está adecuado al tiempo promedio de concentración de los estudiantes		

PROCESOS DE ELABORACIÓN. El material permite al estudiante:		
Señalar los elementos de la actividad		
Nombrar los elementos de la actividad		
Seguir las instrucciones incluidas en la actividad		
Describir las relaciones entre los elementos de la actividad		
Reconocer similitudes entre los elementos		
Reconocer diferencias entre los elementos		
Asociar elementos según criterios dados		
Agrupar elementos según criterios dados		
Ordenar elementos según criterios dados		

PROCESOS DE SALIDA. El material permite al estudiante:		
Responder a preguntas sobre la actividad		
Describir lo que hace		
Dar razones sobre lo actuado		
Señalar sus errores		
Explicar sus errores		
Corregir sus errores		
Señalar los errores de los otros		
Explicar los errores de los otros		
Utilizar símbolos		

Utilizar símbolos		
Utilizar el lenguaje no verbal		
Utilizar el lenguaje metafórico (verbal o gráfico)		
Narrar experiencias relacionadas con la actividad		
Hacer chistes lógicos con respecto al material, sus errores o los de los otros		
Ejecutar las acciones requeridas		
Entregar un producto acabado		

PROCESOS COMPLEJOS. El material permite al estudiante:		
Explicar desde cualquier parte del proceso		
Informar sobre los pasos seguidos		
Identificar el momento del error		
Narrar formas de corrección		
Decir cómo hacerlo mejor		
Realizar actividades similares en contextos distintos		
Realizar actividades similares con criterios cambiados		
Proponer otras actividades con fines similares		

FUNCTIONES EJECUTIVAS. El material permite al estudiante:		
Observar todos los detalles de la actividad		
Identificar el problema que debe resolver		
Predecir posibles resultados		
Organizar los pasos a seguir		
Distribuir responsabilidades		
Ejecutar las tareas siguiendo el plan de acción		
Redirigir el proceso cuando hay error		
Decidir sobre la respuesta más adecuada		
Argumentar su decisión		
Asumir correcciones		

FORMAS DE RAZONAMIENTO: El material permite al estudiante:		
Inferir detalles a partir de explicaciones generales		
Llegar a explicaciones generales a partir de experiencias particulares		
Observar ejemplos		
Construir ejemplos		
Completar espacios en blanco		
Completar crucigramas		
Armar rompecabezas (puzzles)		
Diseñar esquemas		
Resolver redes semánticas		
Diseñar redes semánticas		
Resolver mapas conceptuales		
Diseñar mapas conceptuales		

ESTRATEGIAS DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD. El material permite:		
Desarrollar la actividad en grupos		
Trabajar con grupos heterogéneos		
Calendarizar las etapas		
Monitorear los grupos de trabajo		
Plantear varias alternativas de solución		
Exponer un producto		
Evaluar un producto individual		
Evaluar un producto grupal		

Anexo 2. Situaciones planteadas para ser validadas por pares evaluadores.

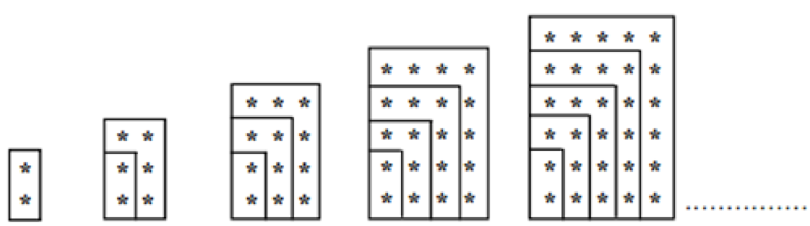
Situación-problema 1:

Observa la siguiente situación.

a) Explica con tus palabras lo que puedes observar de estos dibujos.
b) ¿Por qué crees que sucede esto?
c) Si agregas una figura más. ¿Cómo sería esta figura?
d) ¿Cómo describirías la figura que se forma?
e) ¿Hay algún procedimiento que determine la generación de figuras siguientes?
f) ¿Es la única manera? Describe otras maneras de encontrarlas.
g) ¿Cómo se podría saber el número de pelotas de una figura cualquiera?

Situación- problema 2:

Observa las siguientes cartas



a) ¿Cuáles de las cartas que se presentan a continuación corresponden a la siguiente? (se muestran cartas similares)
b) ¿Por qué crees que la carta que elegiste es la correcta? Explica.
c) De las cartas que se presentan a continuación. ¿Cuál es la carta que se asocia a la posición 9?
d) ¿Cómo lo puedes comprobar? Explica.
e) Y si se quiere conocer la carta en la posición 100. ¿Qué deberías hacer para encontrarla?
f) ¿Qué método podrías crear para encontrar una figura en cualquier posición?

Situación- problema 3:

A continuación se muestras algunas secuencias de números y figuras y la siguiente fórmula $\text{número de cuadros} = n^2$.

Regularidad 1.

```
                          * *
              * *         * *
* *    * *    * *         * *
       * *    * *         * *    ............
```

Regularidad 2.

```
                          * * * *
              * * *       * * * *
*     * *     * * *       * * * *
      * *     * * *       * * * *    ............
```

Regularidad 3.

```
*     * *     * * *       * * * *    ............
```

a) ¿Cuál es la relación que existe entre la fórmula y las tres secuencias?

b) ¿Existen otras fórmulas para representar la relación existente? ¿Cómo la obtuviste?

c) ¿Cómo le podrías explicar a un compañero que decidió la secuencia número 1 como la relación correcta que está en un error? Explica.

d) ¿Cuáles son las expresiones que determinan las otras secuencias?

e) ¿Tienen relación entre ellas?

f) ¿Qué puedes concluir de esta situación?

Situación-problema 4:

Los cuadrados mágicos determinan el orden de ciertos números posicionados en los cajones. En cada fila y columna se obtiene la misma suma de números, en el cual los cuadrados utilizan valores de números enteros.

Observa los siguientes cuadrados mágicos.

7		5
	8	
11		9

$7+b$		$5+b$
	$8+b$	
$11+b$		$9+b$

a) Describe una forma de resolverlos.

b) ¿Qué puedes concluir?

c) ¿Qué importancia tiene la letra en el segundo cuadrado?

d) Si tuvieras que crear un cuadrado mágico. ¿cómo lo harías?
e) Crea un cuadrado mágico con tus condiciones y escribe los pasos de tu construcción
f) Ahora entrega los pasos de tu construcción a un compañero de tu clase, ¿Qué obtuvo?

g) ¿Qué conclusiones puedes obtener de tu cuadrado mágico?

Situación-problema 5:

El siguiente cuadrado mágico determina el orden de ciertos números posicionados en los cajones. En cada fila y columna se obtiene la misma suma de números, para el siguiente cuadrado utiliza valores de números enteros.

Observa los siguientes cuadrados mágicos.

7		**5**
	8	
11		**9**

$5+b$	$5-(b+c)$	$5+c$
$5-(b-c)$	5	$a+(b-c)$
$5-c$	$5+(b+c)$	$a-b$

a) ¿Que puedes decir de cada uno de los cuadrados?
b) ¿Qué valores puede tomar a, b y c en el segundo cuadrado? Explique.
c) ¿Qué piensas del uso de letras? ¿Son necesarias o innecesarias? ¿por qué?
d) Crea un cuadrado mágico con tus condiciones y explica como se relacionan

Situación-problema 6:

"Javier quiere hacer una fiesta y para eso crea un evento en su perfil de facebook que envía a su grupo de amigos, pero con la condición que la persona que recibe la invitación debe invitar a 2 amigos más cada 10 minutos. Si inicialmente le envía esta invitación a su mejor amigo y este le envía la invitación a los otros integrantes del grupo."

a) ¿Cuántos amigos serán invitados a los 20 minutos? ¿Y a los 50 minutos? Explica como obtuviste la cantidad de amigos.

b) ¿Cuántos amigos serán invitados a la hora?
c) Si en un momento Javier revisa su facebook y se da cuenta que tiene 128 invitados a su fiesta. ¿Cuánto tiempo habrá pasado para tener esa cantidad de invitados? ¿Por qué?
d) Y si ahora tiene 4.096 invitados. ¿Cuánto tiempo habrá pasado para tener esa cantidad de invitados? ¿Cómo lo podrías explicar?
e) ¿Cómo se podría determinar la cantidad de invitados a la fiesta si tiene un T tiempo? Explique.
f) ¿Qué debería hacer Javier para restringir el número de invitados?

Situación-problema 7:

Consideren la siguiente situación: "Nicolás es un empresario que se dedica al rubro de paltas, por lo que decide comprar y venderlas a un precio determinado, si por cada kilo de paltas debe considerar el traslado de ir a comprarlas y cada kilo, de paltas las compra a \$800 y finalmente las vende a \$1.500.

a) ¿Cuánto debe pagar por el traslado? Explica como encontraste ese valor.

b) Siguiendo esta manera de venta ¿Cuándo debe cobrar por 2 y 3 kilos de paltas? ¿Le conviene vender sus paltas de esta manera? ¿Por qué?
c) Si tú fueras un vendedor de paltas, ¿A cuánto las venderías y cómo obtendrías ganancias utilizando las condiciones iníciales o proponiendo otras condiciones? Explica

d) Si se quiere vender p kilos de paltas, ¿Cómo se expresaría esta condición?

Situación-problema 8:

Para la fiesta de fin de año, se realizan cotizaciones en dos lugares diferentes con capacidad máxima para 100 personas. Daniel junto a Gabriela cotizan cuáles son los valores más adecuados y se los presentan en la reunión del curso.

Primera oferta:	Segunda oferta:
"HOTEL GAGA"	"HOTEL I'OGGINS"
P= números de personas	P=número de personas
R= costo por bar abierto	R= costo por bar abierto
Costo total= P*R+1.500	Costo total= p*1.500+R
Importante: el costo de bar abierto corresponde a $10.000	*Importante. El costo de bar abierto*corresponde a $100.000

a) Observa las dos propuestas y sin realizar cálculos. ¿Cuál de las dos ofertas es más conveniente? ¿Por qué cree eso? Explica

b) Si acuden más de 50 asistentes ¿Qué sucede con el valor que deben pagar por persona a medida que aumenta el número de asistentes en cada oferta?

c) ¿Qué significado tiene para este problema el uso de variables?

d) Si modificamos los valores de las variables, ¿Qué sucede con los costos totales de cada oferta?

Situación-problema 9:

En un trabajo grupal se pide que revises el desarrollo de una actividad a un compañero de curso. Se planteó el siguiente problema: "*En una tienda de muebles, se ofrece un sueldo de $ 250.000 más $ 5.000 por cada mueble terminado. ¿Cuál es la expresión que modela esta situación?"* y la respuesta que se obtuvo fue la siguiente: " $sueldo = 250.000 \cdot n + 5.000$ " *n es el número de muebles."*

a) ¿Consideras correcto el desarrollo efectuado por tu compañero? ¿Por qué?

b) ¿Cuáles condiciones facilitan la comprensión del problema?

c) ¿Cómo lo guiarías para que desarrollara el problema?

d) ¿Cuáles elementos del problema te permiten encontrar una respuesta?

e) ¿Cómo encuentras la solución del problema?

Situación-problema 10:

Shai tiene en su monedero la cantidad de 200 pesos pero distribuidos en monedas de $10 y $5, en total tiene 22 monedas. Sebastián le pregunta. ¿Cuántas son de $10 y cuántas de $5? A lo que Shai responde "¿Por qué me preguntas eso?". Sebastián le dice "pues porque quiero saber". Con tu compañero de puesto comenta lo sucedido y respondan individualmente:

a) ¿Cómo le podrías ayudar a Shai a responder la pregunta de Sebastián?

b) ¿Cómo podrías encontrar el número de monedas de $10 y $5?
c) Ahora observa lo que hizo tu compañero de banco al responder las preguntas anteriores. ¿Pensaron de la misma manera? ¿Por qué?
d) ¿Cómo podrías explicar tu procedimiento en el curso para que se entienda de la mejor forma este problema?

Situación- problema 11:

La siguiente expresión $x+12=-30$ representa el enunciado de un problema determinado.

a) ¿Cómo sería el enunciado que representa a la expresión señalada anteriormente?

b) ¿Cuántos enunciados puedes encontrar?

c) Compara tu respuesta con tus compañeros. ¿Cuántos enunciados encontraron?

d) ¿Cómo resolverías la situación? Explicar con tus propias palabras.

e) ¿Cuáles son las variables involucradas en esta situación que logran resolver el problema?

f) ¿Qué dificultades crees que tiene el problema para resolverlo?

g) ¿Qué opinas del problema?

Situación-problema 12:

Daniel desea comprar dos libros de igual precio que cuestan 8.000 pesos más que una calculadora para la clase de matemáticas. Entonces ha comprado los dos libros y la calculadora y paga con un billete de $20.000 y le devuelven $6.000.

a) Realiza el procedimiento que describe la situación.
b) Si se entrega como respuesta $44.000. ¿Qué se puede preguntar?
c) Si se entrega como respuesta $26.000. ¿Qué se puede preguntar?
d) Propone otro tipo de enunciado para este tipo de respuestas.
e) ¿Qué puedes concluir del problema?

Situación-problema 13:

Constanza debe ir a comprar pasteles para el cumpleaños de una amiga, ella tiene la opción de comprar dos unidades de chocolate, uno de crema y tres de frutilla. Los valores de los pasteles son los siguientes: de chocolate cuesta $950, el pastel de crema cuesta $1.050 y el de frutilla cuesta $850. Si al final compra dos tipos de pastel y le han dado vuelto.

a) Plantea como resolverías la situación
b) ¿Cuánto dinero ha gastado?
c) ¿Consideras que faltan datos en el enunciado del problema? ¿Cuáles?
d) ¿Consideras que hay datos que no te permiten resolver el problema? ¿Por qué?
e) ¿Si agregas datos al problema se tienen cambios al contestar el problema?
f) ¿Qué le cambiarias al problema para que se pudiera resolver de manera más rápida?

Situación-problema 14:

Tres amigos se reparten 96.000 pesos. El mayor recibe 10.000 pesos menos que el menor y el mediano recibe la cuarta parte de lo que recibe el menor. A continuación se presentan formas de resolver el problema.

Resolución 1:	Resolución 2:	Resolución 3:
$x - 10.000 + \frac{x}{4} + x = \frac{96.000}{3}$	$x - 10.000 + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 96.000$	$x - 10.000 + \frac{x}{4} + x = 96.000$

Considera que el ancho de una sala de forma rectangular mide la mitad de su largo y además su perímetro mide 66 m.

a) ¿Cuáles de los siguientes procedimientos se acerca más para encontrar la respuesta al problema?
b) Encuentra otro procedimiento para encontrar la respuesta al problema.
c) ¿Por qué los otros procedimientos no logran responder a la pregunta planteada?
d) ¿Podrías plantear que cambios realizarías al enunciado para relacionar la respuestas al problema?
e) ¿Cuáles son las dificultades que tienes para resolver este tipo de problemas?
f) ¿Qué puedes hacer para comprender de mejor manera estas problemáticas?

Situación-problema 15:

a) ¿Cómo determinarías el área de la sala?
b) Si el ancho de la sala aumenta en 2 metros. ¿Qué sucede con el largo? Explica.
c) Al aumentar o disminuir los lados de la sala ¿Qué ocurre con el área?
d) Determina una expresión que represente como encontraste la solución al problema y describe con tus palabras como la encontraste
e) ¿Es la única expresión o se pueden formular otras?
f) ¿Cuáles son las dificultades que encontraste al resolver este problema?

Anexo 3. Pauta de evaluación de instrumento.

PAUTA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO

Descripción: La siguiente pauta tiene como objetivo evaluar las preguntas de un instrumento de tipo neurodidáctico, que consiste en 15 preguntas de tipo abierto. El objetivo de las preguntas formular el pensamiento deductivo e inductivo en el traspaso de pensamiento numérico al algebraico. Se considera la siguiente adaptación de la lista de cotejo realizada por Meléndez (2009), donde se describen aspectos esenciales para la confección de un instrumento bajo el carácter neurodidáctico, que se relacionan con las competencias matemáticas.

Características de los estudiantes: Estudiantes de nivelación de estudios que presentan dificultades en la enseñanza de las matemáticas, problemas de aprendizaje y desmotivación, pero les gusta resolver problemas y desafíos. El número de estudiantes corresponde a 12 y la edad promedio es de 18 años.

Instrucciones generales:

A continuación se presenta un listado con siete aspectos que a su vez se dividen en algunos criterios, donde se incluyen los problemas planteados desde el 1 hasta el 15, usando la escala numérica que se presenta a continuación. Al analizar cada pregunta usted debe indicar en el casillero correspondiente un número que se relaciona con la escala y que se conecta con los aspectos señalados.

Escala numérica:

Escala	Significado
3	Cumple en su totalidad los objetivos planteados
2	Cumple con observaciones los objetivos planteados
1	Cumple medianamente los objetivos planteados
0	No cumple los objetivos planteados

PAUTA DE VALIDACIÓN															
ASPECTOS	PREGUNTAS														
1) MOTIVACIÓN:	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
Se relaciona con la cotidianidad del curso y toma en cuenta los conocimientos previos del estudiante															
Se adaptan a los distintos estilos de aprendizaje y es adecuado al nivel curricular propuesto															
Se respetan las características personales del estudiante															
Se logra mantener el interés y participación del estudiante al realizar el problema															
2) SELECCIÓN, ATENCIÓN, CONCENTRACIÓN.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
Llama la atención del estudiante e incluye las instrucciones comprensibles															
Permite seguir una secuencia lógica de ejecución de la actividad															
Favorece la integración sensorial de al menos dos sentidos (visual, auditiva, táctil, olfativa, gustativa, kinestésica)															

3) PROCESOS DE ELABORACIÓN.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Se logran señalar y nombrar los elementos de la actividad															
Se describen las relaciones entre los elementos de la actividad															
Reconocer similitudes y/o diferencias entre los elementos del problema															
Se ordenan y/o agrupan los elementos según criterios dados															
Se asocian los elementos según criterios dados para la resolución del problema															

4) PROCESOS DE SALIDA.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Se responden a las preguntas de la actividad															
Se describen y se entregan razones de los procedimientos realizados															
Se señalan, explican o corrigen los errores que surgen de la actividad propia o de otros															
Se utiliza un lenguaje simbólico para ayudar a comprender el problema															

5) PROCESOS COMPLEJOS.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Los estudiantes pueden explicar los pasos desde cualquier parte del proceso															
Se identifican los errores y se narran las formas de corrección															
Se Deciden los procedimientos para desarrollar de mejor el problema															
Se pueden realizar y/o proponer actividades similares en contextos distintos o criterios cambiados															

6) FUNCIONES EJECUTIVAS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Observar todos los detalles de la actividad e identifican el problema que deben resolver															
A través del problema pueden predecir posibles resultados y organizar los pasos a seguir															
Se distribuyen las responsabilidades y se ejecutan las tareas siguiendo un plan de acción															
Se Redirige el proceso cuando hay error y se decide cual es la respuesta más adecuada															
Los estudiantes asumen sus correcciones y argumentan su decisión															

7) FORMAS DE RAZONAMIENTO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Se Infieren detalles a partir de explicaciones generales															
Se conjeturan explicaciones generales a partir de experiencias particulares															
Se observar y/o construyen ejemplos															
Se diseñan y/o se resuelven, esquemas o mapas conceptuales															

Comentarios y/o sugerencias:

Anexo 4. Evaluación de respuestas por expertos

PREGUNTA 1.

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	3	3	3	2	11
1.2	3	3	3	2	11
1.3	2	3	2	2	9
1.4	3	2	3	3	11
2.Selección					
2.1	3	3	3	3	12
2.2	3	2	3	3	11
2.3	1	2	0	1	4
3.Proceso Entrada					
3.1	3	3	3	3	12
3.2	2	3	3	2	10
3.3	3	3	3	3	12
3.4	2	3	3	3	11
3.5	2	3	3	3	11
4.Proceso de Salida					
4.1	3	3	3	2	11
4.2	2	2	3	2	9
4.3	2	2	2	2	8
4.4	1	0	3	2	6
5.Procesos complejos					
5.1	3	3	3	3	12
5.2	2	1	3	3	9
5.3	3	2	3	3	10
5.4	3	3	3	3	12
6.Funciones Ejecutivas					
6.1	2	2	3	3	10
6.2	3	2	3	3	11
6.3	2	0	3	3	8
6.4	2	0	3	3	8
6.5	3	0	3	3	9
7.Formas de Razonamiento					
7.1	3	3	3	3	12
7.2	3	3	3	3	12
7.3	3	3	3	3	12
7.4	2	2	3	2	9
Suma	72	64	82	76	294
porcentaje	83%	74%	94%	87%	84

PREGUNTA 2.

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	3	3	3	3	12
1.2	3	3	3	3	12
1.3	2	2	2	2	8
1.4	3	2	3	3	11
2. Selección					
2.1	3	2	3	3	11
2.2	2	3	3	3	11
2.3	2	2	0	1	5
3. Proceso Entrada					
3.1	2	2	3	3	10
3.2	2	3	3	3	11
3.3	2	3	3	3	11
3.4	2	3	3	3	11
3.5	2	3	3	3	11
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	3	3	12
4.2	3	0	3	3	9
4.3	2	0	2	3	7
4.4	2	0	3	2	7
5. Procesos complejos					
5.1	3	2	3	3	11
5.2	2	1	3	3	9
5.3	3	2	3	3	11
5.4	3	3	3	3	12
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	2	2	3	3	10
6.2	3	2	3	3	11
6.3	2	0	3	3	8
6.4	3	0	3	3	9
6.5	2	0	3	3	8
7. Formas de Razonamiento					
7.1	1	3	3	3	10
7.2	3	3	3	3	12
7.3	2	3	3	3	11
7.4	2	2	3	2	9
Suma	69	57	82	82	290
Porcentaje	79%	66%	94%	94%	83

PREGUNTA 3

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	2	3	3	1	9
1.2	3	3	3	2	11
1.3	2	2	2	2	8
1.4	3	2	3	3	11
2. Selección					
2.1	2	3	3	3	11
2.2	3	3	3	2	11
2.3	2	2	0	1	5
3. Proceso Entrada					
3.1	3	2	3	3	11
3.2	2	3	3	3	11
3.3	2	3	3	3	11
3.4	3	3	3	2	11
3.5	2	3	3	2	10
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	3	3	12
4.2	3	0	3	3	9
4.3	2	2	2	2	8
4.4	2	2	3	3	10
5. Procesos complejos					
5.1	3	2	3	3	11
5.2	3	2	3	2	10
5.3	3	1	3	3	10
5.4	3	3	3	3	12
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	3	2	3	2	10
6.2	3	2	3	3	11
6.3	2	2	3	3	10
6.4	3	2	3	2	10
6.5	3	2	3	3	11
7. Formas de Razonamiento					
7.1	2	3	3	3	11
7.2	3	3	3	3	12
7.3	1	3	3	3	10
7.4	2	3	3	2	10
Suma	73	69	82	73	297
Porcentaje	84%	79%	94%	84%	85

PREGUNTA 4

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	2	3	1	3	9
1.2	3	3	2	2	10
1.3	2	2	2	2	8
1.4	3	2	3	3	11
2. Selección					
2.1	2	3	1	2	8
2.2	3	3	1	2	9
2.3	2	3	0	1	6
3. Proceso Entrada					
3.1	3	2	1	3	9
3.2	2	3	1	2	8
3.3	2	2	1	3	8
3.4	2	1	1	2	6
3.5	2	1	1	3	7
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	1	3	10
4.2	3	0	1	3	7
4.3	2	0	1	3	6
4.4	2	2	1	3	8

5. Procesos complejos					
5.1	2	3	1	3	9
5.2	3	1	1	3	8
5.3	3	2	1	3	9
5.4	3	3	1	3	10
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	2	2	1	3	8
6.2	3	2	1	3	9
6.3	2	2	1	3	8
6.4	2	0	1	3	6
6.5	2	1	1	3	7
7. Formas de Razonamiento					
7.1	2	3	1	3	9
7.2	3	3	1	3	10
7.3	2	3	1	3	9
7.4	2	3	1	2	8
Suma	69	61	32	78	240
Porcentaje	79%	70%	37%	90%	69

PREGUNTA 5

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	suma
1. Motivación					
1.1	3	3	1	3	10
1.2	3	3	1	2	9
1.3	2	2	2	2	8
1.4	3	2	3	3	11
2. Selección					
2.1	2	3	1	2	8
2.2	3	3	1	2	9
2.3	2	3	0	1	6
3. Proceso Entrada					
3.1	2	2	1	2	7
3.2	2	2	1	2	7
3.3	2	2	1	2	7
3.4	2	1	1	2	6
3.5	2	2	1	2	7
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	1	2	9
4.2	3	1	1	3	8
4.3	2	0	1	3	6
4.4	2	2	1	3	8
5. Procesos complejos					
5.1	2	1	1	2	6
5.2	3	1	1	3	8
5.3	3	0	1	2	6
5.4	3	2	1	3	9
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	2	2	1	3	8
6.2	3	3	1	3	10
6.3	2	0	1	3	6
6.4	2	0	1	3	6
6.5	2	1	1	3	7
7. Formas de Razonamiento					
7.1	2	3	1	3	9
7.2	3	3	1	3	10
7.3	3	3	1	3	10
7.4	2	3	1	2	8
Suma	70	56	31	72	229
Porcentaje	80%	64%	36%	83%	66

PREGUNTA 6

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	2	3	3	3	11
1.2	3	0	3	3	9
1.3	2	0	2	3	8
1.4	3	1	3	3	10
2. Selección					
2.1	3	0	3	3	9
2.2	3	1	3	3	10
2.3	2	0	0	2	4
3. Proceso Entrada					
3.1	3	0	3	3	9
3.2	2	0	3	3	8
3.3	2	0	3	3	8
3.4	3	2	3	3	11
3.5	2	1	3	3	9
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	3	3	12
4.2	3	0	3	3	9
4.3	2	0	2	3	7
4.4	2	1	2	2	7
5. Procesos complejos					
5.1	2	1	3	3	9
5.2	2	0	3	3	8
5.3	3	1	3	2	9
5.4	3	1	3	3	10
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	2	1	3	3	9
6.2	3	2	3	3	11
6.3	2	0	3	3	8
6.4	3	0	3	3	9
6.5	2	0	3	3	8
7. Formas de Razonamiento					
7.1	1	2	3	3	9
7.2	3	2	3	3	11
7.3	1	2	3	3	9
7.4	2	1	3	2	8
Suma	69	25	81	83	258
Porcentaje	79%	29%	93%	95%	74

PREGUNTA 7

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	3	3	3	3	12
1.2	3	0	3	3	9
1.3	3	0	2	3	8
1.4	3	1	3	3	10
2. Selección					
2.1	2	0	2	3	7
2.2	3	1	2	3	9
2.3	2	0	0	2	4
3. Proceso Entrada					
3.1	3	0	2	3	8
3.2	3	0	2	3	8
3.3	2	0	2	3	8
3.4	3	2	2	2	9
3.5	2	1	2	3	8
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	2	3	11
4.2	3	0	2	2	7
4.3	2	0	2	3	7
4.4	2	1	2	2	7
5. Procesos complejos					
5.1	2	1	2	2	7
5.2	3	0	2	3	8
5.3	3	1	2	3	9
5.4	3	1	2	3	9
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	2	1	2	2	7
6.2	3	2	2	2	9
6.3	2	0	2	3	7
6.4	2	0	2	3	7
6.5	2	0	2	3	7
7. Formas de Razonamiento					
7.1	2	2	2	2	8
7.2	3	2	2	2	9
7.3	2	2	2	3	9
7.4	2	1	2	2	7
Suma	79	25	59	77	240
Porcentaje	91%	29%	68%	89%	69

PREGUNTA 8

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	3	3	3	3	12
1.2	2	1	3	3	9
1.3	2	0	2	3	7
1.4	3	1	3	3	10
2. Selección					
2.1	2	1	3	3	9
2.2	3	2	3	3	11
2.3	1	1	0	1	3
3. Proceso Entrada					
3.1	2	1	3	3	9
3.2	3	1	3	3	10
3.3	2	1	3	3	9
3.4	2	2	3	3	10
3.5	2	1	3	3	9
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	3	3	12
4.2	3	1	3	2	9
4.3	2	0	2	2	6
4.4	2	2	3	3	10

5. Procesos complejos					
5.1	2	2	3	3	10
5.2	3	0	3	3	9
5.3	3	1	3	3	10
5.4	3	2	3	3	11
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	2	2	3	2	9
6.2	3	2	3	2	10
6.3	2	0	3	3	8
6.4	2	0	3	3	8
6.5	3	0	3	3	9
7. Formas de Razonamiento					
7.1	2	2	3	3	10
7.2	3	2	3	3	11
7.3	3	2	3	3	11
7.4	2	2	3	3	10
Suma	70	38	82	81	271
Porcentaje	80%	44%	94%	93%	78

Pregunta 9

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	3	2	3	3	11
1.2	3	1	3	3	10
1.3	2	1	2	3	8
1.4	3	1	3	3	10
2. Selección					
2.1	3	1	3	3	10
2.2	3	2	3	3	11
2.3	2	0	0	1	3
3. Proceso Entrada					
3.1	3	1	3	3	10
3.2	3	2	3	3	11
3.3	2	1	3	3	9
3.4	3	2	3	2	10
3.5	2	2	3	2	9
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	3	3	12
4.2	3	2	3	2	10
4.3	2	0	3	2	7
4.4	2	2	3	3	10

5. Procesos complejos					
5.1	2	2	3	3	10
5.2	3	0	3	2	8
5.3	3	2	3	2	10
5.4	3	2	3	3	11
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	2	2	3	2	9
6.2	3	2	3	3	11
6.3	2	0	3	2	7
6.4	2	0	3	3	8
6.5	3	0	3	3	9
7. Formas de Razonamiento					
7.1	2	2	3	3	10
7.2	3	2	3	3	11
7.3	2	2	3	3	10
7.4	2	2	3	2	9
Suma	74	41	83	76	274
Porcentaje	85%	47%	95%	87%	79

PREGUNTA 10

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	3	3	3	3	12
1.2	2	1	3	3	9
1.3	3	2	2	3	10
1.4	3	1	3	3	10
2. Selección					
2.1	3	1	3	3	10
2.2	3	2	3	3	11
2.3	2	0	0	3	5
3. Proceso Entrada					
3.1	3	1	3	3	10
3.2	2	1	3	3	9
3.3	2	1	3	3	9
3.4	2	2	3	3	10
3.5	2	2	3	3	10
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	3	3	12
4.2	3	2	3	2	10
4.3	2	1	3	3	9
4.4	2	1	2	2	7
5. Procesos complejos					
5.1	2	2	3	3	10
5.2	3	1	3	2	9
5.3	3	2	3	3	11
5.4	3	2	3	3	11
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	2	2	3	3	10
6.2	2	2	3	3	10
6.3	2	2	3	2	9
6.4	2	2	3	3	10
6.5	3	2	3	3	11
7. Formas de Razonamiento					
7.1	2	2	3	3	10
7.2	3	2	3	3	11
7.3	2	2	3	3	10
7.4	2	27	3	2	9
Suma	71	50	82	82	285
porcentaje	82%	57%	94%	94%	82

PREGUNTA 11

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	3	2	3	3	11
1.2	2	1	3	2	8
1.3	2	1	2	2	7
1.4	2	2	3	3	10
2. Selección					
2.1	2	1	3	3	9
2.2	3	2	3	3	11
2.3	1	0	0	1	2
3. Proceso Entrada					
3.1	3	0	3	3	9
3.2	2	1	3	3	9
3.3	2	1	3	3	9
3.4	2	1	3	2	8
3.5	2	2	3	2	9
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	3	3	12
4.2	3	2	3	2	10
4.3	2	0	3	2	7
4.4	2	2	3	3	10
5. Procesos complejos					
5.1	2	1	3	2	8
5.2	3	1	3	2	9
5.3	3	2	3	3	11
5.4	3	2	3	3	11
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	2	1	3	2	8
6.2	2	1	3	3	9
6.3	2	2	3	3	10
6.4	3	1	3	3	10
6.5	2	2	3	3	10
7. Formas de Razonamiento					
7.1	2	2	3	3	10
7.2	3	1	3	3	10
7.3	2	3	3	3	11
7.4	2	2	3	2	9
Suma	67	42	83	75	267
Porcentaje	77%	48%	95%	86%	77%

PREGUNTA 12

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	3	2	3	3	11
1.2	2	1	3	3	9
1.3	2	1	2	3	8
1.4	3	1	3	3	10
2. Selección					
2.1	2	1	3	3	9
2.2	2	1	3	2	8
2.3	1	0	0	1	2
3. Proceso Entrada					
3.1	2	2	3	2	9
3.2	3	2	3	2	10
3.3	2	1	3	3	9
3.4	2	1	3	2	8
3.5	2	1	3	2	8
4. Proceso de Salida					
4.1	3	2	3	3	11
4.2	3	1	3	2	9
4.3	2	0	2	2	6
4.4	2	1	2	2	7

5. Procesos complejos					
5.1	2	1	3	2	8
5.2	3	0	3	2	8
5.3	3	0	3	3	9
5.4	3	1	3	2	9
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	2	1	3	3	9
6.2	2	1	3	3	9
6.3	2	1	3	3	9
6.4	2	0	3	2	7
6.5	2	1	3	3	9
7. Formas de Razonamiento					
7.1	1	1	3	2	7
7.2	3	1	3	2	9
7.3	1	2	3	3	9
7.4	2	2	3	2	9
Suma	64/87	30/87	84/87	70/87	248/348
Porcentajes	74%	34%	97%	80%	71%

PREGUNTA 13

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	3	2	3	3	11
1.2	3	1	3	3	10
1.3	2	1	2	3	8
1.4	2	1	3	3	9
2. Selección					
2.1	3	1	3	3	10
2.2	3	2	3	3	11
2.3	2	0	0	2	4
3. Proceso Entrada					
3.1	3	2	3	3	11
3.2	2	2	3	2	9
3.3	2	2	3	3	10
3.4	2	2	3	1	8
3.5	2	2	3	1	8
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	3	3	12
4.2	3	1	3	2	9
4.3	2	2	2	3	9
4.4	2	1	2	1	6

5. Procesos complejos					
5.1	1	2	3	2	8
5.2	3	2	3	2	10
5.3	3	2	3	2	10
5.4	3	2	3	3	11
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	2	1	3	3	9
6.2	3	2	3	3	11
6.3	3	0	3	3	9
6.4	3	1	3	2	9
6.5	2	2	3	3	10
7. Formas de Razonamiento					
7.1	2	2	3	2	9
7.2	3	2	3	3	11
7.3	3	2	3	2	10
7.4	2	2	3	2	9
Suma	72	47	81	71	271
porcentajes	83	54	93	82	78

PREGUNTA 14

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	3	3	3	3	12
1.2	2	2	3	3	10
1.3	3	1	2	3	9
1.4	3	2	3	3	11
2. Selección					
2.1	2	2	3	3	10
2.2	2	2	3	3	10
2.3	1	0	0	1	2
3. Proceso Entrada					
3.1	3	2	3	3	11
3.2	3	2	3	3	11
3.3	2	2	3	3	10
3.4	2	2	3	3	10
3.5	1	2	3	3	9
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	3	3	12
4.2	3	1	3	2	9
4.3	2	1	2	2	7
4.4	2	2	3	3	10

5. Procesos complejos					
5.1	2	1	3	2	8
5.2	3	0	3	2	8
5.3	3	2	3	3	11
5.4	3	1	3	3	10
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	3	1	3	3	10
6.2	3	2	3	3	11
6.3	2	2	3	2	9
6.4	2	1	3	2	8
6.5	3	1	3	2	9
7. Formas de Razonamiento					
7.1	2	1	3	3	9
7.2	3	2	3	3	11
7.3	2	2	3	2	9
7.4	2	2	3	2	9
Suma	70	47	82	76	275
Porcentajes	81	54	94	87	79

PREGUNTA 15

CRITERIO	E1	E2	E3	E4	Suma
1. Motivación					
1.1	3	2	3	3	11
1.2	2	2	3	3	10
1.3	2	2	2	3	9
1.4	3	1	3	3	10
2. Selección					
2.1	3	1	3	3	10
2.2	3	2	3	3	11
2.3	2	0	0	2	4
3. Proceso Entrada					
3.1	3	2	3	3	11
3.2	3	2	3	3	11
3.3	2	2	3	3	10
3.4	2	2	3	3	10
3.5	2	2	3	3	10
4. Proceso de Salida					
4.1	3	3	3	3	12
4.2	3	2	3	2	10
4.3	2	1	2	2	7
4.4	3	2	2	2	9
5. Procesos complejos					
5.1	2	1	3	3	9
5.2	3	1	3	2	9
5.3	3	2	3	3	11
5.4	3	1	3	3	10
6. Funciones Ejecutivas					
6.1	1	2	3	3	9
6.2	3	1	3	3	10
6.3	2	0	3	3	8
6.4	2	0	3	3	8
6.5	3	0	3	3	9
7. Formas de Razonamiento					
7.1	2	1	3	3	9
7.2	3	2	3	3	11
7.3	1	2	3	3	9
7.4	2	2	3	3	10
Suma	71	43	81	82	277
Porcentajes	82	49	93	94	80

Anexo 5. Cuestionario 1

Primer Cuestionario de Situaciones problemas

A continuación se presenta un cuestionario con dos problemas, léelos atentamente y respóndelos, considerando escribir y explicar su desarrollo.

Situación problema 1.

Shai tiene en su monedero la cantidad de 200 pesos pero distribuidos en monedas de \$10 y \$5, en total tiene 22 monedas. Sebastián le pregunta. ¿Cuántas son de \$10 y cuántas de \$5? A lo que Shai responde "¿Por qué me preguntas eso?". Sebastián le dice "pues porque quiero saber". Con tu compañero de puesto comenta lo sucedido y respondan individualmente:

a) **¿Cómo le podrías ayudar a Shai a responder la pregunta de Sebastián?**

b) **¿Cómo podrías encontrar el número de monedas de \$10 y \$5?**

c) **Ahora observa lo que hizo tu compañero de banco al responder las preguntas anteriores. ¿Pensaron de la misma manera? ¿Por qué?**

d) **¿Cómo podrías explicar tu procedimiento en el curso para que se entienda de la mejor forma este problema?**

Situación problema 2.

Considera que el ancho de una sala de forma rectangular mide la mitad de su largo y además su perímetro mide 66 m.

a) **¿Cómo determinarías el área de la sala?**

b) **Si el ancho de la sala aumenta en 2 metros. ¿Qué sucede con el largo? Explica.**

c) **Al aumentar o disminuir los lados de la sala ¿Qué ocurre con el área?**

d) Determina una expresión que represente como encontraste la solución al problema y describe con tus palabras como la encontraste

e) ¿Es la única expresión o se pueden formular otras?

f) ¿Cuáles son las dificultades que encontraste al resolver este problema?

¡¡¡ Muchas gracias por tu colaboración!!!

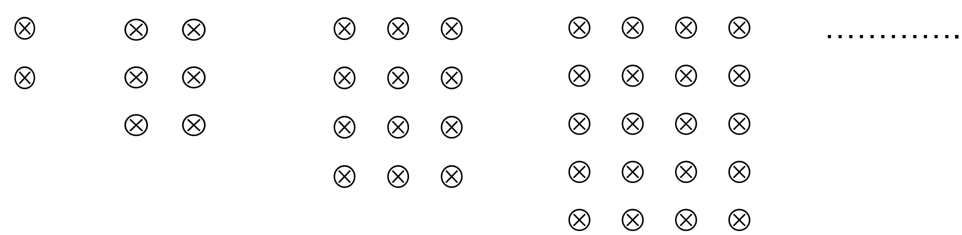
Anexo 6. Cuestionario 2

Segundo Cuestionario de Situaciones problemas

A continuación se presenta un cuestionario con dos problemas, léelos atentamente y respóndelos, considerando escribir y explicar su desarrollo.

Situación problema 1.

Observa la siguiente situación.



a) **Explica con tus palabras lo que puedes observar de estos dibujos.**

b) **¿Por qué crees que sucede esto?**

c) **Si agregas una figura más. ¿Cómo sería esta figura? Dibújala.**

d) **¿Cómo describirías la figura que se forma?**

e) **¿Hay algún procedimiento que determine la generación de figuras siguientes? Explica.**

f) **¿Es la única manera? Describe otras maneras de encontrarlas.**

g) **¿Cómo se podría saber el número de pelotas de una figura cualquiera? Explica.**

Situación problema 2

En un trabajo grupal se pide que revises el desarrollo de una actividad a un compañero de curso. Se planteó el siguiente problema: "*En una tienda de muebles, se ofrece un sueldo de $ 250.000 más $ 5.000 por cada mueble terminado. ¿Cuál es la expresión que modela esta situación?"* **y la respuesta que se obtuvo fue la siguiente:** " $sueldo = 250.000 \cdot n + 5.000$ " *n es el número de muebles."*

a) ¿Consideras correcto el desarrollo efectuado por tu compañero? ¿Por qué?

b) ¿Cuáles condiciones facilitan la comprensión del problema? Explica.

c) ¿Cómo lo guiarías para que desarrollara el problema?

d) ¿Cuáles elementos del problema te permiten encontrar una respuesta? Explica.

e) ¿Cómo encuentras la solución del problema? Explica.

¡¡¡ Muchas gracias por tu colaboración!!!

Anexo 7. Cuestionario 3

Tercer Cuestionario de Situaciones problemas

Situación problema 1

Para la fiesta de fin de año, se realizan cotizaciones en dos lugares diferentes con capacidad máxima para 100 personas. Daniel junto a Gabriela cotizan cuáles son los valores más adecuados y se los presentan en la reunión del curso.

Primera oferta:	**Segunda oferta:**
“HOTEL GAGA”	“HOTEL l’OGGINS”
P= números de personas	**P=número de personas**
R= costo por bar abierto	**R= costo por bar abierto**
Costo total= P*R+1.500	**Costo total= p*1.500+R**

Importante: el costo de bar abierto corresponde a $10.000	**I*mportante. El costo de bar abierto* corresponde a $100.000**

a) Observa las dos propuestas y sin realizar cálculos. ¿Cuál de las dos ofertas es más conveniente? ¿Por qué cree eso? Explica

b) Si acuden más de 50 asistentes ¿Qué sucede con el valor que deben pagar por persona a medida que aumenta el número de asistentes en cada oferta?

c) ¿Qué significado tiene para este problema el uso de variables?

d) Si modificamos los valores de las variables, ¿Qué sucede con los costos totales de cada oferta?

Situación problema 2

Constanza, Alison y Nicolás se reparten 96.000 pesos. Constanza recibe 10.000 pesos menos que el Alison y Nicolás recibe la cuarta parte de lo que recibe Alison. A continuación se presentan formas de resolver el problema.

Resolución 1: $x - 10.000 + \frac{x}{4} + x = \frac{96.000}{3}$	Resolución 2: $x - 10.000 + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 96.000$	Resolución 3: $x - 10.000 + \frac{x}{4} + x = 96.000$

a) **¿Cuáles de los procedimientos mostrados anteriormente se acerca más para encontrar la respuesta al problema?**

b) **Encuentra otro procedimiento para encontrar la respuesta al problema y explícalo.**

c) **¿Por qué los otros procedimientos no logran responder a la pregunta planteada?**

d) **¿Podrías plantear que cambios realizarías al enunciado para relacionar las respuestas al problema?**

e) **¿Cuáles son las dificultades que tienes para resolver este tipo de problemas?**

f) **¿Qué puedes hacer para comprender de mejor manera estas problemáticas?**

¡¡¡ Muchas gracias por tu colaboración!!!