



**UNIVERSIDAD DE LOS LAGOS**

ESCUELA DE POSTGRADO  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS  
DOCTORADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**CIUDADANÍA EN EL AULA  
UNA PROPUESTA DESDE LA MATEMÁTICA ESCOLAR**

**Tesis doctoral**

**Tania Andrea Andrade Vega**

**Directora: Dra. Ismenia Guzmán**

**Santiago, Chile, 2019**



# UNIVERSIDAD DE LOS LAGOS

ESCUELA DE POSTGRADO  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS  
DOCTORADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

## CIUDADANÍA EN EL AULA UNA PROPUESTA DESDE LA MATEMÁTICA ESCOLAR

Tesis Doctoral presentada por Tania Andrea Andrade Vega dentro del programa de Doctorado en Educación Matemática para aspirar al grado de **Doctora en Educación Matemática por la Universidad de los Lagos**, dirigida por la Dra. Ismenia Guzmán Retamal, académica de la Universidad de los Lagos.

---

Tania Andrea Andrade Vega

---

Ismenia Guzmán Retamal



# UNIVERSIDAD DE LOS LAGOS

ESCUELA DE POSTGRADO  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS  
DOCTORADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

## **CIUDADANÍA EN EL AULA UNA PROPUESTA DESDE LA MATEMÁTICA ESCOLAR**

Esta tesis de Doctorado ha sido desarrollada al seno del Grupo de Investigación sobre Didáctica de la Matemática (GIDMAT.ULAGOS) del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de los Lagos.

## AGRADECIMIENTOS

Extiendo mis agradecimientos al programa de Doctorado en Educación Matemática de la Universidad de los Lagos, por constituir la plataforma en que pudo tener lugar este trabajo; a todo su cuerpo docente por contribuir con valiosas herramientas formativas tanto teóricas como prácticas para su realización; a la Doctora Silvia Retamal y la Doctora Ismenia Guzmán, quienes formarón parte de mi comisión y contribuyeron a incluir algunas miradas al problema que de otro modo no habrían sido consideradas; y a la Doctora Leonora Díaz, profesora externa invitada, cuyo apoyo constante en mi proceso formativo no puede ser siquiera dimensionado en estas líneas.

Los seres humanos nos relacionamos rizomáticamente, y yo no he sido la excepción, en este entramado rizoma mi familia y mis amigos han jugado un rol fundamental, pues han desdibujado los límites de lo individual constituyendo un colectivo que me ha protegido, enseñado, cuestionado, acurrucado y remecido en innumerables ocasiones. Les agradezco infinitamente esta co-construcción de lo que soy y de lo que estoy haciendo.

La realización de este trabajo constituyó un desafío permanente en lo personal, físico e intelectual, y fueron ellos, mi familia y mis amigos, quienes me entregaron su contención y soporte emocional. Especialmente Enic, mi compañero de ruta, quien alumbró mis pasos y me invitó, constantemente a construir un mundo más justo y solidario. Para todos ellos un agradecimiento infinito.

# ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS.....	4
INTRODUCCIÓN.....	8
CAPÍTULO 1.....	11
ANTECEDENTES Y ÁREA PROBLEMÁTICA.....	11
1.1 Formación ciudadana. Hacia un estudio de su implementación en el currículo.....	12
1.1.1 Desde la socialización política a la formación ciudadana.....	12
1.1.2 Un campo en contradicción.....	14
1.1.3 La discusión actual.....	15
1.2 Educación ciudadana en Chile: retrospectiva y nuevos desafíos.....	17
1.2.1 Reformas curriculares en Chile: desde el currículo dictatorial a la ciudadanía social-demócrata.....	17
1.3 Justificación.....	22
1.4 Preguntas y objetivos de investigación.....	26
1.4.1 Preguntas de Investigación.....	26
1.4.2 Objetis de investigación.....	27
CAPÍTULO 2.....	28
MARCO TEÓRICO.....	28
2.1 Formación ciudadana, un acercamiento desde la matemática escolar.....	29
2.1.1 Formación ciudadana: Mucho más que una virtud cívica.....	29
2.1.2 Formación ciudadana: miradas actuales.....	31
2.1.3 Formación ciudadana: una visión posible.....	32
2.1.4 Educación matemática y formación ciudadana, una relación necesaria.....	34
2.1.5 Ciudadanía, una visión posible en la enseñanza de la matemática escolar.....	39
2.2 Aula matemática, un espacio para formar en ciudadanía.....	47
2.2.1 Aula escolar, un espacio de prácticas sociales.....	47
2.2.2 Aula matemática: un espacio espacio para el conocimiento reflexivo.....	49
2.2.3 Interrelaciones en el aula matemática, la construcción desde el diálogo.....	54
CAPÍTULO 3.....	57
MARCO METODOLÓGICO.....	57
3.1 Metodología.....	58
3.2 Tipo de estudio.....	58
3.2.1 Situaciones de aprendizaje o experimentos de enseñanza basados en una conjetura.....	62

3.3 Población y muestra .....	65
3.3.1 Tipo de muestra .....	65
3.3.2 Grupo de referencia .....	65
3.3.3 Criterios de selección/exclusión .....	65
3.4 Variables.....	66
3.5 Técnicas o procedimientos para recoger datos.....	69
3.6 Técnicas para el análisis de datos .....	69
3.7 Criterios éticos.....	71
3.7.1 Consentimiento informado .....	72
3.7.2 La confidencialidad .....	72
3.7.3 Observación participante .....	73
CAPÍTULO 4.....	74
CONSTRUCCIÓN DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE .....	74
4.1 Formar ciudadanía: en la construcción de una propuesta.....	75
4.2 Marco de desarrollo curricular.....	75
4.2.1 Organización curricular del Estado de Chile.....	76
4.3 Marco disciplinario .....	80
4.3.1 Fracciones, un mega concepto.....	80
4.4 Marco pedagógico .....	84
4.4.1 Criterios desde la ciudadanía crítica para la construcción de situaciones de aprendizaje .....	84
4.4.2 Criterios desde la práctica dialógica para la interrelación en el aula.....	87
4.5 Diseño de situaciones de aprendizaje.....	88
CAPÍTULO 5.....	108
RECOPIACIÓN DE DATOS .....	108
5.1 Experimentación de situaciones de aprendizaje .....	109
5.1.1 Grupos de referencia .....	109
5.1.2 Implementación en el aula .....	109
5.1.3 Organización del trabajo en el aula .....	109
5.1.4 Descripción de las secciones.....	112
5.1.5 Descripción de las situaciones de aprendizaje.....	113
5.1.6 Aspectos a considerar en la gestión de la clase.....	114
5.2 Entrevistas a estudiantes.....	119
CAPÍTULO 6.....	120
ANÁLISIS Y RESULTADOS .....	120

6.1 Técnicas de análisis.....	121
6.1.1 Pertenencia, pertinencia y consistencia .....	122
6.1.2 Análisis preliminar y final.....	123
6.1.3 Análisis de entrevistas .....	124
6.2 Resultados y análisis .....	125
6.2.1 Resultados y análisis: Pertinencia ciudadana .....	125
6.2.2 Resultados y análisis: Pertenencia a ambientes de aprendizaje .....	129
6.2.3 Resultados y análisis: consistencia dialógica .....	130
6.2.4 Análisis y resultados preliminares y finales .....	131
6.2.5 resultados y análisis DE LAS percepciones estudiantiles.....	149
6.2.5.1 Resultados percepciones estudiantiles, encuestas realizadas antes de la aplicación de la situaciones de aprendizaje .....	149
6.2.5.2 Resultados de las percepciones estudiantiles, encuestas realizadas después de la aplicación de laS situaciones de aprendizaje .....	153
CAPÍTULO 7.....	159
CONCLUSIONES, PERSPECTIVAS.....	159
7.1 Conclusiones .....	160
7.2 Limitaciones y perspectivas .....	170
Bibliografía .....	172
ANEXOS .....	180
Anexo 1 .....	180
Anexo 2 .....	190
Anexo 3 .....	201
Anexo 4 .....	209
Aspectos a considerar en la gestión de la clase.....	211
Anexo 5 .....	217
Respuestas estudiantiles.....	217
Anexo 6 .....	221

## INTRODUCCIÓN

Durante el desarrollo de las últimas décadas, nuestras sociedades han vivenciado cambios sociales, políticos, económicos y culturales sin precedentes, que han provocado una redefinición del concepto de ciudadanía y una constante preocupación por su implementación en el aula.

En este sentido, distintos países del mundo han dado un paso adelante al desarrollar rediseños curriculares con vista a implementar la formación ciudadana desde la edad más temprana (Valero, Andrade-Molina, & Montecino, 2015).

Chile no es una excepción. En estos 10 años se han constatado 7 iniciativas de ley para promover mejoras en la formación ciudadana, las cuales han apuntado a avanzar desde una ciudadanía minimalista, en la cual el foco de atención está en el desarrollo de la formación ciudadana en un área específica, a una ciudadanía maximalista, que entiende esta formación en áreas diversas (Cox & Garcia, 2015).

Sin embargo, las percepciones de organismos internacionales respecto de la formación ciudadana del país la señalan como un área deficitaria. El Estudio Internacional de Educación Cívica y Ciudadanía (I.C.C.S), del año 2009, por ejemplo, menciona los bajos resultados que obtuvo Chile con relación al promedio internacional, sin presentar cambios respecto de su estudio predecesor. Esto viene a demostrar que, si bien se han desplegado esfuerzos mayúsculos en materia de formación ciudadana (dos reformas educacionales y un ajuste curricular), al parecer no han logrado revertir la baja participación de la población en procesos de elección democrática y la formación de una ciudadanía más robusta.

Tham menciona que las promulgaciones curriculares no producen automáticamente su adopción y que esta podría ser una de las causas de los deficitarios resultados en las pruebas internacionales que miden formación



ciudadana. Comenta al respecto: *“Se reconoce así que el proceso de implementación de un currículum depende en gran medida de cómo directivos y profesores interpretan sus objetivos, y de cómo los alumnos se apropian de ellos”* (Tham , 2014, p. 8).

Compartir la afirmación de Tham significa que en la discusión respecto a la formación ciudadana debe ser incluida la “ciudadanización” del aula.

En esta tesis nos preguntamos sobre el proceso de “ciudadanizar” el espacio áulico desde la matemática escolar. Para ello, desarrollamos la siguiente estructura:

En el **Capítulo 1** se construyó el problema de investigación y sus antecedentes. Para ello se realizó una breve revisión de investigaciones respecto a: pesquisas en el área de la socialización política y la implementación de la ciudadanía en el aula y el desarrollo de la educación ciudadana en Chile durante las últimas décadas, realizando una descripción de las tres principales reformas ejecutadas en los últimos 37 años.

Ello permitió identificar las necesidades investigativas en la materia y elaborar las preguntas de investigación y los objetivos, tanto generales como específicos, que fueron la columna vertebral de este trabajo.

En el **Capítulo 2** presentamos, a partir de las variables identificadas en el objetivo general, las variables de estudio: ciudadanía crítica y aula matemática, y desarrollamos el enfoque teórico, el cuál consistió en un diálogo respecto de cómo, histórica, epistemológica y metodológicamente se han posicionado en la discusión investigativa ambas variables.

En el **Capítulo 3** desarrollamos el marco metodológico que sustenta la investigación; en él definimos la muestra de referencia, los tipos de estudio, las técnicas de recopilación de información, los análisis y los criterios éticos.

En el **Capítulo 4** construimos la propuesta de situaciones de aprendizaje, identificando los elementos fundamentales a considerar en su elaboración, tales como el marco curricular, pedagógico y disciplinario, realizando paralelamente el proceso de análisis inicial o conjeturas y el diseño y aplicación de la pauta de entrevista.

En el **Capítulo 5** evidenciamos la experimentación de las situaciones de aprendizaje, desarrollando material específico para el docente, destinado a la gestión de la clase, y evaluamos, paralelamente con expertos, las pautas de: consistencia, pertinencia y pertenencia.

En el **Capítulo 6** desarrollamos el análisis de los 5 estadios propuestos, a saber: pertinencia en ciudadanía de la propuesta; pertenencia a ambientes de aprendizaje; consistencia dialógica; análisis preliminar y final; y entrevistas a estudiantes pre y post aplicación de las situaciones de aprendizaje.

Finalmente, desarrollamos el capítulo **Conclusiones**, en el que se sintetizan las ideas principales que emergen de esta tesis, además de formular posibles perspectivas de investigación en la temática.

CAPÍTULO 1  
ANTECEDENTES Y ÁREA PROBLEMÁTICA

*“Cuando se estudia históricamente la manera cómo se formaron y se desarrollaron los sistemas de educación, nos damos cuenta de que dependen de la religión, de la organización política, del grado de desarrollo de las ciencias, del estado de la industria, etc. Si los separamos de todas estas cosas queda incomprendible” (Durkheim, 1989, p. 48)*

## 1.1 FORMACIÓN CIUDADANA. HACIA UN ESTUDIO DE SU IMPLEMENTACIÓN EN EL CURRÍCULO

### 1.1.1 DESDE LA SOCIALIZACIÓN POLÍTICA A LA FORMACIÓN CIUDADANA

En las sociedades del siglo XXI resulta incuestionable la importancia de educar en ciudadanía para posibilitar la formación de los niños y jóvenes que se enfrentarán a esta tan cambiante época. Sin embargo, en muchas ocasiones la formación ciudadana se restringe solo a la educación cívica, y nos parece que es fundamental exponer las principales diferencias entre una y otra.

Kerr (2012) distingue ambas nociones a partir de incorporar como concepto de análisis la educación minimalista y maximalista. El autor relata que la mirada minimalista se refiere a un enfoque más restringido de ciudadanía, asociándola a la educación cívica y que, en general, está acotada a los intereses de pequeños grupos. Los programas de este tipo suelen transmitir conocimientos respecto de geografía, sistemas de gobierno y la constitución que los respalda. En ellos, la enseñanza se caracteriza por dos elementos: los procesos centrados en el quehacer docente, en el cual la interacción con los estudiantes está regulada y es casi inexistente, y la medición de los aprendizajes, la cual responde a evaluaciones escritas.

Por el contrario, las propuestas de tipo maximalistas definen a la ciudadanía desde una concepción más amplia, en la cual se resguardan los intereses de todos los grupos sociales, permitiendo mayor flexibilidad en los procesos de enseñanza y aprendizaje, centrando los esfuerzos de enseñanza en el estudiante, permitiéndole participar activamente, incorporando la interacción como un elemento fundamental para el mejoramiento de los aprendizajes y destinando mayores esfuerzos para incluir en el proceso la discusión, el debate y el trabajo en equipo, vinculando aprendizajes activos con experiencias participativas. (Kerr, 2012).

Sin embargo, la noción de ciudadanía no agota sus posibilidades en estas dos clasificaciones, puesto que es un concepto de difícil aprehensión teórica y no existe hoy en día unanimidad respecto de su definición. En este sentido, es declarada por variados autores como un concepto dinámico, socio-históricamente contextualizado y múltiple (Unzeta, 2012).

De igual modo, existe consenso entre los diversos autores respecto a que un ser humano es un ciudadano al ser miembro de una comunidad, grupo o nación, es decir, cuando participa de una socialización política (Unzeta, 2012).

En este contexto, el estudio sobre la ciudadanía ha variado a lo largo de la historia, tanto en su conceptualización como en el uso de metodologías para su examinación.

Tham (2014) propone tres períodos de desarrollo para la investigación en ciudadanía relacionada con la educación: los años 60s, los 70s y, finalmente, el que abarca los últimos 40 años. Al respecto, comenta que es durante el desarrollo de los años 60s cuando, desde las ciencias sociales, se comienza a examinar la socialización política a partir de transmisión de conocimientos, actitudes y comportamientos políticos de estudiantes estadounidenses y europeos (Galston, 2001). Es decir, se comienza a relevar el tema de la formación en ciudadanía.

Las investigaciones mencionadas por el autor tuvieron como pilar investigativo el marco estructural-funcionalista, cuyo referente conceptual fue el

sociólogo Talcott Parsons. Estos primeros acercamientos a la temática ciudadana mostraron la relativa importancia del sistema escolar en la transmisión de las normativas sociales, permitiendo de esta manera, la reproducción y continuidad del sistema político (Tham, 2014). Un claro ejemplo de ello son los aportes investigativos de Almond y Verba (1963), quienes examinaron los mecanismos de formación de las actitudes políticas, observando de manera especial cómo las experiencias vividas en ambientes autoritarios o democráticos influyen en los comportamientos políticos futuros. Los autores concluyeron, después de realizar una investigación que involucró a 4.575 personas, que los patrones de autoridad experimentados durante la etapa escolar se asocian con actitudes políticas de la adultez, en otras palabras, quienes recuerdan haber tenido una experiencia escolar con un claro rol en la toma de decisiones, participando de debates y discusiones en el aula, tienen mayor probabilidad de sentirse cívicamente competentes (Tham, 2014). Otros estudios de esta primera etapa consideraron elementos relacionados con las propuestas e intervenciones curriculares, tales como el clima organizacional, el impacto de los docentes en el conocimiento y las actitudes políticas desarrolladas por los estudiantes, las actividades extra-curriculares, entre otras. En palabras de Ehman (1980), desde la mirada de Tham (2014), esta primera etapa tiene como principal preocupación develar el impacto relativo de la enseñanza escolar en la transmisión de formación política, comparándolas fundamentalmente con otras interacciones de importancia, tales como la familia y los pares.

### 1.1.2 UN CAMPO EN CONTRADICCIÓN

Un segundo período respecto de la investigación del rol de la escuela en la educación política de los estudiantes, transita entre los 70s y los 80s, y se caracteriza por incorporar elementos investigativos de carácter empírico, a los ya conocidos pilares de la socialización política escolar del primer período. Es decir, las investigaciones elaboradas en estas décadas se sustentaron en las bases teóricas de la primera etapa, pero incorporando elementos estadísticos más elaborados (Galston, 2001).

### 1.1.3 LA DISCUSIÓN ACTUAL

Al igual que en los períodos mencionados con antelación, el renovado interés por el estudio de la socialización política, hoy llamada formación ciudadana, en su relación con la educación, se puede explicar desde diversas aristas, entre las que se encuentran razones de tipo histórico-social, desarrollos teóricos y hallazgos de nuevos resultados.

En este contexto, Vanegas y Giménez (2010) mencionan que el proceso de globalización en el que están inmersas nuestras sociedades, ha producido transformaciones sociales profundas, relacionadas con la demografía, la organización y participación social, las estructuras económicas, las jerarquías políticas y la reproducción cultural, gatillando, a su vez, conflictos y desigualdades de difícil superación, lo que ha centrado la atención de las miradas investigativas en la formación ciudadana (Vanegas, 2013).

En este mismo sentido, Sapiro (2004), desde la perspectiva de Tham, (2014) comenta que el renovado interés en la temática dice relación con el surgimiento de nuevas democracias durante los 80s, las que al tensionar el campo investigativo, promueven que él mismo cuestione y responda de qué manera el campo educacional puede colaborar en la construcción y mantenimiento de este tipo de democracias. Sumado a esto, otros autores aluden, también, a la baja intervención (Niemi y Junn, 1998) de jóvenes en los sistemas de participación democrática tradicionales (Galston, 2001), lo que provoca una desestabilización en este tipo de democracias (Valero & Skovsmose, 2012).

Siguiendo estas problemáticas, Niemi y Junn (1998), Valero y Skovsmose (2012), Callejo y Goñi (2010), Vanegas (2013), entre un gran número de investigadores, han acumulado evidencia sustantiva, tanto respecto de la

importancia de formar en ciudadanía, como del rol favorable de la escuela en este proceso.

La inminente proliferación de investigaciones ha permitido una mayor sofisticación de los conceptos que las sustentan, observando la incorporación de teorías desde el ámbito de la filosofía Foucaultiana (Valero 2016), de la psicología de desarrollo cognitivo (Hahn, 2010), la influencia de la teoría del aprendizaje situado (Lave y Wenger, 1991), entre otras, las que coinciden en revelar que la formación ciudadana no se restringe a la política formal-institucional, sino que se expande a la construcción de significados sobre la comunidad y la validez de la construcción social y la interacción, como elementos fundamentales para una formación ciudadana que propenda a superar las desigualdades.

Como se ha venido mencionando, la renovada atención a la formación en ciudadanía, ha permitido desarrollar diversas investigaciones en el campo, las que en su mayoría han concluido sobre la importancia no sólo de formar en ciudadanía para superar las problemáticas de nuestro siglo, sino también respecto del rol fundamental que las escuelas tienen en esta formación (Valero, Andrade-Molina, y Montecino, 2015), (Valero y Skovsmose, 2012), (Vanegas, 2013); poniendo especial acento en que la misma no se puede restringir al ámbito formal, sino que, más bien, debe abarcar elementos que permitan superar las desigualdades sociales y abandonar la ciudadanía representativa. Estas dos “expectativas” hacen referencia a las grandes problemáticas que los países latinoamericanos conllevan en el desenvolvimiento de sus democracias. La primera relacionada principalmente con las desigualdades evidentes entre los países del primer y tercer mundo, las que visibilizan tanto en sus ingresos per capita, la discriminación por género, pertenencia étnico-racial, edad o etapa del ciclo de vida y el territorio, niveles de alfabetización, escolarización y derechos en materia de salud, vivienda y educación. (De Sousa, 2013) y que se solidifican en los altos índices de pobreza que presenta la región y que perpetúan condiciones de vida miserables y angustiantes a muchos de quienes viven en ella. Una segunda “expectativa” problematiza la centralización de la democracia y “el desmembramiento del poder ciudadano” (Silva, 1996) lo que en



términos generales se entiende como la subordinación a la burocracia gubernamental caracterizada por una ciudadanía segmentada (Draibe, 1993), en otras palabras, el delegar las decisiones y la participación del espacio público en instituciones estatales. En este contexto, apuntan los autores, la escuela juega un rol fundamental, pues juega un doble rol, el de abrir espacios de conocimiento, alfabetización y escolarización, permitiendo el acceso al aprendizaje a sectores excluidos y disminuyendo las desigualdades en la región (Sojo y Utofff, 2007) así como contribuir a la participación de los estudiantes en gobiernos locales, abriendo espacios para el aprendizaje de derechos y responsabilidades y para el conocimiento práctico de la vida en democracia (Tocque-ville, 1978).

En este contexto, nos parece fundamental realizar una retrospectiva de cómo se ha conceptualizado la ciudadanía en los currículos de Chile, para tener claridad respecto a los tipos de ciudadanía que han transitado en la historia del país y cuáles serían los posibles caminos a recorrer en este desafío.

## 1.2 EDUCACIÓN CIUDADANA EN CHILE: RETROSPECTIVA Y NUEVOS DESAFÍOS

En este primer apartado presentamos algunos trabajos claves sobre la educación ciudadana en la escuela, de manera de inscribir el estudio en el extenso campo de la investigación. Para ello se describe la trayectoria histórica de cómo se ha examinado el rol de la formación ciudadana en los últimos 40 años.

### 1.2.1 REFORMAS CURRICULARES EN CHILE: DESDE EL CURRÍCULO DICTATORIAL A LA CIUDADANÍA SOCIAL-DEMOCRÁTICA

La sociedad Chilena habita bajo el alero de múltiples reformas curriculares, partiendo por la crisis democrática que nuestro país vivenció a principio de los años 70, hasta la última adecuación curricular realizada el año 2012, la cual aún se encuentra en ajuste.

La primera gran reforma educacional de los últimos 37 años, fue durante la dictadura militar, específicamente en 1980, para la educación básica, y en 1981, para la educación media.

Tham menciona que este currículo, de inicio de los ochenta, centra sus objetivos en valores ciudadanos relacionados con la familia, la nación y la democracia protegida (Tham, 2014). Por su parte, Cox, Bascopé y Lira robustecen estos argumentos, añadiendo que estructuralmente este currículo se define con menos contenidos que su predecesor, eliminando dos categorías del currículo de los años 60: actividades y sugerencias metodológicas. Así también, comentan que se construyó ideológica y teóricamente por profesores de colegios privados, de tendencia cercana al régimen militar y hasta el día de hoy se ignora de qué manera se decidió su construcción o cómo se caracterizó su proceso de elaboración (Cox, Bascopé, & Lira, 2015).

Interesa destacar en estas líneas, el acento que durante este período se le otorga a la caracterización de ciudadano, cuyo principal objetivo fue el de desarrollar una formación cristiana considerando como eje central el amor a la patria, seguido del amor filial, el respeto a la dignidad humana, la tolerancia y la comprensión. Lo que se puede observar en las siguientes líneas:

*“ desempeñarse en la vida como persona responsable, provista de los hábitos y valores propios de tal, y participar en la vida de la comunidad cumpliendo con sus deberes y exigiendo sus derechos. Entre los valores que deben destacarse se encuentran el amor a la patria; el amor a los padres y a la familia; el respeto por la dignidad del Hombre, manifestado a través de los valores de tolerancia y de comprensión; y por último los valores propios de la sociedad cristiana que forma parte del Objetivo Nacional del Gobierno de Chile “ Fuente: Revista Educación nº 79, mayo 1980*

Los autores señalan que durante este período es evidente la insuficiente y casi nula aparición de contenidos referidos a principios democráticos y de formación ciudadana que apunte a su materialización, la ausencia de contenidos que avancen

en visibilizar los derechos humanos y una disminuida preocupación curricular por la participación democrática, exaltando el carácter autoritario del Estado y una visión nacionalista fundada en elementos culturalistas y políticos (Cox, Bascopé, & Lira, 2015).

Durante el último año del régimen militar, específicamente el último día (10 de marzo, 1990), se aprueba en el gobierno la ley Orgánica Constitucional de Enseñanza (LOCE), la que, en breves términos, permite que sean los establecimientos educacionales quienes produzcan sus programas de estudio, dándole fin a la relación ideológica entre Estado y currículum (Cox, Bascopé, & Lira, 2015).

Esta nueva ley comienza a marcar el camino de una larga serie de transformaciones que comienzan con la descentralización del control curricular, la definición de una nueva estructura organizativa (objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios) y la autonomía de las instituciones educativas, la que permite que los distintos establecimientos educacionales apliquen sus propios planes y programas, un hito sin precedentes en la historia de Chile (Cox, Bascopé, & Lira, Tipos de ciudadano en los currículos del autoritarismo y la democracia, 2015).

Posteriormente, al recuperar la democracia, el nuevo gobierno impulsa, bajo la presidencia de Eduardo Frei Ruíz-Tagle, una reforma curricular, la que nace a partir de las demandas ciudadanas respecto de los procesos de democratización que vive el país, sugiriendo durante esos años, avanzar en la incorporación de elementos como las habilidades, valores y actitudes para la vida en democracia, superando de esta manera la concepción ciudadana del período anterior, que hacía referencia solamente al funcionamiento y a la estructura de los sistemas de gobierno.

Nace, así, la necesidad de reformar los lineamientos curriculares, dando el inicio a la construcción de la reforma de los años 90. Durante esta década las principales preocupaciones relativas a la formación ciudadana en el currículum, se

relacionaron con mejorar la calidad de los aprendizajes para corregir la desigualdad imperante, desarrollar actitudes hacia la valoración de los derechos humanos y promover el pensamiento requerido para la nueva sociedad democrática. De este modo, se establecieron algunos criterios que marcarían las diferencias más evidentes con el currículum anterior (Cox, Bascope, & Lira, Tipos de ciudadano en los currículos del autoritarismo y la democracia, 2015):

- Desarrollar contenidos y habilidades de formación ciudadana en otras asignaturas, como orientación, psicología y filosofía, en cursos de enseñanza básica y enseñanza media, no sólo durante el 3º año de enseñanza media ni restringido al ámbito de la enseñanza de la asignatura de historia.
- Incorpora una línea de formación en ciudadanía llamada objetivos fundamentales transversales, evidenciando un cambio desde una formación ciudadana minimalista - una sola asignatura centrada en conocimientos didácticamente aprendidos - a una maximalista - varias asignaturas con foco en los conocimientos, como también en las habilidades, promoviendo la utilización de métodos pedagógicos activos.
- El proceso de elaboración fue, para el caso de la enseñanza básica, intra-ministerio con consultas restringidas, en tanto que el proceso para la enseñanza media incluyó una consulta a los profesores del nivel.

Al respecto, podemos leer algunas líneas que sintetizan las expectativas puestas en el currículum de la naciente democracia:

*“El contexto político y social de recuperación de la democracia de inicios de los noventa demandaba a la educación formal y al currículum escolar reforzar e incorporar una serie de contenidos relacionados no sólo con los objetivos de que los alumnos conocieran y distinguieran un régimen democrático de uno autoritario, sino que les permitiera desarrollar habilidades y actitudes que aseguraran y fortalecieran principios y valores democráticos” (MINEDUC, 2004, pág. 10)*

El proceso de redefinición de oportunidades de aprendizaje termina su

desarrollo el año 2009, cuando, a partir de múltiples necesidades evidenciadas en un proceso de trabajo por comisiones especialmente creadas, tales como la comisión SIMCE, OCDE, y la Comisión de formación ciudadana, se realiza un ajuste curricular que diseña una nueva propuesta de organización curricular (Cox & Garcia, 2015).

El currículo ajustado del año 2009 establece la formación ciudadana en tres aspectos: incorpora la formación ciudadana en las asignaturas de historia y geografía, y ciencias sociales; expande la temática a otras asignaturas, como lenguaje, filosofía, orientación y consejo de curso; y por último, profundiza la formación valórica a partir de la implementación de los objetivos fundamentales transversales, orientados a la formación integral de los estudiantes.

Algunos de los cambios introducidos en la reforma del año 2009 son: la inclusión del sector de *Lengua Indígena* como asignatura y la densificación y especificación de la formación ciudadana (Cox y Garcia, 2015).

La organización curricular respecto de formación ciudadana de los años 90, en conjunto con su adecuación en el año 2009, quedan organizadas como puede observarse en la Tabla 1.

Tabla 1: Organización curricular de la formación ciudadana

		Diseño curricular año 1996-1998	Ajuste curricular 2009
Contenidos de Educación Ciudadana	Enseñanza Básica	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estudio y Comprensión del Medio Social, Natural y Cultural</li> <li>• Estudio y Comprensión de la Sociedad</li> <li>• Orientación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Historia y Ciencias sociales</li> <li>• Orientación</li> </ul>
	Enseñanza Media	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Historia y Ciencias Sociales</li> <li>• Filosofía y Psicología</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Historia y Ciencias sociales</li> </ul>
	Objetivos Fundamentales Transversales		

Fuente: elaboración propia con base en documentos oficiales: MINEDUC (1998,2002,2009)

Durante el año 2013, y bajo el primer gobierno de Sebastián Piñera, tiene lugar la última reforma desarrollada en Chile en materia de educación. En ella se explicita un eje de formación ciudadana dentro de la asignatura de Historia,

Geografía y Ciencias Sociales, desde 1° de Educación Básica (EB) hasta 2° de Educación Media (EM) (Mineduc, 2013). Se realiza, además, el reemplazo de los Objetivos Fundamentales, por las Bases Curriculares y los Objetivos de Aprendizaje, que introducen cambios desde primer año básico a segundo medio. Entre las diferencias observables, en términos de análisis del discurso, Cox y García mencionan que el nuevo modelo curricular tiene una orientación más liberal e individualista que la propuesta curricular anterior (Cox y García, 2015).

En la Figura 1 se pueden observar los principales cambios curriculares de los últimos 40 años.

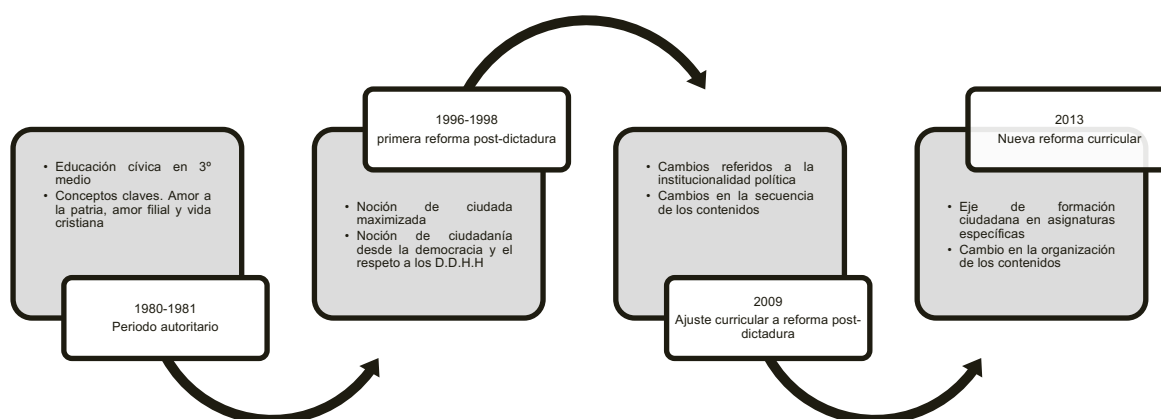


Figura 1: cambios curriculares en ciudadanía periodo 1980-2013. Fuente de elaboración propia

### 1.3 JUSTIFICACIÓN

Distintos autores referencian la importancia de formar en ciudadanía, manifestando que no nacemos como ciudadanos demócratas, sino que más bien aprendemos a serlo. “(...) con educación, dicen la teoría y la investigación, se fortalece la cooperación entre individuos y se adquieren las capacidades para procesar el conflicto” (Cox y Castillo , 2015, pág. 7).

En este contexto, Peña concibe a la ciudadanía como un proceso de formación en el cual las personas, desde todas sus diversidades, adquieren habilidades y actitudes para la vida en conjunto, la manera en cómo relacionarse y el actuar en el sistema político y las instituciones prácticas que lo conforman. El sistema escolar juega un rol fundamental en este escenario, manifiesta el autor, pues es a través de sus implementaciones curriculares que se debe velar por atender estas preocupaciones (Peña, 2015).

El reconocer distintas visiones de la sociedad y el acceso a un nosotros amplio, son el fundamento de la vida cívica y es justamente en la escuela donde las interrelaciones entre autoridad y libertad se entrelazan por primera vez. Sin embargo, las relaciones entre ciudadanía y educación se han visto afectadas durante las últimas décadas, principalmente por las nuevas formas de hacer política, que se derivan de los cambios en la sociabilidad y en la cultura. Lo anterior ha tensionado a los diferentes países respecto de generar nuevos requerimientos para la formación ciudadana (Cox & Castillo , 2015).

En este contexto, Chile ha desarrollado cambios curriculares, maximizando sus políticas de formación ciudadana con el objeto de responder a la tensión de la nueva ciudadanía compleja. Como se ha venido observando en el desarrollo de los antecedentes, si bien la ciudadanía es un elemento que se ha configurado fuertemente en el currículo nacional chileno en las últimas décadas, aún queda mucho camino por recorrer. Sin ir más lejos, el Estudio Internacional de Educación Cívica y Ciudadanía (en adelante ICCS por sus siglas en inglés), que mide cuán preparados están los jóvenes para asumir su rol como ciudadanos, aplicado durante los años 2009 y 2015 en distintos países del mundo, relata que Chile, en términos de conocimiento cívico, presenta un promedio significativamente inferior a la media internacional, siendo uno de los cinco países con menor rendimiento de los evaluados. Así mismo, menciona que no se observan cambios sustanciales en los niveles de conocimiento cívico de los estudiantes de 8vo básico respecto de los obtenidos en la medición 2009. En términos del segundo ítem evaluado, destaca el

hecho de que en Chile menos de la mitad de los estudiantes confía en las instituciones, disminuyendo significativamente su promedio con respecto al informe del 2009. Ciertamente, existen algunos indicadores que muestran actitudes ciudadanas entre los estudiantes chilenos que sobresalen a la media, ese es el caso de la actitud hacia la igualdad de derechos por género, siendo el único país de la región con esos resultados, lo mismo pasa con la actitud hacia la igualdad de derechos por grupos étnicos, siendo el tercer país con mejor promedio de la región. Por último, nuestro país presenta puntajes sobre la media respecto a participación de actividades en la escuela, pero disminuidas respecto de la media de la región en la participación política fuera de ella, concluyendo que los estudiantes chilenos tienen menos expectativas de participación electoral futura.

Como se ha venido señalando, si bien se ha invertido más y mejores recursos en el ámbito educativo para la formación en ciudadanía, aún persisten inquietudes respecto de cuál es la ciudadanía que se está impartiendo en el aula y porqué, a pesar de estos múltiples esfuerzos, las cifras indican que no existen cambios estadísticamente significativos en materia de avances en formación ciudadana.

Andrade Y Guzmán (2018), mencionan que algunas de las problemáticas en materia de implementación ciudadana podrían responder a dos elementos centrales. El primero, dice relación con una visión ciudadana que, si bien se enfoca en una educación ciudadana participativa y activa, no logra encarnarse en las aulas de clases. Las investigadoras entrevistan a profesores de matemáticas en ejercicio y pudieron constatar que, aun cuando existen marcos regulatorios para implementar nuevas políticas en la materia, estos suelen ser invisibilizados por los docentes, quienes manifiestan tener como prioridad profesional los contenidos exigidos para las pruebas estandarizadas de nivel. De lo anterior se desprende la necesidad de actualizar los marcos curriculares de formación inicial docente, incorporando estas temáticas tanto en contenidos, como en didáctica (Mardones, 2015). Un segundo argumento se relaciona con el foco humanista que las políticas curriculares en la materia han desplegado, dejando inconclusos proyectos que apuntaban a



implementar estas políticas en áreas como las ciencias o la enseñanza de las matemáticas escolares. Un ejemplo claro de esto es el congelamiento de programas como ECBI, el cual buscaba implementar metodologías de investigación y participación activas, a partir de la indagación, experimentación y comunicación de resultados. En este sentido, se revela la importancia de formar ciudadanos a través de las ciencias, en general, y de las matemáticas, en particular (Andrade & Guzmán, 2018).

Frente a estos innumerables cambios y la revelada importancia de incorporar la formación ciudadana de los estudiantes desde las áreas científicas, ¿qué elementos centrales deberíamos considerar para lograr este propósito?

Los marcos evaluativos de educación ciudadana elaborados por la International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) y su implementación para América Latina (Cox, Bascopé, & Lira, 2015), plantea que formarse en ciudadanía incluye seis categorías 1) principios y valores cívicos, 2) ciudadanía y participación ciudadana, 3) conocimiento de instituciones, 4) identidad nacional y regional, 5) convivencia y paz, y 6) contextos macro.

Vanegas comenta la importancia de incluir en esta reflexión la formación crítica y democrática, las actitudes cuestionadoras, el fomento de habilidades de análisis, la colaboración y convivencia en la resolución de conflictos, la no discriminación, entre otros, considerando que la ciudadanía se relaciona con enfrentar nuevas situaciones y las decisiones que eso conlleva.

Para Gutstein, la formación ciudadana debe considerar la justicia social y, en tal contexto, las metas que permiten llegar a ella incluyen ser competentes en matemáticas (Gutstein, 2003). En ese sentido, ¿las matemáticas qué pueden aportar a la formación en ciudadanía? Si la reflexión apunta a que las matemáticas permiten que nos entendamos, a nosotros mismos y a otros, a partir de la

experiencia, entonces las matemáticas entregan mucho más que solo sus cualidades intrínsecas.

Las matemáticas se configuran como instrumentos para el desarrollo de una ciudadanía crítica, fomentando la creatividad y entregando herramientas para evaluar las decisiones (Vanegas y Giménez, 2010). De esta manera, las matemáticas, permiten insertar, en los procesos de enseñanza y aprendizaje visiones y modelos para organizar y analizar el mundo. Los estudiantes, a partir de la cuantificación socializada, pueden acceder a descubrir, representar y cambiar el mundo que les rodea, a partir de un lenguaje colectivo y un proceso de investigación de los fenómenos naturales y sociales. Así la formación ciudadana se perfila como un elemento central en la formación de los niños y niñas de educación básica, puesto que les permite ir construyendo herramientas para la resolución de conflictos. En ese sentido, ¿qué elementos se deben considerar que permita construir una propuesta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares, que promuevan la formación en ciudadanía en estudiantes de quinto básico? ¿Qué caracteriza a la enseñanza de una matemática en el contexto escolar, con foco en la incorporación de la formación ciudadana? ¿Qué sustentos teóricos permiten construir una propuesta coherente a este objetivo y que pueda ser implementada con estudiantes de éstos niveles? ¿De qué manera podemos estructurar y evaluar, en estudiantes de quinto básico, una propuesta de estas características?

## 1.4 PREGUNTAS Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

### 1.4.1 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

¿Qué elementos se deben considerar para construir una propuesta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares, que promuevan la formación en ciudadanía?

P.1 ¿Cómo se caracteriza una propuesta, con foco en la formación

ciudadana para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática escolar?

P.2 ¿Qué sustentos teóricos permiten construir una propuesta coherente a este objetivo?

P.3 ¿De qué manera podemos estructurar un diseño y evaluar una propuesta de estas características?

#### 1.4.2 OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

##### OBJETIVO GENERAL

- Diseñar una propuesta didáctica con foco en la formación ciudadana crítica, para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática escolar dirigida a estudiantes de quinto básico.

##### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Caracterizar teóricamente la formación ciudadana crítica en la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar.
- Caracterizar el aula matemática coherente con una formación ciudadana crítica.
- Desarrollar una propuesta didáctica con foco en la formación en ciudadanía crítica, para la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar.
- Validar una propuesta didáctica con foco en la formación ciudadana crítica, para la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar.
- Analizar percepciones estudiantiles antes y después de implementadas las situaciones de aprendizaje.

CAPITULO 2  
MARCO TEÓRICO

## 2.1 FORMACIÓN CIUDADANA, UN ACERCAMIENTO DESDE LA MATEMÁTICA ESCOLAR

### 2.1.1 FORMACIÓN CIUDADANA: MUCHO MÁS QUE UNA VIRTUD CÍVICA

Como se ha venido señalando, durante las últimas décadas la formación ciudadana ha vuelto a cobrar relevancia en las agendas curriculares de muchos países. En este sentido, podemos preguntarnos, ¿cuáles son los escenarios conceptuales que podrían permitir formar ciudadanos a través de la enseñanza de la matemática escolar?

La respuesta a esta interrogante no es obvia ni sencilla, dado que las concepciones de ciudadanía han variado profundamente y ya no responden a los cánones de los siglos anteriores (Jimenez, Bravo, & Osandón, 2013).

Nuestro interés en esta investigación dice relación con distinguir escenarios conceptuales a los cuales podríamos recurrir para perfilar una noción de ciudadanía, con una aproximación específica a la enseñanza de la matemática escolar.

Comenzaremos comentando que, en general, los discursos curriculares respecto de ciudadanía se han reducido a lo que Jiménez, Bravo y Osandón han denominado “virtudes cívicas” (2013), las que se caracterizan por una manifiesta valoración del ejercicio de deberes y derechos, con apego a la institucionalidad y comprensión de los límites del bien común.

Sin ir más lejos, los currículos de muchos países se han configurado de acuerdo a los postulados del paradigma moderno, que se ha caracterizado por promover conceptos tales como la libertad, la democracia y la verdad,

institucionalizados en el orden político democrático, la economía de mercado y la ciencia como una vía hacia una verdad ilimitada (Wagner, 1997). Se establece, así, la importancia que tienen las ciencias, en especial la matemática, en la formación de las personas, puesto que asegura el acceso a la verdad. De este modo, surge el concepto de alfabetización como modelo de acceso a la condición ciudadana de las sociedades modernas, levantando el argumento: al tener acceso al conocimiento científico, se construye la igualdad de oportunidades (Goñi, 2010). La educación universal se concibe, entonces, con la instrucción matemática y la lectura en sus pilares fundamentales; se establece un nexo estructural entre matemáticas y formación ciudadana (Goñi, 2010), y se promueve un proyecto de desarrollo social, el cual nace ideológicamente con la ilustración y se consolida en las constituciones modernas del siglo XVIII y XIX (Goñi, 2010) (Valero y Skovsmose, 2012).

Los currículos, y en general las políticas educativas, se alinean con este nuevo paradigma e incorporan a las ciencias como ejes fundamentales para la construcción y comunicación de la realidad. Este proceso, denominado por Cantoral y Farfán (2003) “proceso de culturización científica”, promovió y sigue promoviendo, currículos orientados en torno al aprendizaje de matemáticas como un eje fundamental en la alfabetización social de las personas, es decir, como nodo existencial en el desarrollo y la formación de los ciudadanos (Valero y Skovsmose, 2012), (Callejo y Goñi, 2010), (Goñi, 2010).

En este sentido, Jiménez, Bravo y Osandón plantean que hoy es necesario transitar desde este tipo de ciudadanía, de corte más bien tradicional, hacia el concepto de un(a) ciudadano(a) crítico(a) que maneje y valore conocimientos y habilidades significativas para la fortaleza de la vida democrática, por sobre el fortalecimiento de las estructuras de mercado (Jimenez, Bravo, y Osandón, 2013), reafirmando, entonces, una diferencia sustancial entre ambas miradas.

Frente a este panorama, concordamos con los autores en que la concepción de ciudadanía debe ampliarse a visiones menos excluyentes. Por lo tanto, nos

parece pertinente preguntarnos: ¿Cómo se caracteriza una ciudadanía crítica en ese contexto? y ¿Cómo se relaciona la formación ciudadana con la matemática escolar?

### 2.1.2 FORMACIÓN CIUDADANA: MIRADAS ACTUALES

La primera tensión en la tarea de formar ciudadanos, dice relación con la conceptualización o visión de ciudadanía. De acuerdo a Jiménez, Bravo y Osandón (2013), esta tensión se produce, principalmente porque los espacios de relación ciudadana que antes estaban enmarcados en lo nacional y lo extranjero, hoy se desdibujan por procesos de globalización, urbanización y migración, fracturando el contrato legal entre ciudadano con el Estado, y movilizándolo el desarrollo de una ciudadanía de nuevo orden, que se abre a la universalidad para la constitución de los derechos (Jimenez, Bravo, y Osandón, 2013).

Peña apunta a dimensionar la ciudadanía en dos grandes posturas: la ciudadanía centrada en la membresía y la ciudadanía como titularidad para la toma de decisiones (Peña, 2015). Al respecto, relata que la primera requiere creencias simbólicas e irreflexivas para dotar a las personas de una convicción, en este caso, de pertenecer a una misma comunidad de origen, mientras que la segunda requiere de virtudes como la tolerancia, la disposición al diálogo y la capacidad reflexiva (Peña, 2015) (Cox, Bascopé, y Lira, 2015).

Cortina (2010), en tanto, dibuja una ciudadanía que transita entre una fundada en la noción de derechos y la gestión de la diversidad, y otra tradicional constituida en las nociones de responsabilidad, autoridad, patriotismo y lealtad (Cortina, 2010).

También existen conceptualizaciones relacionadas con la ciudadanía tradicional y la ciudadanía crítica (Jimenez, Bravo y Osandón, 2013), las que, como se mencionó al inicio de este capítulo, hacen referencia a una ciudadanía tradicional

caracterizada por apuntar a virtudes cívicas, la llamada tradicional, mientras que la ciudadanía crítica tiene por objeto fortalecer la vida democrática.

Vanegas, en su lectura de Keitel (2000), desarrolla un posicionamiento teórico que sugiere interpretar a la ciudadanía desde una epistemología liberadora, en la cual se despliegan reflexiones respecto del poder y la ética de la criticidad, caracteriza a la ciudadanía en torno a cuatro ejes:

- (a) conciencia de identidad política;
- (b) práctica del diálogo;
- (c) acción participativa;
- (d) desarrollo de prácticas socioculturales.

Como se puede observar, son diversas las nociones de ciudadanía que se despliegan, sin embargo, se considera necesario avanzar en una conceptualización que pretenda trascender la noción de ciudadanía moderna, fundamentalmente porque esta última no ha logrado superar las problemáticas generadas por las nuevas condiciones sociales planetarias. En este contexto, nos parece pertinente acercarnos a una comprensión de la ciudadanía desde un constructo multidimensional, donde se interrelacionan configuraciones amplias respecto de la noción de comunidad, avanzando en la consideración de un concepto que contemple al ciudadano como un sujeto histórico, interventor y transformador de la sociedad (Vanegas, 2013).

### 2.1.3 FORMACIÓN CIUDADANA: UNA VISIÓN POSIBLE

La formación ciudadana tiene el propósito de preparar a los sujetos para participar en la sociedad, sin embargo, y como se analizó en líneas anteriores, las cambiantes sociedades y los procesos de “globalizaciones” que nuestras sociedad



están viviendo (Santos B. d., 2011), nos enfrentan a reconstruir el concepto de ciudadanía. Boaventura comenta que

*“vivimos en tiempos caracterizados por la circunstancia de eternos problemas modernos- las promesas incumplidas de la modernidad: igualdad, libertad, solidaridad y paz- para lo cual no parece haber soluciones modernas”* (Santos B. d., 2011, p. 11).

En este aspecto, argumenta, vivimos una crisis de ciudadanía en la cual se vive una lucha entre una subjetividad personal y solidaria, y una ciudadanía atomizante y estatizante. El autor llama tácitamente a la reconstrucción de una ciudadanía entendida desde la subjetividad, que sea posible de ser pensada de manera colectiva y fundamentada en formas y criterios de participación, más que en los derechos y deberes civiles, caracterizada por una política horizontal entre seres humanos y que se exprese en la democracia participativa, el cooperativismo y la producción socialmente útil, reconstruyendo en este camino no solo el concepto de ciudadanía, sino también el concepto de sujeto y de práctica social (De Sousa, 2013). Boaventura (2013) es enfático en señalar que estas reflexiones nos permiten dejar atrás al sujeto unidimensional cartesiano que se levanta sobre una humanidad consumidora, relevando a un tipo de sujeto multidimensional, con facetas individuales y colectivas, capaz de desarrollar una subjetividad ética, ecológica, política y estética.

Nos parece atinente a la problemática de este estudio tomar las palabras de Boaventura y avanzar en la construcción de una propuesta de formación ciudadana, en sus palabras, hacia una nueva imaginación democrática (De Sousa, 2006), que se interprete desde una epistemología liberadora y emancipatoria, cuyo objeto sea superar la injusticia social y la subjetividad moderna, de manera que promueva una educación que sobrepase las políticas de desigualdad y exclusión (De Sousa, 2013; Keitel y Vhital, 2008; Vanegas y Giménez, 2010).

#### 2.1.4 EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y FORMACIÓN CIUDADANA, UNA RELACIÓN NECESARIA

Entendemos la formación ciudadana crítica en su relación con la matemática escolar, en la medida que la mirada sobre esta última se amplía a una dimensión política (Mellin-Olsen, 1987; Valero y Skovsmose, 2012; Valero, Andrade-Molina, y Montecino, 2015; Valero, 2002). Valero y Skovsmose comentan que la educación matemática y la democracia deben establecer una relación crítica, por lo tanto, una relación política. Al respecto, relatan que dicha relación no se puede circunscribir a sus cualidades intrínsecas o sólo a sus construcciones conceptuales, en lugar de ello, afirman, las matemáticas deben ser capaces de abrir espacios a la democracia y a su construcción como un proceso social, cultural e histórico, desarrollando una íntima relación con los valores e intereses de las personas e identificando los diversos roles posibles en una sociedad cada vez más compleja (Valero y Skovsmose, 2012).

En este contexto, emerge un reto sustancial para desarrollar una relación crítica entre ambas, reformulando la conceptualización de las matemáticas situándolas como un conocimiento que se desarrolla en lo social y que se construye colectivamente.

Durante la primera parte de los 80s, en diversas partes del mundo comenzó una amplia y profunda reflexión respecto a considerar a la enseñanza de las matemáticas desde un contexto más amplio de lo puramente cognitivo, considerándolas desde la vereda de la construcción cultural e incorporando nuevos aportes al ya profuso teorema Broussiano. Esta línea, denominada Educación Matemática Crítica (en adelante EMC), tuvo y tiene múltiples expositores, entre los que podemos mencionar a Marilyn Frankenstein (1983), Ole Skovsmose (1985), D'Ámbrosio (1985), Niss (1983) y Mellin-Olsen (1987), (Cardenas y Muñoz, 2014).

Desde la mirada de Valero, Andrade y Montecinos (2015), la educación matemática crítica (EMC) nace a partir del cuestionamiento al paradigma de la

psicología cognitiva, enraizando su postura en orientaciones de corte sociocultural, lo que permitió expandir no sólo el herramientaje conceptual del estudio respecto a la educación matemática, sino que además, abrió las puertas para repensar la manera en que se comprenden sus fenómenos, problemáticas y la forma en que ella se relaciona con la justicia social, la democracia y la sociedad (Valero, Andrade-Molina y Montecino, 2015). Por lo tanto, la EMC se configura como una corriente filosófica que destaca su rol social y la importancia de la inclusión (Cardenas y Muñoz, 2014). Los autores han sido elocuentes en exponer que la EMC considera los procesos cognitivos de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar, de manera paralela con la preocupación por entender cómo estos se relacionan con la sociedad, tanto en sus procesos históricos, políticos, económicos y sociales (Valero y Skovsmose, 2012).

La EMC se constituyó bajo el alero de tres grandes posicionamientos teóricos, a saber: la escuela de Fráncfort, la pedagogía liberadora de Paulo Freire y la etnomatemática de Ubiratan D'Ambrosio (Valero, Andrade-Molina y Montecino, 2015; Cardenas y Muñoz, 2014).

En relación a la influencia de la escuela de Fráncfort, Guerrero (2008) señala que su aporte apunta a la comprensión y transformación de situaciones de dominio, buscando la emancipación por medio de los entendimientos de las personas y de sus actos, recurriendo a la reflexión crítica como actitud central para el descubrimiento y la transformación de las relaciones de poder que subyacen y se develan en las prácticas de la matemática escolar y de sus actores (Guerrero, 2008).

Por su parte, Freire, a partir de la pedagogía de la liberación, robustece el marco teórico de la EMC, argumentando que los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática deben avanzar en constituirse como alfabetización, que permita mirar a las sociedades de manera crítica, visibilizando una matemática no neutral, que responde a intereses ideológicos, económicos, culturales, sociales y, fundamentalmente, políticos, abogando por una educación problematizadora.

Además, propone como elemento sustantivo para recorrer este camino, la incorporación del diálogo, considerándolo como una herramienta para la apropiación, transformación y humanización del mundo (Guerrero, 2008). Freire desarrolla un posicionamiento dialéctico en el cual educador, contenido y estudiantes despliegan una conciencia propia a partir de la mediatización del diálogo, la reflexión y la acción, permitiendo que emerjan entendimientos diversos, a partir de las relaciones de naturaleza política mezcladas con los contenidos matemáticos (Freire, 1990). De esta manera, argumenta que debemos ser capaces de instalar una matemática que se fundamente en una práctica reflexiva sobre el conocimiento de la misma, así como también sobre las acciones pedagógicas y como éstas repercuten en los otros de manera ética y moral (Freire, 1990).

El último pilar teórico que sustenta a EMC concierne a la etnomatemática, de la mano de Ubiratan D'Ambrosio, entre otros autores. Compartimos con ellos el concebir una educación matemática que se posiciona como una producción cultural, en la cual los procesos de enseñanza y aprendizaje tienen un fuerte arraigo en la cultura más que en lo puramente intelectual. (Guerrero, 2008). Guerrero, en su lectura de D'Ambrosio, señala la existencia de diversas dimensiones en el enfoque teórico, entre las que podemos encontrar: históricas, cognitivas, desafíos de la vida diaria, epistemológicas, políticas y educativas. En términos generales, la "dimensión histórica" hace referencia a la acumulación de saberes matemáticos a partir del tiempo histórico, pero también de lo experiencial en su construcción tanto individual como colectiva. Por su parte, la dimensión cognitiva apunta a las habilidades de contar, inferir, comparar, clasificar, explicar y evaluar, abriendo la posibilidad de la interacción experiencial que otorga la enseñanza de las matemáticas. La dimensión "los desafíos de la vida diaria", referida principalmente a la idea de cambios en la vida cotidiana, se sitúa en la vereda de considerar que las matemáticas colaboran en el análisis de los escenarios culturales y ambientales, influyendo en las formas de vida de cada grupo social. En tanto, la dimensión epistemológica es aquella que permite concebir los sistemas de conocimientos como construcciones integrales, en las cuales las prácticas y los saberes se interrelacionan en las diversas sociedades (D'Ambrosio, 2001). La "dimensión política" de la línea teórica etnomatemática se

destaca por poner en el centro de la discusión el respeto hacia los orígenes, buscando la descolonización de los saberes aprendidos de manera de reforzar la valoración de los orígenes culturales.

Finalmente, la “dimensión educativa” busca instalar que el desarrollo de las matemáticas promueva intereses tanto en los razonamientos cualitativos, como en los cuantitativos (ver Figura 1).

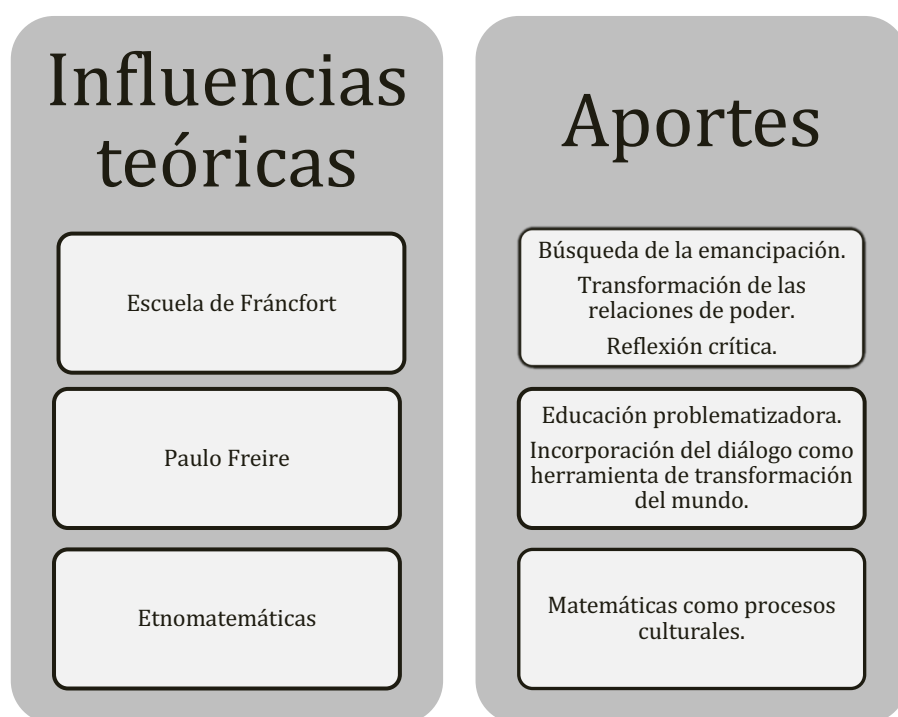


Figura 2: Influencias teóricas EMC . Fuente de elaboración propia.

A partir de la interrelación de estas tres teorías, es posible afirmar que para la EMC las matemáticas son entendidas como herramientas que configuran subjetividades y dan forma a nuestra realidad social, instalando, de esta manera, un cuestionamiento profundo a la neutralidad de las matemáticas (Valero, Andrade-Molina, y Montecino, 2015). Es decir, que ellas no se relacionan solamente con conocimientos específicos para el mercado laboral, sino que más bien se configuran

como aprendizajes para cuestionar, criticar y hacer frente a la injusticia. En este sentido, la matemática escolar es una posibilidad de crítica social, un herramientaje que permite cuestionar las estructuras de poder que se instalan en nuestras sociedades, marcando una diferencia fundamental con otras visiones que la establecen como herramienta para el mercado, el consumo y la competitividad económica (Andrade y Guzmán, 2018).

Desde la vereda de la EMC, podemos vislumbrar el vuelco hacia lo político que ha experimentado la educación matemática, permitiéndonos observarla como una tecnología que contribuye a la formación de subjetividades, vinculándola con la formación ciudadana al develar las relaciones de poder que subyacen en sus procesos de enseñanza y aprendizaje (Valero, Andrade-Molina, y Montecino, 2015).

Esta manera de plantear las matemáticas nos permite empoderar a nuestros estudiantes, de tal manera que ellos puedan mirar en este aprendizaje una herramienta de desarrollo y de participación en la sociedad (Valero y Skovsmose, 2012).

En palabras de Valero (2002), la educación matemática contribuye a la formación de ciudadanos desde una perspectiva crítica, puesto que ofrece la oportunidad de que profesores y estudiantes se perciban así mismos como seres sociales y, fundamentalmente, como seres políticos, asumiendo una actitud reflexiva y crítica con el mundo social, político y cultural.

A partir de estos argumentos, podemos proponer que aquellos procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que busquen una colaboración en la formación ciudadana, deben ser capaces de abrir posibilidades para el desarrollo de prácticas de reflexión y pensamiento, que se caractericen por ser espacios colectivos de profunda interacción, en los cuales la negociación del significado matemático se configure como un lugar privilegiado para la actividad democrática y ciudadana (Valero , 2002).

Seguir esta línea argumentativa nos invita a examinar la educación matemática desde una mirada política, la que se imbrica profundamente con una formación ciudadana de tipo crítica, buscando construir posibilidades educativas “que propongan modos de hacer, ver y decir que excedan las necesidades sociales de formación” (Cantarelli , 2016, p. 33).

#### 2.1.5. CIUDADANÍA, UNA VISIÓN POSIBLE EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA ESCOLAR

¿Qué características deben tener las prácticas educativas que se instalan en el aula matemática para promover una formación ciudadana crítica?

Como se ha señalado, adscribimos a la línea teórica que visibiliza una formación ciudadana con características críticas y que busca superar el paradigma de la modernidad. En este sentido, compartimos lo planteado por Vanegas (2013), quien propone que, para alcanzar una ciudadanía que se caracterice por su perspectiva crítica, es necesario desarrollar una serie de competencias, a saber: conciencia de identidad política, acción participativa y desarrollo del pensamiento crítico. Si bien compartimos con la autora la presencia de las características mencionadas, consideramos fundamental incorporar la descolonización del saber y la práctica educativa, en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta incorporación se justifica a la luz de las lecturas de Santos-Souza quien manifiesta la invisibilización y deslegitimación de la otredad latinoamericana frente a la consolidación de la modernidad eurocentrista (Santos, 2010) Al respecto el autor comenta que el eurocentrismo caracterizado por la modernidad epistemológica-blanca-occidental-colonial-capitalista- masculina, ha deslegitimado la presencia de otras formas de pensamiento, invisibilizando de esta manera la cultura de los estudiantes que habitan el aula matemática, provocando su exclusión a partir de la dominación epistémica y de los saberes expertos de la modernidad (Giddens, 2011) por sobre los saberes sujetos (Foucault, 1996).

Dado estos principios, nos pareció adecuado caracterizarlos de acuerdo a cuatro ejes de manera de darle respuesta al primer objetivo específico de este estudio.

En este sentido, y a partir de la teoría respecto de ciudadanía crítica y de educación matemática vista en los apartados anteriores, definiremos cuatro dimensiones que fungirán como indicadores para la implementación de ciudadanía crítica en el aula matemática.

- Identidad política
- Descolonización
- Acción participativa
- Pensamiento crítico

Una primera dimensión que trataremos en este estudio es la Identidad política, la cual se relaciona con el empoderamiento de los estudiantes, utilizando como herramienta a la matemáticas, del empoderamiento a los estudiantes. Vanegas interpreta este principio desde una mirada amplia que recurre a considerar a los espacios de enseñanza de las matemáticas como posibilidades para cambiar el mundo, como espacios para identificar, contrastar, valorar y admitir los saberes diversos que transitan entre nuestros estudiantes, construyendo, de esta manera, identidad colectiva y valorizando las diversas maneras en que las personas usan las matemáticas (Vanegas, 2013; Vanegas y Giménez, 2010). Se decide incorporar en esta dimensión subdimensiones relacionadas con componentes éticos que permiten la transformación de la realidad desde una perspectiva humana y comunitaria.

A su vez, existen, a nuestro juicio, dos subdimensiones que se podrían visibilizar a partir de la identidad política:

- a) Comunidad y humanidad: Relacionada con la idea de movilizar en el aula unas matemáticas que cuestionen y se propongan construir sociedades más justas y humanas, evitando aquellos conceptos que no tienen sentido en los



estudiantes y adaptando las problemáticas a las realidades del aula (Vanegas y Giménez, 2010).

- b) Solidaridad: Observar la construcción histórica de las matemáticas desde una visión amplia, que incluya a las culturas propias de nuestros países, como a otras, valorando y apoyando tanto aquellas matemáticas que, producto de la colonización, han sido invisibilizadas, como aquellas matemáticas intuitivas que coexisten en las familias de nuestros estudiantes, promoviendo constituir subjetividades que visibilicen al otro como parte integral de una comunidad, e incentivando la construcción social del conocimiento (De Sousa, 2013).

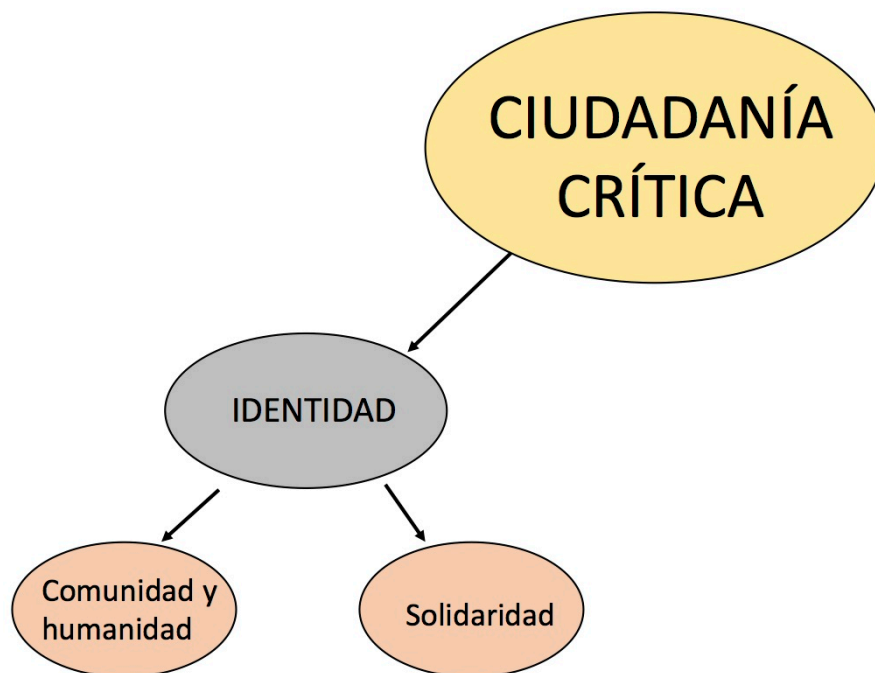


Figura 3: Dimensión identidad política. Fuente de elaboración propia

Una segunda dimensión, a la que denominamos acción participativa, se sustenta en el principio del diálogo, que permita la construcción de conocimiento de manera colectiva. Al respecto, Valero manifiesta que un diálogo que busca

desarrollar competencias críticas de formación ciudadana debe estar caracterizado por cuatro nociones, a saber:

- a) **Colectividad:** Se fundamenta en la ecología de saberes, de manera que confronta la monocultura de la ciencia moderna a partir del reconocimiento de la pluralidad y heterogeneidad de los conocimientos, es decir, el conocimiento es un interconocimiento (De Sousa, 2014; Valero y Skovsmose, 2012).
- b) **Transformación:** Acciones democráticas que busquen cambiar o mejorar aquellas condiciones sociales en las que nuestros estudiantes están inmersos, a partir de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, permitiendo, a través de la construcción de significados, desarrollar una postura crítica a la sociedad en la cuál viven y beneficiar a su comunidad local (Valero y Skovsmose, 2012).
- c) **Deliberación:** Se refiere al proceso comunicativo en el que se consideran tres elementos principales: las opiniones preliminares, en cuanto a sus razones o falta de ellas; los pros y contras de las decisiones, antes de realizarlas; y los beneficios y pérdidas que conllevaría el comprometerse con ellas. Se configura, entonces, un diálogo social que compromete a las personas a formular problemas, tomar decisiones, conociendo y valorando los procesos en que éstos se resuelven (Valero y Skovsmose, 2012).
- d) **Coflexión:** Individualmente, se llama reflexión al proceso de volverse hacia sí mismo, es decir, volver hacia atrás o, más bien, volver a mirar aquello que hice; es volver hacia nuestro propio pensamiento. El proceso de coflexión parte de una idea similar, pero esta vez el acto de volver a mirarse es a partir de la atención consciente que un grupo de personas dirige sobre el accionar de los demás, adoptando una posición crítica hacia su actividad, al generar un conocimiento sobre la situación misma. Este proceso puede ser catalogado como epistémico (Valero y Skovsmose, 2012).



Figura 4: Dimensión acción participativa. Fuente de elaboración propia.

La tercera dimensión tratada en esta investigación, es el Pensamiento crítico, el cual implica una comunicación efectiva y afectiva, así como habilidades para la resolución de problemas. En palabras de Vanegas, se refiere a “un compromiso para superar nuestro egocentrismo nativo y sociocentrismo” (Vanegas, 2013, pág. 46), disponiéndose a desaprender modos de entender y de mirar la realidad y al otro inmerso en ella. El pensamiento crítico requiere la capacidad para resolver problemas, recopilando información, así como encontrando los medios de resolución más acertados, utilizando evidencias para examinar las creencias y supuestos, reconociendo la existencia de relaciones lógicas para sacar conclusiones, poniendo a prueba dichas conclusiones, utilizando al contexto como elemento movilizador en la construcción de saber matemático.

Específicamente en la educación matemática crítica, el pensamiento crítico tiene por objeto revelar la intencionalidad transformadora de las realidades estudiantiles. Cabe abrirse a un desplazamiento desde una visión cartesiana de pensamiento con-fundido con razón-razonamiento a una visión posmoderna capaz de concebir un cerebro sintiente o un corazón pensante, esto es, que incorpora a las emociones (Ávila y Díaz, 2019)

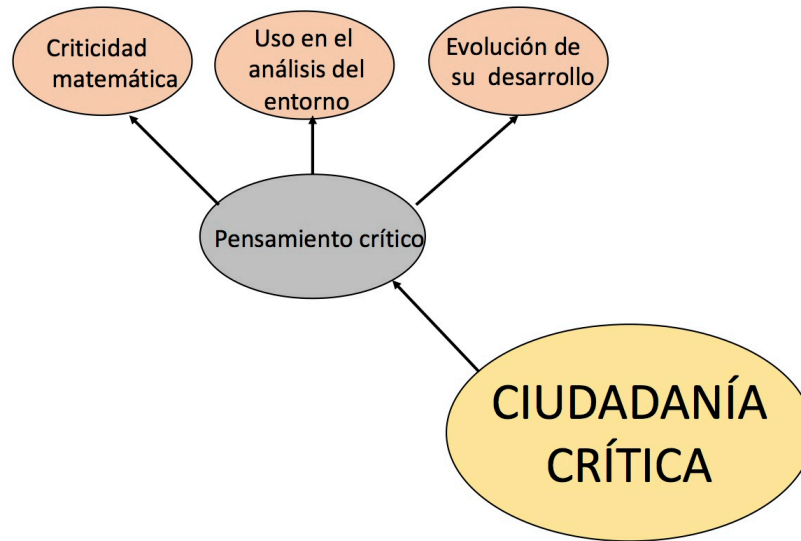


Figura 5: Dimensión pensamiento crítico. Fuente de elaboración propia.

Finalmente, una dimensión considerada en este proyecto es la descolonización. Si bien esta dimensión no aparece entre las propuestas como principios de la ciudadanía crítica de Vanegas, justificamos su inserción en la medida en que ella visibiliza problemáticas que nuestras sociedades latinoamericanas han vivido profundamente en las últimas décadas, tales como: el machismo y la discriminación por sexo o género, las desigualdades económicas y las asimetrías culturales (Stermann, 2014).

Solano-Alpizar afirma que nuestras culturas experimentaron un violento choque sociocultural, que si bien nos entregó nuevas herramientas y formas de conocer, también nos sometió a un único movimiento histórico, supeditándonos como cultura a un único marco civilizatorio. El autor comenta que tal marco civilizatorio estuvo y está caracterizado por cuatro dimensiones: antropocentrismo, epistemocentrismo, logocentrismo y falocentrismo, que hacen referencia a matrices coloniales y modernas, sustentadas en el hombre blanco como depositario de la cultura y la verdad, la modernidad como soporte del conocimiento, las matemáticas y las ciencias como las únicas herramientas para la construcción y validación del mismo y, por último, pero no menos importante, el falocentrismo, que se sustenta en las asimetrías de sexo y género (Solano-Alpizar, 2015).

Si bien las corrientes que se han desarrollado durante los últimos años respecto a la temática de la descolonización no suelen ser muy homogéneas, sí concuerdan en promover una profunda crítica al universalismo monocultural, que como vimos en los capítulos anteriores, hoy se enfrentan a problemáticas que no pueden resolver.

En este sentido, Sterman argumenta que una postura intercultural o descolonizante, debe tener entre sus preocupaciones tres parámetros críticos: clase social, cultura/etnia y género. Instala estas preocupaciones considerando que las actuales condiciones que atraviesa nuestro planeta a partir de las asimetrías en estas tres áreas, podrían producir catástrofes inimaginables, que transitan entre guerras civiles por condiciones de vida empobrecidas, catástrofes ecológicas por la sobreproducción y consumo, aumento en la violencia cometida contra mujeres, indígenas, inmigrantes, entre otras (Stermann, 2014).

Nos parece atinente incorporar a la noción de ciudadanía estas dimensiones, puesto que revelan condiciones de asimetrías que la mayoría de nuestros estudiantes vive cada día y porque consideramos que construir una sociedad que valore y aprecie la diversidad y la justicia, debe contemplar no solo visibilizar las asimetrías de clase, cultura y género, sino además, promover espacios de reflexión y transformación de las mismas.

*“Si la política no puede ser neutra -pues a lo que es público y actúa sobre lo que es público tenemos que demandarle que favorezca y permita la realización de las responsabilidades morales plurales, sin exclusiones, privilegios o imposiciones-, en educación tampoco es posible la neutralidad política, cultural o frente a los valores. Ella es promotora de opciones, de modelos de ser humano y de sociedad que se plasman en el currículum, siendo éste una selección valorada de cultura. Si hemos de tener un proyecto de educación como motor de un tipo de "vida buena", la educación y el aprendizaje no pueden reducirse a adaptar a los sujetos a la cultura vigente, sino que, siguiendo ese proyecto, buscarán transformar la cultura de acuerdo con ese ideal de vida buena, que constituye también una parte de las ideas*

*y aspiraciones en esa cultura, y capacitar al sujeto para ser libre de asumirla” (Gimeno, 2002, p. 201)*

Desde esta perspectiva, una ciudadanía descolonizante es posible en la medida que los sujetos “*des-internalicen*” sus concepciones, usos y costumbres no naturales que socavan la dignidad.

De este modo, posibles subdimensiones que nos permitan proponer una formación ciudadana crítica, que instale las problemáticas descolonizantes, se relacionan con incorporar como elemento de discusión en el aula asimetrías relacionadas con la clase social, es decir, económicas, asimetrías de género y asimetrías de cultura. Justificamos esta elección, puesto que no existe una crítica social emancipatoria si no se plantean las asimetrías relacionadas con la monocultura, la injusticia de género, la discriminación social y la visibilización de las representaciones sociales (Stermann, 2014).

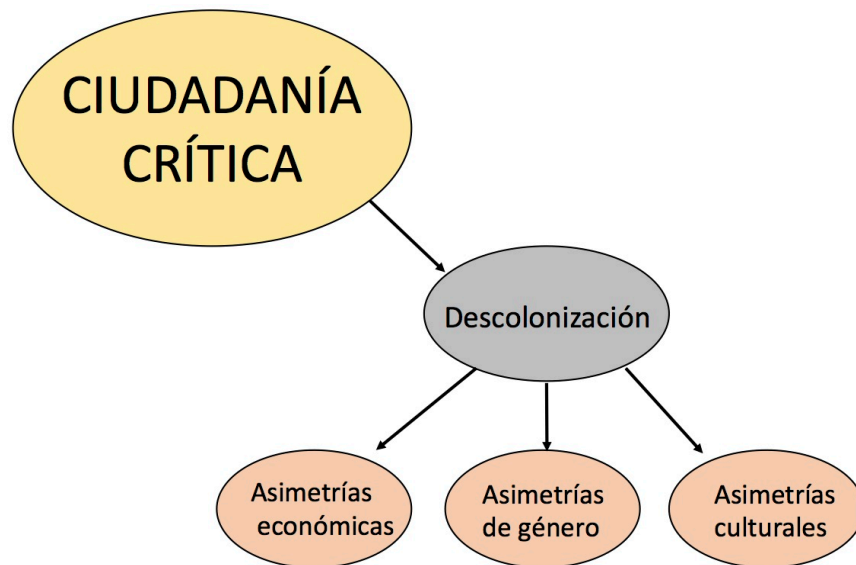


Figura 6: Dimensión descolonización. Fuente de elaboración propia.

## 2.2 AULA MATEMÁTICA, UN ESPACIO PARA FORMAR EN CIUDADANÍA

### 2.2.1 AULA ESCOLAR, UN ESPACIO DE PRÁCTICAS SOCIALES

Entendemos a las matemáticas como herramientas para la formación ciudadana, lo que implica dimensionar las salas de clases como parte de una gran red de prácticas matemáticas, transformándose en microsociedades, en las que, en palabras de Valero y Skovsmose (2012), se lleven a discusión sus contenidos y la importancia de las acciones sociales que se basan en ellas, de manera crítica y dialogada, a partir de relaciones democráticas que permitan la colaboración, la transformación, la deliberación y la colexión. Dimensionarlas como herramientas colaborativas para la formación ciudadana, dada su condición de dimensión política, permite desarrollar una argumentación que sitúe la sala de clases como un espacio de interrelaciones de poder, donde las prácticas y los significados cobran relevancia en la medida en que le otorgan importancia a la actividad de enseñanza y aprendizaje como espacio de negociación de significados.

Valero(2012) argumenta que estas prácticas matemáticas no se circunscriben exclusivamente al aula escolar, sino que más bien se amplían a diversos campos, como prácticas de familia, de educación, de profesores, entre otros, lo que se puede observar en la Figura (2).

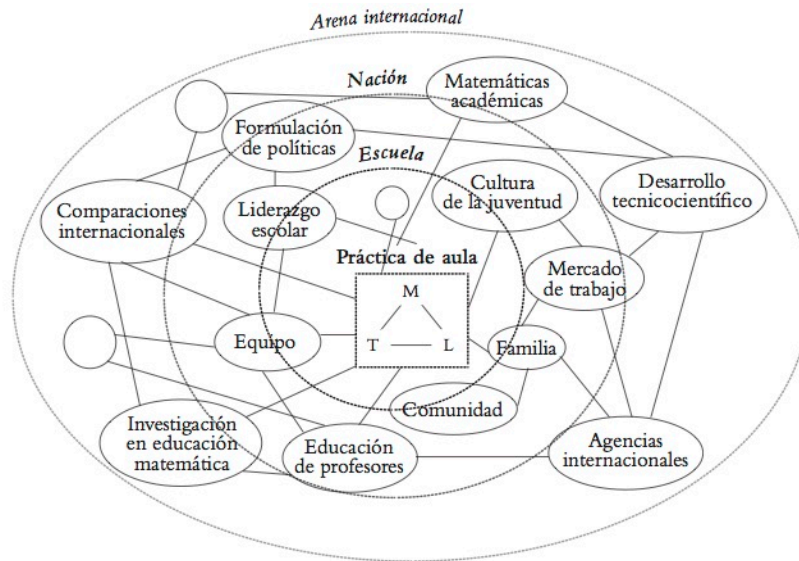


Figura 7 Red de prácticas de educación matemática (Valero, 2012)

Del mismo modo, Valero robustece su postura señalando que cualquiera de las prácticas matemáticas que coexisten en la red debe abordar tres aspectos fundamentales: el primero, relacionado con la especificidad matemática (la que no hace referencia sólo a los contenidos matemáticos), el segundo, incorpora la preocupación por la contextualización del saber matemático, señalando las contingencias y discursos al dar significado a las ideas y prácticas matemáticas, y el tercero, con foco en las interrelaciones y las relaciones de poder que se construyen y cohabitan en sus arenas (Valero y Skovsmose, 2012).

Interpretar la matemática desde una dimensión compuesta por prácticas matemáticas, nos obliga a tratar en el aula problemas relacionados con el bienestar de las personas, la justicia social, el cuidado del medio ambiente, entre otras muchas problemáticas que se relacionan con la vida en sociedad a partir de una mirada de respeto, justicia social y solidaridad. De esta manera, el aula matemática es parte de una red y se interconecta con otros nodos de la misma, superando la triada Broussiana y explayando las prácticas matemáticas a espacios diversos.

El aula matemática se configura entonces como un espacio de poder en el



cuál es fundamental cuestionar y proponer transformaciones en tres sentidos: a) la reflexión crítica respecto a sus contenidos, b) la incorporación de herramientas para la interrelación de quienes participan y c) concepciones respecto a qué tipo de sujeto es el que se está formando en el aula.

### 2.2.2 AULA MATEMÁTICA: UN ESPACIO PARA EL CONOCIMIENTO REFLEXIVO

Como se ha señalado, consideramos que, tal como lo expresa Guerrero, “la educación crítica de las matemáticas busca un equilibrio entre las matemáticas significativas, su humanización y realización exitosa a través de procesos de aprendizaje y enseñanza dialécticos” (Guerrero, 2008, p. 148).

Skovsmose señala que una matemática crítica debe apuntar a desarrollar un conocimiento, que se caracterice por una reflexión crítica tanto sobre el objeto como sobre el sujeto. Al respecto, relata que este tipo de conocimiento es el conocimiento reflexivo, piedra angular en la relación educación matemática-formación ciudadana (Skovsmose, 1999).

La reflexión crítica sobre el objeto es desarrollada por el autor en tres elementos sustanciales: el conocimiento matemático, el tecnológico y el reflexivo. Respecto del conocimiento matemático, es el que incluye las habilidades que permiten la reproducción de los pensamientos matemáticos, tales como los teoremas, las demostraciones que permitan la ejecución de algoritmos o el descubrimiento de nuevas matemáticas.

El conocimiento tecnológico, en tanto, es definido por Skovsmose (1999) como una relación entre seres humanos a partir de herramientas, o de competencias para construir esas herramientas; en otras palabras, la habilidad para desarrollar tecnología a partir del uso de las matemáticas.

Por último, el conocimiento reflexivo tiene que ver con identificar nociones previas, la discusión y contra-argumentación respecto de estas nociones previas, la clasificación acerca de las cuales se identifican con un fin tecnológico y sus consecuencias éticas, y por último, el indagar cómo actúan estos modelos propuestos frente a una problemática (Skovsmose, 1999).

La reflexión crítica sobre el sujeto transita, en la teoría de Skovsmose, en una triada que incorpora como elementos principales la disposición, la intención y la acción. Esta última-la acción)- es vista como un acto deliberativo que tiene una intención y objetivo a cumplir, y que entra en directa relación con las personas y sus intenciones y disposiciones. En el caso específico de las intenciones, se relacionan directamente con las disposiciones y vienen a referir a las disposiciones de los estudiantes, que son a juicio del autor, antecedentes o red histórica social, en la cual nuestros estudiantes encuentran las posibilidades que la situación les ofrece (Skovsmose, 1999).

Para la educación matemática crítica se vuelve absolutamente ineludible que aquellos que están implicados en los procesos de enseñanza y aprendizaje decidan asumir una autorreflexión deliberativa, que les permita visibilizar y transformar las relaciones de poder que subyacen a los procesos de enseñanza.

La triada propuesta resalta el acuerdo tácito que se debe tener al realizar los procesos educativos, acuerdo que busca no imponer, sino más bien, negociar en los espacios educativos que se están sugiriendo. Es decir, las distintas situaciones educativas propuestas deben promoverse en un clima de negociación entre estudiantes y profesores, de manera que se respeten tanto las intenciones, como las disposiciones (Skovsmose, 1999).

Este conocer reflexivo, sobre el que hemos trabajado en las últimas líneas, es imposible establecer sin el *montaje de un escenario* (Skovsmose, 1999), lo que hace referencia a construir situaciones de aprendizaje que encarnen la diversidad

argumentativa y de intenciones de los estudiantes. Los escenarios deben posibilitar que los conocimientos tecnológicos y matemáticos se conecten con la realidad social, imbricando y fomentando el compromiso estudiantil, desarrollando, así, el conocimiento reflexivo.

Los escenarios propuestos por Ole Skovsmose (2012), a los cuales llama escenarios de investigación, son aquellos que encarnan el conocimiento reflexivo, caracterizados por invitar a la formulación de preguntas y explicaciones, que contrastan abiertamente con los paradigmas de ejercicio tan utilizados en las aulas matemáticas (Skovsmose, 2012). Frente a este paradigma del ejercicio, el autor propone desarrollar escenarios investigativos. Al respecto, menciona que las diferencias se establecen a partir de las referencias que son la base en la construcción de los conceptos matemáticos, y las diversas actividades de las clases. De esta manera, es presumible, al momento de construir una propuesta, recurrir a referencias puramente matemáticas, como también es posible hacer referencia a la semirrealidad, lo que el autor llama una realidad construida. Por último, cabe la posibilidad de hacer referencias a la vida real (Skovsmose, 1999). Skovsmose plantea, así, una organización de estos escenarios, agrupándolos según las referencias a las cuales tributan las actividades y al paradigma en el que se desarrollan (paradigma del ejercicio o de los escenarios de investigación); de esta manera, combina las tres referencias con los citados paradigmas de organización, proponiendo, en este camino, 6 distintos tipos de ambientes de aprendizaje (Skovsmose, 2012):

Tabla 2 Ambientes de aprendizaje (Skovsmose, 2012)

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

En la Tabla (3) se pueden observar las clasificaciones para cada uno de ellos:

Tabla 3: Clasificación de situaciones de aprendizaje

Ambiente de aprendizaje	Características
1	Se caracterizan por utilizar matemáticas puras para la resolución de ejercicios de una sola respuesta.
2	Presentan actividades utilizando matemáticas puras y a partir de ellas es posible realizar preguntas o buscar explicaciones.
3	Proponen ejercicios matemáticos relacionados con realidades imaginadas, por lo que no poseen impresiones sensoriales.
4	Contienen referencias a la semirrealidad y a partir de ellas invitan a la exploración y explicación de los fenómenos.
5	Hacen referencia a situaciones de la vida real para resolver ejercicios de una respuesta.
6	Proponen situaciones de la vida real invitando a cuestionarlas y/o explicarlas.

Concordamos con el autor respecto a los paradigmas propuestos, sin embargo, creemos pertinente al desarrollo de nuestro marco teórico, proponer situaciones de referencia que permitan avanzar en la construcción de escenarios investigativos, preocupándose específicamente de la descolonización, en términos de las subdimensiones propuestas en esta investigación correspondiente a dicha área. Justificamos esta adecuación en la medida que entendemos que una ciudadanía crítica se construye a partir de procesos de profunda reflexión respecto de las injusticias y las desigualdades, de esta manera, nos parece atinente incorporar escenarios de investigación que tributen a situaciones de la vida real y en particular que problematicen asimetrías colonizantes. Por lo tanto, a partir de la propuesta de Skovsmose presentamos una re-adecuación que nos parece coherente con los modelos teóricos expuestos en el primer capítulo y sus respectivas clasificaciones.

Tabla 4: Ambientes de aprendizaje rediseñados (fuente de elaboración propia).

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)
	Situaciones de la vida real que avancen en la descolonización	(7)	(8)

Tabla 5: Clasificación de situaciones de aprendizaje propuestas.

Ambiente de aprendizaje	Características
7	Contienen ejercicios referidos a situaciones problemáticas descolonizantes.
8	Se caracterizan por problematizar, cuestionar y explicar situaciones referidas a problemáticas descolonizantes.

Para promover el conocer reflexivo, el autor menciona que es necesario prestar especial atención a preguntas retadoras en el marco de los escenarios de aprendizaje. Estos tipos de preguntas deben avanzar en cuestionar tanto los procesos, como los resultados obtenidos en las actividades, de tal modo que se sitúe al diálogo como elemento sustancial en la construcción de conocimiento matemático (Skovsmose, 1999).

La Figura (8) muestra un mapa conceptual con los conceptos vistos en este apartado, los cuales se transformarán en la base que estructure la propuesta de aprendizaje.



Figura 8: Desarrollo teórico sobre saber reflexivo de Skovsmose. Fuente de elaboración propia

### 2.2.3 INTERRELACIONES EN EL AULA MATEMÁTICA, LA CONSTRUCCIÓN DESDE EL DIÁLOGO

Referir a las matemáticas para la formación ciudadana involucra actuar democráticamente en cada lugar donde ella esté presente, incluso en microsociedades como las salas de clases. También implica abandonar una concepción matemática que prepara para el consumo y la competitividad, avanzando en educar para la sostenibilidad, esto es, cambiar de un paradigma de conocimiento “que transita desde la ignorancia al saber, a uno que transite desde el colonialismo a la solidaridad” (Santos B. d., 2011, p. 297).

En este contexto, la microsociedad que es la sala de clases, es un marco fundamental que provee de significado comunitario a las responsabilidades individuales, otorgando al estudiante las primeras herramientas para su participación en la sociedad. En el espacio áulico deben convivir, entonces, actividades críticas reflexivas, que permitan incentivar la experimentación y la reflexión sobre el trabajo desarrollado (Skovsmose, 2012); una práctica dialógica que se configure como la herramienta fundamental para la apropiación del mundo (Vanegas & Giménez, 2010); y una reflexión crítica sobre el propio sujeto que experimenta las matemáticas (Skovsmose, 2012). Es decir, un entorno áulico de matemáticas que promueva ciudadanía se constituye de tareas ricas y poderosas, y una gestión de aula adecuada, caracterizada por un diálogo igualitario y prácticas de co-construcción.

En la sala de clases existen diversas relaciones, influenciando a quienes participan de la experiencia de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En este sentido, consideramos que se deben valorar prácticas de participación deliberativa que se caractericen por la participación estudiantil y el uso del diálogo deliberativo (Skovsmose, 1999; Skovsmose y Valero, 2012), de manera de proporcionar herramientas a los estudiantes que les permitan utilizar la argumentación y la autorreflexión para desarrollar aprendizajes.

Concebimos el diálogo deliberativo como un espacio de conversación especialmente resguardado, en el cual existe un derecho a hablar, a discutir, a equivocarse y a pedir razones; a construir matemáticas en igualdad de condiciones; un espacio cubierto de una ética especial (Larrain y Freire, 2016), vinculada a las características de la ciudadanía crítica, el respeto, la solidaridad y la colaboración (Vanegas y Giménez, 2010).

Asimismo, nos posicionamos en la perspectiva socioconstructivista, al considerar que una práctica dialógica, además del diálogo igualitario, posee una subdimensión relacionada con la co-construcción. Al respecto, Vanegas señala que se trata de una participación donde las reflexiones se contrastan y el desarrollo del conocimiento es sistemático y eficaz, involucrando a los participantes en deberes y responsabilidades (Vanegas, 2013).

La práctica de co-construcción crítica, en palabras de (Crook, 1994), se generan a partir de tres procesos: la articulación, el conflicto y la co-construcción. La articulación se refiere a la declaración de las ideas logradas a partir del pensamiento organizado e interpretado; el conflicto es aquello que se manifiesta a través de los desacuerdos entre quienes participan de la experiencia áulica y se expresa a partir de la justificación de las decisiones, y la co-construcción, consiste en la producción conjunta del conocimiento.

Los discursos teóricos interrelacionados pueden observarse en la Figura 9:

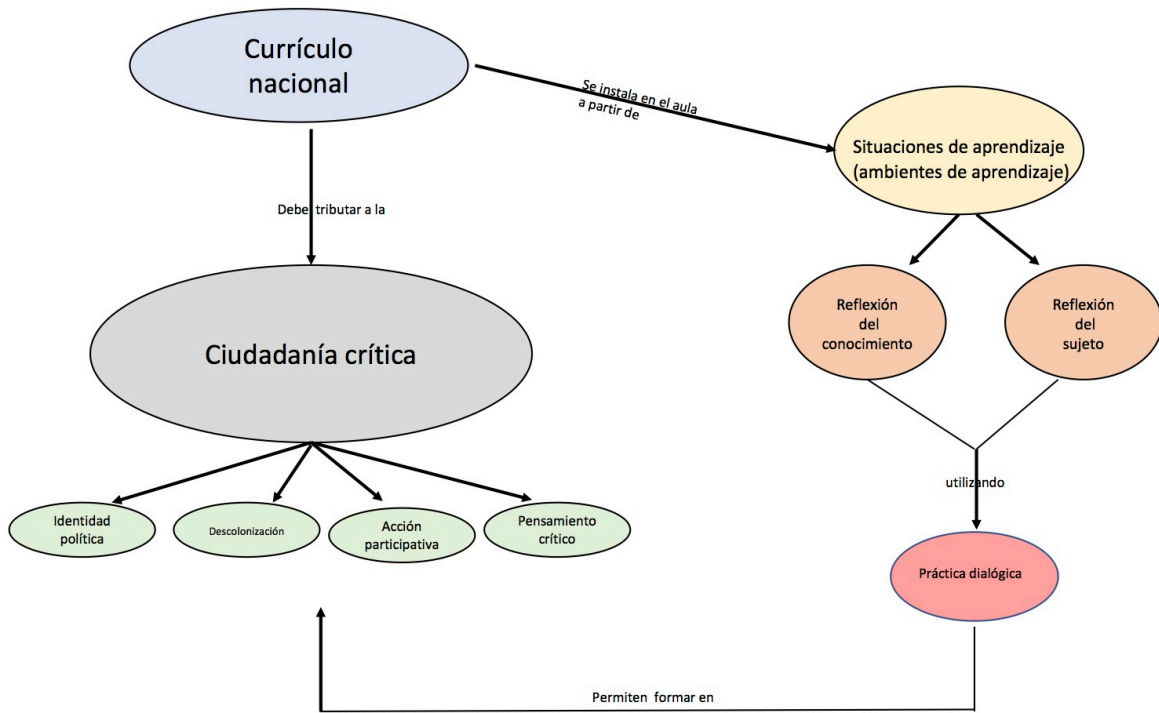


Figura 9: Esquema relación entre conceptos teóricos. Fuente de elaboración propia



CAPITULO 3  
MARCO METODOLÓGICO

### 3.1 METODOLOGÍA

En el marco de propiciar la implementación de la formación ciudadana en el aula matemática, este proyecto se propone diseñar situaciones de aprendizaje desde una mirada crítica. En este contexto, se adopta una metodología cualitativa, considerando que busca reconstruir los esquemas de observación de los sujetos de la investigación, comprendiendo la problemática desde la perspectiva de los mismos actores, posibilitando una apertura a sus propios significados y sentidos. Para este enfoque, la realidad no está dada objetivamente, sino que se va constituyendo a partir de las prácticas y significados subjetivos. Canales dirá que es la subjetividad, a partir de sus propias distinciones y esquemas cognitivos, éticos y morales, quien constituirá los objetos (Canales, 2006).

Bourdieu, en tanto, argumenta que la subjetividad no refiere exclusivamente a los individuos, sino también a aquellos significados, posiciones o categorías sociales a las cuales pertenecen los sujetos (Bourdieu, 1999). De esta manera, la reflexividad a la que se someten los investigadores es fundamental, pues deben analizar los puntos de vista desde la objetividad, procurando acercarse a la posición de lo estudiado de manera que puedan comprenderlo o reconstruirlo.

En este sentido, este estudio adhiere a un enfoque cualitativo en la medida que es un proceso inductivo, que analiza la realidad con énfasis en lo subjetivo y refuerza el valor de lo interpretativo y lo contextual (Canales, 2006).

### 3.2 TIPO DE ESTUDIO

El estudio aquí presentado pretende indagar respecto de la caracterización y validación de un diseño de aprendizaje para la formación ciudadana en educación matemática, por lo que su interés se centra en los procesos de creación, desarrollo y aplicación de la misma, y los posibles rediseños sujetos a su aplicación. En este

sentido, la propuesta investigativa aquí referida, utilizó un experimento de enseñanza transformativo y dirigido por una conjetura. Éste es un tipo de estudio que se ubica dentro de la investigación de diseño (Confrey y Lachance, 2000), y se caracteriza por ser un estudio exploratorio y descriptivo, longitudinal tipo panel. En palabras de Hernández, Fernández y Baptista (2003), un diseño de esta naturaleza persigue describir las indagaciones realizadas y observar al mismo grupo de personas en todos los momentos. Así, los estudios de diseño son generados y orientados por la teoría y la práctica, destacándose por ser complejos, iterativos y multivariados (Molina, 2006)

Los diseños de investigación son enfoques que se han desarrollado activamente durante los últimos años en materia de investigación educativa (Molina, 2006). Han mostrado ser de mucha utilidad en el campo de la didáctica de las ciencias, puesto que permiten mejorar las prácticas a partir de la examinación.

Este tipo de metodología, de naturaleza cualitativa, puede ser clasificada en términos de ciencias de lo artificial o de diseño, y ciencias de la naturaleza o analíticas. Confrey, entre otros autores, es enfático en abordar la educación como una ciencia de diseño, de manera que sea posible contribuir al aprendizaje a partir de la reflexión constante (Confrey, 2006; Collis et al., 2004).

Collins, por su parte, recomienda contemplar en el desarrollo del proceso de experimentación las siguientes acciones:

- Los investigadores deben involucrar a los docentes en el proceso investigativo.
- Se deben comparar innovaciones.
- Las variaciones deben ser sistemáticas.
- Las reflexiones y revisiones deben ser sistematizadas y frecuentemente revisadas.
- Utilizar múltiples criterios para la evaluación.
- Utilizar valoraciones objetivas.

El objetivo principal de este tipo de estudios es guiar la práctica educativa a partir de la producción teórica, identificando aquellas acertadas y adaptando las condiciones educativas para promoverlas. Molina (2006) relata que los estudios de diseño buscan documentar los conocimientos previos y las interacciones que se ponen en juego al momento de diseñar las situaciones de aprendizaje, las cuales son creadas a partir de una cuidadosa secuencia. En palabras de Confrey

*“qué recursos y conocimientos previos ponen en juego los alumnos en la tarea, cómo interaccionan los alumnos y docentes, cómo son creadas las anotaciones y registros, cómo emergen y evolucionan las concepciones, qué recursos se usan, y cómo es llevada a cabo la enseñanza a lo largo del curso de la instrucción, mediante el estudio del trabajo de los alumnos, de grabaciones de videos y de evaluaciones de la clase”*  
(Confrey, 2006, p.2).

Las investigaciones de este tipo le otorgan una gran importancia al desarrollo teórico, dado que éste influye y refleja el compromiso de comprender las relaciones que se establecen en el proceso educativo. Una consideración importante respecto de este enfoque, se relaciona con los resultados, puesto que generar el conocimiento tiene consecuencias inmediatas en el aula, permitiendo una mayor comprensión de los ambientes de aprendizaje al predecir o anticipar determinados comportamientos. En otras palabras, los estudios de diseño pueden comprender de qué manera funcionan las propuestas y sugerir que se adapten a nuevas circunstancias (Molina , 2006).

Las investigaciones que siguen este tipo de enfoques tienen por objeto generar conocimiento, apoyado fuertemente en la evidencia producida por las intervenciones o situaciones de aprendizaje. Suelen sustentar los argumentos en directa relación con los resultados de las propuestas implementadas, entregando información respecto de las complejidades situadas en el aula, tales como la interacción entre los estudiantes, entre ellos y el profesor o profesora, los materiales puestos en juego en el proceso de enseñanza y aprendizaje, factores de contexto relevantes, entre otros (Molina , 2006).

En palabras de Molina (2006), las principales características de este tipo de enfoques son:

- a) Caracterizan las situaciones en toda su complejidad, por lo que son requeridas para capturar el proceso, diversas formas de medición de resultados.
- b) Involucran múltiples variables, incluyendo algunas que evidentemente no pueden ser controladas.
- c) El contexto en el cual se desarrollan es la vida real y, en tal sentido, cualquier espacio donde se produzcan, de alguna forma, aprendizajes, generando una multiplicidad importante de contextos.
- d) Es fundamental involucrar diferentes participantes, de modo que se puedan utilizar experiencias distintas, tanto en la producción, como en el análisis de la propuesta.
- e) No se espera que las teorías que emerjan del proceso experimental tengan un alcance definitivo, sino más bien, que sea intermedio, en la medida que se entiende como un proceso generativo a largo plazo.
- f) Poseen una reflexión constante, lo que produce ajustes progresivos. Esto ocurre porque el diseño es constantemente revisado, constituyéndose en un ciclo continuo que va desde el diseño, puesta en práctica, análisis y rediseño.
- g) Los análisis se deben desarrollar en múltiples aspectos, por ejemplo: análisis retrospectivo, análisis descriptivo, entre otros.

Por último, es necesario mencionar que los estudios de diseño suelen ser reconocidos en materia investigativa, porque reducen la distancia entre la práctica

educativa y la investigación en la materia, permitiendo que las innovaciones y cuerpos teóricos generados por los investigadores se imbriquen de manera natural en el aula (Molina , 2006).

En la Figura 10 se puede observar el ciclo de desarrollo de las investigaciones de diseño.



Figura 10 Investigación de diseño. (Molina, 2006)

### 3.2.1 SITUACIONES DE APRENDIZAJE O EXPERIMENTOS DE ENSEÑANZA BASADOS EN UNA CONJETURA

Los experimentos aquí presentados, se caracterizan por ser dirigidos a investigar estrategias de enseñanza innovadoras, analizar contenidos matemáticos o prácticas pedagógicas, siendo su sello investigativo la conjetura que lo define. Este tipo de experimentos están orientados a clases normales, encontrándose en un paradigma de tipo constructivista, con lineamientos encausados en la perspectiva socio-cultural (Molina , 2006). Los mismos se basan en una conjetura, la cual es continuamente revisada y elaborada a lo largo de todo el proceso investigativo.

En palabras de Molina:

*“la conjetura no está fijada de antemano desde el principio de la investigación, sino que evoluciona constantemente conforme la investigación progresa; idea que conecta con la visión de la evolución de la teoría de Lakatos a través de una incesante mejora de especulaciones y criticismo. La conjetura es como un gran esquema que va emergiendo de muchas piezas inicialmente inconexas, haciéndose cada vez más conexo al ayudar al investigador a percibir nuevos sucesos o relaciones y hacerle cambiar su perspectiva inicial”* (Molina , 2006, p. 97).

Para ser interpretada, la conjetura emerge desde una teoría que se relacione con la matemática. En el caso específico de este estudio, la conjetura es sustentada por la teoría de las representaciones diversas del objeto matemático fracción. Para la evaluación de la calidad de las conjeturas, Steffe y Thompson, desde la mirada de Molina (2006), hacen referencia a la validez, capacidad de generalización y replicabilidad. El concepto de replicabilidad no es entendido en lo estricto de la palabra, sino más bien, en su comprensión teórica. La replicabilidad se relaciona con la sustitución o el reemplazo de una propuesta por un modelo más elaborado.

Conjetura de investigación.

De acuerdo a la lectura que se realizó en los primeros capítulos de este estudio, se evidencia la necesidad de una formación ciudadana que permita que los estudiantes desarrollen las competencias para vivir en el mundo globalizado y cambiante del siglo XXI. Suponemos, en concordancia con muchas investigaciones actuales, que esta formación, además, debe propender no sólo a la educación ciudadana cívica, sino también a la educación ciudadana crítica que permita desarrollar competencias de solidaridad, respeto y participación activa en un determinado contexto social. Conjeturamos, en este sentido, que nuestros estudiantes tendrán dificultades para desarrollar este tipo de competencias, en consecuencia, será necesario idear diseños didácticos que se hagan cargo de esta falencia y que busquen desarrollar tales competencias.

Para instalar las competencias de formación ciudadana crítica en el aula

matemática, el estudio se erigió en el contenido matemático de fracciones. Al respecto, múltiples voces investigativas han referido las persistentes y profundas dificultades que este contenido tiene en su implementación formativa, fundamentalmente porque su enseñanza ha sido reducida a su faceta parte-todo, provocando dificultades epistemológicas que se mantienen a lo largo de la enseñanza escolar. En este sentido, suponemos que dichas dificultades se manifestarán en la propuesta didáctica que sustenta este estudio y creemos que tenderán a trabajar con los números racionales, utilizando las mismas propiedades que para los naturales. Respecto de su trabajo en clases, es probable que se sientan extrañados al realizar las actividades siempre en grupo e incluso algunos de ellos no las realicen, esperando que otros del grupo tomen la iniciativa. No obstante, mediante el diseño de las actividades y las estrategias utilizadas, directamente relacionadas con la incorporación de otras facetas de la fracción, los alumnos pueden desarrollar una adecuada comprensión de los contenidos propuestos.

En el desarrollo de competencias para la ciudadanía, las estrategias utilizadas por los alumnos en la interacción, se caracterizarán por ser caóticas en un principio y más organizadas al avanzar en la propuesta. Las explicaciones y argumentos que se utilicen en este proceso tendrán su base en las formas de relacionamiento que desarrollan en otros ámbitos de su vida, tales como el juego en el horario de recreo o el comportamiento durante su almuerzo. Al respecto, esperamos que el diseño de lugar a estructuras e instrumentos que permitan el desarrollo de competencias para la interacción, centradas en la ciudadanía crítica.



### 3.3 POBLACIÓN Y MUESTRA

#### 3.3.1 TIPO DE MUESTRA

La muestra de este estudio corresponde a un muestreo probabilístico de tipo accidental o errático, puesto que permite seleccionar casos característicos de una población (Flick, 2015). Puede ser utilizado en poblaciones con una alta variación y cuya muestra es pequeña, además de ser de fácil acceso.

#### 3.3.2 GRUPO DE REFERENCIA

La muestra estuvo conformada por 28 estudiantes de quinto básico, una docente de la asignatura de matemática y dos investigadoras-docentes, especialistas en el área de las matemáticas.

#### 3.3.3 CRITERIOS DE SELECCIÓN/EXCLUSIÓN

La selección del establecimiento respondió a dos criterios: El primero, relacionado con la conveniencia para las investigadoras y el segundo, respecto de su pertenencia al sistema de educación formal chileno, a saber: colegios privados, públicos o subvencionados.

Todos los estudiantes de quinto básico del colegio seleccionado participaron de las actividades, por lo que no existió criterio de selección ni de exclusión.

### 3.4 VARIABLES

Las variables que sustentan esta investigación son dos:

- a) Ciudadanía crítica.
- b) Aula matemática.

Ambas variables fueron operacionalizadas mediante un proceso deductivo, con el objetivo de caracterizar cada una de ellas. Esta operacionalización permitió la generación de categorías de análisis para determinar la validez de la propuesta. El proceso de operacionalización se presenta en las siguientes tablas.

## OPERACIONALIZACIÓN VARIABLE CIUDADANÍA CRÍTICA

Objetivo General: Caracterizar un diseño didáctico para desarrollar formación ciudadana crítica en el aula matemática						
Variable	D. conceptual	Dimensiones	Sub-dimensión	Indicador		
Características de la ciudadanía crítica en el aula matemática	La ciudadanía crítica se interpreta desde una epistemología liberadora cuyo objeto se centra en la superación de las desigualdades sociales. (Vanegas , 2013)	Identidad política : se relaciona con la asignación, a través de las matemáticas, del empoderamiento a los estudiantes, Vanegas interpreta este principio desde una mirada amplia que recurre a considerar a las matemáticas como posibilidades para cambiar el mundo, como un espacio para para identificar, contrastar, valorar y admitir los saberes diversos que transitan entre nuestros estudiantes, construyendo de esta manera identidad colectiva y valorizando las diversas maneras en que las personas usan las matemáticas	Comunidad y humanidad:	Relacionada con la idea de movilizar en el aula matemáticas que cuestionen y se propongan construir sociedades más justas y humanas, evitando aquellos conceptos que no tienen sentido en los estudiantes y adaptando las problemáticas a las realidades del aula. (Vanegas & Giménez, 2010)		
			Solidaridad:	Observar la construcción histórica de las matemáticas desde una visión amplia que incluya a las culturas propias de nuestros países, valorando y apoyando tanto a aquellas matemáticas que producto de la colonización han sido invisibilizadas como aquellas matemáticas intuitivas que coexisten en las familias de nuestros estudiantes. Promoviendo constituir subjetividades que visibilicen al otro como parte integral de una comunidad e incentivando a la construcción social del conocimiento		
			Descolonización: implica participar de una profunda crítica al universalismo monocultural.	Asimetrías económicas	Relacionadas con injusticias y formas de entender el mundo desde lo económico	
		Acción participativa : se sustenta en el principio del dialogo que permita la construcción de conocimiento de manera colectiva, al respecto Valero manifiesta que un diálogo que busca desarrollar competencias críticas de formación ciudadana			Desigualdad de sexos y género:	Refieren a los menoscabos para con el género femenino y las desigualdades que esto conlleva, como la violencia sexual, la invisibilización de la mujer en la sociedad, etc.
					Asimetrías culturales y civilizatorias	Relacionadas con la desvalorización de prácticas culturales.
					Colectividad	Se fundamenta en la ecología de saberes, de manera de confrontar la monocultura de la ciencia moderna a partir del reconocimiento de la pluralidad y heterogeneidad de los conocimientos, es decir, el conocimiento es un interconocimiento
					Deliberación	Refiere al proceso comunicativo en el que se consideran tres elementos principales a saber: las opiniones preliminares en cuanto a sus razones o falta de ellas, los pro y contras de las decisiones antes de realizarlas y los beneficios y pérdidas que conllevaría el comprometerse con ellas. Se configura entonces como un diálogo social que compromete a las personas a formular problemas, tomar decisiones y a conocer y valorar los procesos en que éstos se resuelven
		Pensamiento crítico Lo cual implica una comunicación efectiva, así como habilidades para la resolución de problemas, en palabras de Vanegas se refiere a "un compromiso para superar nuestro egocentrismo nativo y socio centrismo			Coflexión	Individualmente se llama reflexión al proceso de volverse hacia sí mismo, es decir, volver hacia atrás o más bien, volver a mirar aquello que hice, es volver hacia nuestro propio pensamiento. El proceso de coflexión parte de una idea similar, pero esta vez el proceso de volver a mirarse es a partir de la atención conciente que un grupo de personas dirige sobre el accionar de los demás adoptando una posición crítica hacia su actividad, al generar un conocimiento sobre la situación misma, este proceso puede ser catalogado como epistémico.
					Transformación	Acciones democráticas que busquen cambiar o mejorar aquellas condiciones sociales en las que nuestros estudiantes están inmersos a partir de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Permitiendo a través de la construcción de significados, revertir la sociedad y beneficiar a la comunidad.
					Criticidad de la matemática	Refiere a la capacidad de reflexionar sobre los resultados de las matemáticas y de cómo éstos son o no más acertados
					Uso en el análisis del entorno	matemáticas como herramienta de transformación y análisis crítico del entorno.
					Evolución de su desarrollo	Como se construyeron y a que recurrieron en esta construcción.
		La matemática como herramienta de información crítica	Matemáticas como herramientas para la reflexión crítica de la información entregada por medios de comunicación, redes sociales y organizaciones estatales.			

## OPERACIONALIZACIÓN VARIABLE AULA MATEMÁTICA

Variable	Definición conceptual	Dimensiones	Sub-dimensión	Indicador
Aula Matemática	La sala de clases es un espacio de interrelaciones de poder, donde las prácticas y los significados cobran relevancia en la medida en que le otorgan importancia a la actividad de enseñanza y aprendizaje como espacio de negociación de significados.	Actividad crítica reflexiva: identificar nociones previas, la discusión y contra-argumentación respecto de éstas nociones previas, la clasificación acerca de las cuales se identifican con un fin tecnológico y sus consecuencias éticas, y por último el indagar como actúan estos modelos propuestos frente a una problemática	Reflexión crítica sobre el objeto	Conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo.
			Escenarios de investigación	Situaciones de aprendizaje que encarnen la diversidad argumentativa y de intenciones de los estudiantes.
		Práctica dialógica o Aula dialógica Espacio para la conversación especialmente resguardado, en el cual existe un derecho a hablar, a discutir, a equivocarse y a pedir razones, a construir matemáticas en igualdad de condiciones, un espacio cubierto de una ética especial.	Argumentación	Articulación, conflicto y co-construcción.
			Diálogo igualitario	Se compone de tres características que implica la ciudadanía democrática: respeto, solidaridad y colaboración.
		Reflexión crítica sobre el sujeto o comportamiento emancipador. Triada que incorpora como elementos principales la disposición, la intención y la acción y que refiere a la reflexión sobre sí mismo.	Acción disposición, intención	Se relacionan directamente con las disposiciones y vienen a referir a las disposiciones de los estudiantes, que son a juicio de Skovsmose (2012) antecedente o red histórica social, en la cual nuestros estudiantes encuentran las posibilidades que la situación le ofrece.
			Autorreflexión	Capacidad de visibilizar y transformar las relaciones de poder que se subyacen a los procesos de enseñanza.

### 3.5 TÉCNICAS O PROCEDIMIENTOS PARA RECOGER DATOS

Para la recolección de información se recurrió a dos técnicas, la observación y la realización de entrevistas semi estructuradas. De acuerdo a Flick (2015), la observación se inscribe en las técnicas de tipo visual, aunque evidentemente en ella también están involucrados los otros sentidos. Al respecto, comenta que estas técnicas se pueden clasificar en cinco tipos. Observación encubierta, observación participante, observación sistemática, observación en situaciones naturales y observación de sí mismos.

Para nuestro desafío investigativo recurriremos a la observación participante, la cual hace referencia a la participación en el espacio estudiado, en este caso, sin involucrarse totalmente en los acontecimientos (Flick, 2015).

Las entrevistas semi estructuradas se caracterizan por ser procedimientos conversacionales que buscan, principalmente, coproducir información a través de un conjunto de preguntas abiertas (Merton, Kiske y Kendal, 1956). La selección de esta técnica estuvo supeditada a la singularidad y complejidad de las dimensiones tratadas en la investigación (Corbetta, 2007). El guión o pauta de entrevista estuvo compuesto por las categorías de análisis que emergieron a partir de los procesos de operacionalización de las variables de estudio. La misma puede ser observada en los anexos de este mismo documento.

### 3.6 TÉCNICAS PARA EL ANÁLISIS DE DATOS

La investigación aquí desarrollada diversifica su análisis en distintos estadios para dar respuesta a los objetivos específicos planteados y evaluar la consistencia y coherencia de la propuesta con respecto a la ciudadanía crítica a la cual tributa.

A continuación exponemos los estadios de análisis.

Estadio 1: Análisis de pertinencia a la propuesta con relación a la ciudadanía que promueve, es decir, existe una gran preocupación por diseñar una propuesta que tome las indicaciones para la formación de una ciudadanía crítica.

Estadio 2: Análisis de pertinencia de las actividades a los paradigmas de experimentos de enseñanza o de ejercicios, y si ellas se enmarcan en un estudio reflexivo sobre el objeto.

Estadio 3: Análisis de consistencia dialogante de la propuesta.

Estadio 4: Análisis reflexivo de conjeturas respecto de los objetos y sujetos.

Estadio 5: Análisis de percepciones estudiantiles mediante entrevistas previas a la aplicación de la propuesta y posteriores a su implementación.

En este sentido, se ha elaborado una propuesta metodológica que se constituye por cada uno de los estadios, como se muestra en la Figura (12).

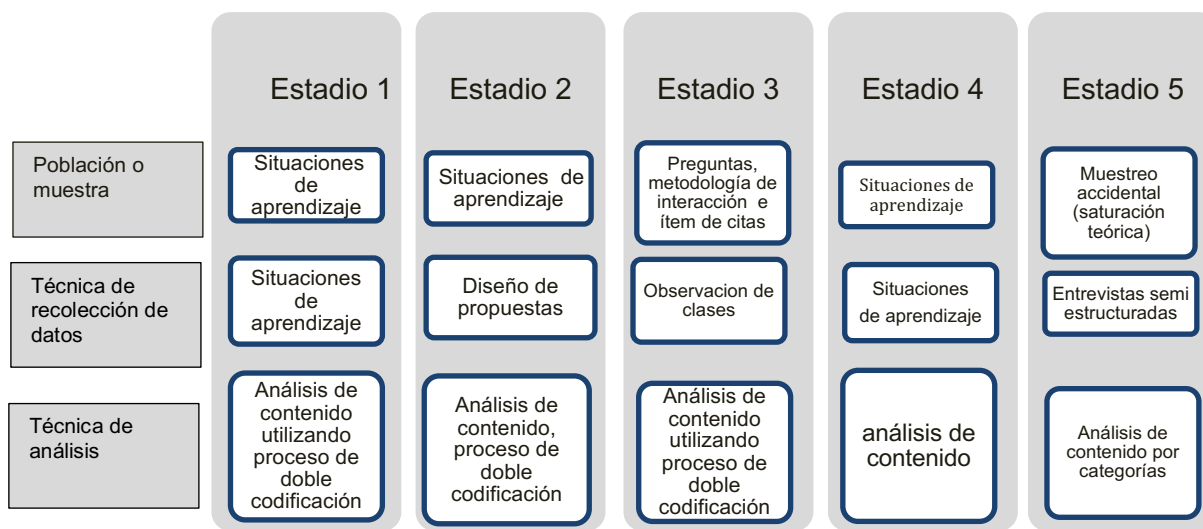


Figura 11: Estadios de análisis. Fuente de elaboración propia.

Tanto para el análisis de las propuestas de situaciones de aprendizaje, como para las entrevistas, se recurrió al análisis de contenido, utilizando matrices de categorías. Al respecto, Flick comenta “*uno de sus rasgos esenciales es el uso de categorías, que se derivan a menudo de modelos teóricos*” (Flick, 2012, p. 206). En específico, para el análisis de consistencia, pertenencia y pertinencia, se utilizó la doble codificación, lo que significa que la codificación de los discursos se realizó por profesionales externos a la investigación, como una manera de darle validez al proceso.

Basado en lo propuesto por el autor, esta investigación tomó los elementos centrales de Mayring y desarrolló el análisis, desplegando categorías que fueron evaluadas en grados de representatividad para identificar tanto valores preponderantes, así como contenidos ausentes (Flick, 2015, p. 25). Adicionalmente, se compararon aquellas citas o discursos frente a los que no hubo acuerdo.

### 3.7 CRITERIOS ÉTICOS

Las investigaciones cualitativas reconocen la existencia de la subjetividad humana como una parte central y constitutiva del proceso de indagación que proponen, esto conlleva a la interacción permanente de identidades, ideologías, colaboraciones, entre otras. En este sentido, la ética cualitativa considera que los participantes de este tipo de investigaciones son sujetos y no objetos de estudio, de manera que este acercamiento se realice de forma holística, otorgando libertad a todos los participantes (Noreña, Alcaraz-Moreno, Rojas, & Rebolledo-Malpica, 2012).

La investigación de tipo cualitativa supone un acercamiento complejo por el contexto de las relaciones establecidas, por lo que quienes utilizan este paradigma investigativo deben preservar las condiciones éticas del estudio. En consecuencia, los investigadores deben tener en consideración algunos criterios éticos, relacionados principalmente con el consentimiento informado, el manejo de datos y la confidencialidad de los mismos.

### 3.7.1 CONSENTIMIENTO INFORMADO

Se utiliza con el fin de que las personas acepten participar de la investigación, tanto por su interés en ella, como por concordancia de la misma con los principios y valores del fenómeno estudiado (Noreña, Alcaraz-Moreno, Rojas y Rebolledo-Malpica, 2012). En el presente estudio , el consentimiento informado fue entregado para su firma a cada uno de los estudiantes, familias y profesores que participaron del proceso investigativo. El documento original puede ser observado en los anexos de este escrito.

### 3.7.2 LA CONFIDENCIALIDAD

La confidencialidad hace referencia tanto al anonimato, como a la privacidad de los participantes, buscando la seguridad y protección de los mismos (Noreña, Alcaraz-Moreno, Rojas y Rebolledo-Malpica, 2012). En la mayoría de los casos, los investigadores recurren a números o seudónimos para identificar a los participantes. Para este estudio se utilizó la categorización numérica de los grupos participantes, tanto para los estudiantes como para los profesores. Respecto del establecimiento, se mencionan características generales que no permiten su identificación.



### 3.7.3 OBSERVACIÓN PARTICIPANTE

Noreña y su equipo manifiestan que los criterios éticos, al desarrollar una observación participante, como es el caso de este estudio, deben considerar dos aspectos sustanciales: la interacción entre los informantes y los investigadores, y el papel que el investigador funge para la recolección de datos (Noreña, Alcaraz-Moreno, Rojas, y Rebolledo-Malpica, 2012). En este sentido, los autores recomiendan que los observadores participantes mantengan los compromisos explícitos e implícitos de confiabilidad y resguardo de la intimidad y de su propio comportamiento, tanto en situaciones difíciles como de otra índole, guiándose por los criterios de justicia, beneficencia y respeto por los informantes.

En la Figura 12 se puede observar el diseño de investigación de esta tesis.

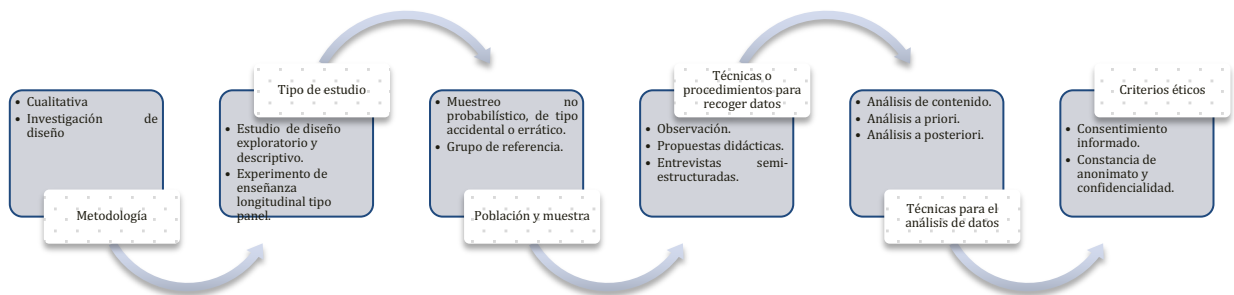


Figura 12: Diseño metodológico. Fuente de elaboración propia

CAPITULO 4  
CONSTRUCCIÓN DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE

#### 4.1 FORMAR CIUDADANÍA: EN LA CONSTRUCCIÓN DE UNA PROPUESTA

Pensar y proyectar la formación ciudadana en el aula requiere seleccionar, adecuar y diseñar una serie de elementos e instrumentos que permitan su cristalización. Comenzaremos reafirmando que un punto de partida fundamental es considerar la formación ciudadana no sólo desde las arenas de la educación cívica o la democracia representativa, sino más bien, recurriendo a una noción de ciudadanía más amplia, que abarque la democratización del aula escolar en sus contextos de contenido matemático y de interrelación.

Sin embargo, estamos circunscritos a un estado de derecho educativo que define y propone recorridos posibles, para la instalación en el aula, de ciertos aprendizajes. En este contexto, nos parece adecuado proponer situaciones de aprendizaje que se imbriquen con el currículo nacional, pero que, a la vez, propongan las adecuaciones necesarias para que exista un diálogo entre el discurso estatal y el discurso de los investigadores en matemática educativa.

En este sentido, y a partir de la lectura de Bravo, Jiménez y Osandón (2013), proponemos la aplicación de situaciones de aprendizaje que se organicen en términos de tres marcos de contextualización: marco curricular, marco pedagógico y marco disciplinario.

#### 4.2 MARCO DE DESARROLLO CURRICULAR

Entendemos una intervención didáctica considerando las demandas curriculares a las que responde. De este modo, presentamos la organización curricular explicitada por el Estado de Chile, a través del Ministerio de Educación y la selección que realizamos de aquellos elementos curriculares que sustentaron

la propuesta de situaciones de aprendizajes. La decisión respecto de los contenidos curriculares seleccionados para trabajar esta propuesta, se basó en dos criterios, el primero relacionado con los múltiples reportes investigativos que mencionan la importancia de trabajar la temática de fracciones y el segundo, con la temporalidad al momento de realizar su implementación.

#### 4.2.1 ORGANIZACIÓN CURRICULAR DEL ESTADO DE CHILE

La organización curricular nacional se compone de 5 elementos, los cuales están definidos por el Estado chileno de la siguiente manera:

Habilidades: herramientas cognitivas necesarias para comprender contenidos y adquirir conocimientos en áreas y contextos diversos. Estas contribuyen a que los estudiantes tomen decisiones de manera responsable e informada, desarrollando el pensamiento crítico (Ministerio de Educacion , 2018).

Las habilidades se presentan como capacidades para realizar diversas tareas, en las que juegan un rol preponderante la resolución de problemas y la adaptación al entorno.

Las propuestas curriculares les brindan especial atención a las habilidades, dado que en ellas participan no solamente el saber, sino también el saber hacer y la capacidad de transferir conocimientos a contextos nuevos e inesperados. Dado que las nuevas sociedades requieren que las personas tengan cada vez más capacidades para transferir los conocimientos y resolver situaciones inesperadas, el currículo nacional considera a las habilidades como elementos fundamentales en el proceso formativo, procurando promover un desarrollo armónico entre habilidades de conocimiento y habilidades de otro tipo.

Objetivos Transversales de Aprendizaje: se direccionan en el desarrollo personal, ético, moral, social e intelectual de los estudiantes. Cruzan todos los niveles de enseñanza y son el eje conductor de la implementación ciudadana en el currículo nacional.

Los llamados OTA por sus siglas en español, a juicio del Ministerio, deben ser promovidos en todos los quehaceres escolares, lo que incluye las prácticas docentes, el proyecto educativo institucional de cada colegio, las ceremonias escolares, etc. Al incluir no sólo el desarrollo de actitudes y valores, los OTA también se deben relacionar con conocimientos de tipo cognitivo.

Ejes: la definición utilizada en el discurso curricular los contempla como conocimientos de información y comprensión, es decir, los asocia a la promoción de marcos integrativos, explicativos y argumentativos que desarrollen en los estudiantes el discernimiento y la argumentación. Corresponden, por lo tanto, a conceptos, redes, hechos, procedimientos y operaciones.

De esta manera, los conceptos propios de cada asignatura enriquecen tanto las percepciones, como las comprensiones de los estudiantes respecto del mundo que los rodea. *“El logro de los Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares implica, necesariamente, que el estudiante conozca, explique, relacione, aplique y analice determinados conocimientos y conceptos en cada disciplina, de forma que estos sirvan de base para el desarrollo de las habilidades de pensamiento”* (MINEDUC, 2018).

Actitudes: las actitudes a desarrollar en la asignatura de Matemática son las siguientes: *“Las actitudes son disposiciones aprendidas para responder, de un modo favorable o no favorable, frente a objetos, ideas o personas; incluyen*

*componentes afectivos, cognitivos y valorativos, que inclinan a las personas a determinados tipos de conductas o acciones” (Ministerio de Educacion , 2018).*

Estas actitudes están en completa relación con los OTA y se deben desarrollar de manera integrada con aquellos conocimientos y habilidades propias de la enseñanza de la matemática escolar.

Bases Curriculares: establecen Objetivos de Aprendizaje (OA) que definen los desempeños mínimos que se espera que los estudiantes logren en cada asignatura y nivel de enseñanza.

Objetivos de aprendizaje: definen los aprendizajes terminales para cada una de las asignaturas del plan de estudio anual. Corresponden a conocimientos, habilidades y actitudes que entregan herramientas cognitivas y no cognitivas para el desarrollo integral de los estudiantes, facilitándoles la comprensión del mundo y despertándoles el interés por el aprendizaje.

Indicadores: detallan los desempeños observables y evaluables de los estudiantes respecto de los objetivos de aprendizaje. Para el currículo nacional son de carácter sugerido y múltiple.

En la primera tabla se detalla la organización curricular correspondiente a la reforma 2012-2013, que regula el proceso educativo de los estudiantes de quinto básico, en tanto que la segunda especifica la selección curricular que será utilizada en esta investigación. Se justifica la selección de contenidos, dada la robusta investigación que propone a esta temática como fundamental en el desarrollo de los aprendizajes de quinto básico. En tanto que las actitudes y habilidades fueron seleccionadas por ser las más coherentes con la propuesta de ciudadanía presentada en este estudio.

Tabla 6: Organización curricular del Estado de Chile para la asignatura de Educación Matemática, quinto básico.

Objetivos de aprendizaje transversales	Conocimientos (ejes)	Habilidades	Actitudes
Dimensión física.	Números y operaciones	Resolver problemas	Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico
Dimensión afectiva	Patrones y álgebra	Argumentar	Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas
Dimensión cognitiva	Geometría	Modelar	Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas
Dimensión socio-cultural.	Medición	Representar	Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades
Dimensión moral	Datos y probabilidad		Demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia
Dimensión espiritual			Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa
Proactividad y trabajo			

Fuente de elaboración propia sobre la base de currículos oficiales (Ministerio de Educación , 2018)

Tabla 7: selección de elementos curriculares para el diseño de las situaciones didácticas

Objetivos de aprendizaje ciudadano desde el saber	Conocimientos (ejes)	Habilidades	Actitudes	Objetivos de aprendizaje
Identidad política	Números y operaciones	Resolver problemas	Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico	<p>Demostrar que comprenden las fracciones propias, representándolas de manera concreta, gráfica y simbólica. Creando grupos de fracciones equivalentes-simplificando amplificando-de manera concreta, pictórica, simbólica, de forma manual y/o con software educativo.</p> <p>Demostrar que comprenden las fracciones impropias, de uso común de denominadores 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 y los números mixtos asociados, usando material concreto y pictórico para representarlas de manera manual y/o con software educativo identificando y determinado equivalencias entre fracciones impropias y números mixtos, representando estas fracciones en la recta numérica.</p>
Descolonización	Patrones y álgebra	Argumentar	Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas	
Acción participativa	Geometría	Modelar	Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas	
	Medición	Representar	Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades	
Pensamiento crítico	Datos y probabilidad		Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa	

Fuente de elaboración propia con base en currículos oficiales (Ministerio de Educación , 2018)

### 4.3 MARCO DISCIPLINARIO

Este aspecto dice relación con la perspectiva y los conceptos claves que se trabajarán en aula matemática. En este contexto, y a partir de la discusión bibliográfica dada en el capítulo 2, se propone diseñar situaciones de aprendizaje que tributen a dos elementos:

- a) Las fracciones como facetas.
- b) Escenarios de aprendizaje.

#### 4.3.1 FRACCIONES, UN MEGA CONCEPTO

Streefland sostiene que una de las carencias de la enseñanza de fracciones consiste en la virtual ausencia de contextos significativos para su aplicación (Maza Gómez y Arce Jiménez, 1991).

Por su parte, Chamorro plantea que los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones, y de su utilización dinámica, suelen presentar dificultades dada la persistencia de los docentes de utilizarlas en el contexto de operatoria numérica, invisibilizando otras nociones asociadas a su utilización (Chamorro et al., 2003), lo que obstaculiza la transferencia del concepto a otros contextos no matemáticos (Díaz, 1998).

Llinares y Sánchez argumentan que al trabajar con la fracción, contemplando cada una de sus facetas, tenemos entre manos un mega concepto (Llinares y Sánchez, 1998).

Un proceso de enseñanza y aprendizaje que considere, casi exclusivamente, la parte todo como posible interpretación de la fracción (Escolano y Gairín, 2005), trae como consecuencia un aprendizaje con



limitaciones, por lo que resulta conveniente insistir en la consideración de promover variadas actividades en que esta faceta de sus representaciones, junto a otras, estén involucradas, incentivando la traslación de sus diversos aspectos, dada su utilidad y su carácter dinámico (Chamorro et al., 2003).

Considerando lo expresado por las autoras antes mencionadas, es necesario que las situaciones de aprendizaje propuestas para esta investigación consideren los siguientes elementos:

- a) Realizar actividades que incluyan los fraccionamientos en sus variadas facetas, para denotar su versatilidad y dinamismo.
- b) Descentralizar los objetivos de las secuencias de la actividad algorítmica.
- c) Generar secuencias de aprendizaje que consideren situaciones de contextos significativos.

El contexto de esta investigación coincide con el planteamiento de Flores (2010), respecto a que es esta multiplicidad de significados la que provoca dificultades en su enseñanza y aprendizaje, lo que se evidencia principalmente en:

- Las equivalencias entre fracciones.
- Operatoria con fracciones.
- Asociar fraccionamientos a situaciones de la realidad.
- Simplificar fracciones.
- Manipular, de manera autónoma, diagramas, figuras o modelos.

#### Facetas de la fracción:

Kieren (1981), en lo informado por Chamorro (Chamorro et al., 2003), distingue cinco ideas básicas para el concepto de fracción:

1.- Parte todo. Es fruto de una partición, un agrupamiento y una comparación. Dos divisiones y una comparación.

Primera forma de división: un todo es dividido en número desconocido de partes iguales, conocida como partición.

Segunda forma de división: consiste en dividir un todo en un número desconocido de partes iguales, cuyo tamaño es conocido. Se denomina cuotición.

2.- La fracción como expresión de una medida.

3.- La fracción como resultado de una división. Al realizar la medida de una cantidad cualquiera (longitud, área, etc.), el procedimiento a emplear es el doble. Considerar la unidad de medida y reiterarla de forma aditiva hasta que la parte, así repetida, coincida con el todo a medir, tal como la estrategia utilizada en los problemas de agrupamiento.

4.- La fracción como razón. Cuando la comparación se realiza entre cantidades de la misma o distinta magnitud, es decir, como un indicio comparativo.

5.- La fracción como operador. En este caso, la fracción actúa como una función que opera sobre una magnitud, transformando sus cantidades a través de una división y una multiplicación subsiguiente.

Existen autores que han mencionado otras facetas de la fracción, entre ellos Fandiño (2010), quien establece 14 facetas, las que se detallan a continuación:

1.- La fracción como parte todo, a veces continuo, a veces discreto.

2. La fracción como cociente.

3. La fracción como razón.

4. La fracción como operador.

5. La fracción en probabilidad.
6. La fracción en puntajes.
7. La fracción como número racional.
8. La fracción como punto de una recta ordenada.
9. La fracción como medida.
10. La fracción como indicador de una cantidad de elección en el todo.
11. La fracción como porcentaje.
12. La fracción como lenguaje cotidiano.
13. La conceptualización de la fracción en la teoría de Vergnaud.
14. La conceptualización signo-objeto de Duval.

En Chile, los contenidos relacionados con los fraccionamientos se encuentran desplegados en 4°, 5° y 6° grado de escolaridad, y remiten principalmente a la faceta parte todo.

Menciona Salazar (2011), que en la enseñanza de fracciones en los primeros años de escolaridad predomina la interpretación parte-todo, explicitada, principalmente, en modelos de área.

Los textos de estudio, en tanto, no se diferencian de las prácticas docentes, elaborando guías de trabajo o secuencias de estudio que intencionan la faceta parte todo en la mayoría de los casos.

Escenarios de aprendizaje.

Como se mencionó en el marco teórico, las actividades propuestas se construirán siguiendo la concepción de paradigma de escenario, propuesta por Skovsmose y la readecuación de las autoras.

En ese sentido, se espera diseñar una propuesta que priorice la utilización de escenarios de aprendizaje de referencia descolonizante.

#### 4.4 MARCO PEDAGÓGICO

##### 4.4.1 CRITERIOS DESDE LA CIUDADANÍA CRÍTICA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE

Este marco hace referencia a los conceptos claves que se internalizarán en el aula, esto es: ciudadanía crítica y aula matemática desde una perspectiva de educación matemática crítica.

A partir de la discusión teórica dada en los capítulos anteriores, sistematizamos una concepción de ciudadanía y su interrelación con el aula escolar a partir de cuatro matrices, las que se presentan a continuación.

Las mismas fungirán como guía teórica para desarrollar y seleccionar las actividades que se propondrán en las situaciones de aprendizaje y, además, servirán de instrumento de análisis de contenido para la validación.

Tabla 8: Pertinencia en ciudadanía crítica de actividades propuestas. Eje identidad política

	Actividad crítica reflexiva (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo )	Práctica-dialógica (Metodología)	Reflexión crítica sobre el sujeto (comportamiento emancipador)
Comunidad y humanidad	Impulsar matemáticas que busquen resolver problemáticas relacionadas con el bienestar de las personas y el cuidado del medio ambiente.	Incentivar el trabajo en aula mediante enfoques colaborativos para la resolución de problemáticas humanas.	Manifestar una actitud cuestionadora de la producción de consumo y su trato al medio ambiente.

Solidaridad y convivencia	Promover el reconocimiento de ideas y formas diferentes de resolver y pensar matemáticamente.	Promover la escucha atenta de las argumentaciones estudiantiles y el uso del ítem "citas".	Identificar derechos y deberes en convivencia con otras personas.
---------------------------	---	--	---

Tabla 9: Pertinencia en ciudadanía crítica de actividades propuestas. Eje descolonización

	Actividad crítica reflexiva (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo)	Práctica-dialógica (Metodología)	Reflexión crítica sobre el sujeto (comportamiento emancipador)
Asimetrías económicas	Promover la utilización de la matemática para identificar, evaluar y transformar condiciones económicas desfavorables, que no se limiten al consumo.	Construir colectivamente estrategias de acción para superar asimetrías económicas.	Cuestionar la organización social desde la economía, interviniendo con actitudes investigadoras.
Asimetrías de sexo y/o género	Promover discusiones sobre el rol de las mujeres en la sociedad y la importancia de sus aportes en la historia de las matemáticas.	Contribuir a establecer equiparidad de género.	Potenciar y valorar la presencia de compañeras en las actividades.
Asimetrías culturales	Promover la resolución de problemas desde distintas miradas epistémicas, incentivando la experiencia personal y la intuición estudiantil. -Incentivar la comprensión de los diferentes roles de la matemática cambiante y compleja, y su papel en el entendimiento de lo social, físico y natural.	Impulsar ritmos de aprendizaje diversos en aula, privilegiando la construcción de conocimientos matemáticos de prácticas en red, por sobre conceptualizaciones lineales.	Cuestionar el poder de las matemáticas y el ejercicio de ese poder.

Tabla 10: Pertinencia en ciudadanía crítica de actividades propuestas. Eje Acción participativa y práctica del diálogo

	Actividad crítica reflexiva (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo)	Práctica-dialógica (metodología)	Reflexión crítica sobre el sujeto (comportamiento emancipador)
Colectividad	Discutir la construcción social de las matemáticas a partir de la valoración de las opiniones y percepciones de un otro.	Incentivar el diálogo como instancia de resolución de conflictos y el empoderamiento de los estudiantes, a partir del relato hablado y escrito de sus experiencias individuales y colectivas.	Valorar las percepciones de otro, al igual que sus suposiciones e intuiciones.

Deliberación	Desarrollar acciones en la matemática educativa que promuevan diálogos deliberativos e igualitarios.	Promover la resolución pacífica de conflictos.	Valorar el diálogo igualitario y deliberativo.
Coflexión	Reflexionar sobre la matemática como un saber construido socialmente.	Generar espacios de reflexión colectivos para la resolución de prácticas matemáticas.	Valorar el conocimiento científico en tanto construcción cultural.
Transformación	Incentivar el diálogo sobre procesos en la clase de matemática que contribuyan a tener relaciones sociales armónicas.	Diseñar procesos de evaluación del conocimiento a partir de la articulación y argumentación.	Diseñar procesos de autorreflexión y reflexión del conocimiento.

Tabla 11: Pertinencia de ciudadanía crítica en actividades propuestas.: Eje pensamiento crítico

	Actividad crítica reflexiva (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo )	Práctica-dialógica (metodología )	Reflexión crítica sobre el sujeto (comportamiento emancipador)
Valorar las matemáticas en la criticidad.	Valorar las matemáticas, su interpretación, modelización, la síntesis y la construcción tecnológica que permite	Incentivar el diálogo como instancia de resolución de conflictos y el empoderamiento de los estudiantes a partir del relato hablado y escrito de sus experiencias individuales y colectivas.	Manifiestar una actitud cuestionadora.
Uso de la matemática para el análisis crítico del entorno.	Construir y desarrollar matemáticas desde la experimentación, conectadas al contexto social.	Valorar la experimentación y análisis de los resultados de esa experimentación.	Asumir una actitud investigativa en el desarrollo de las actividades.
Evolución crítica del desarrollo de la matemática.	Promover discusiones que contrasten las bondades de la matemática.	Promover conflictos argumentativos que permitan exponer la reflexividad de la construcción matemática.	Asumir la capacidad de equivocarse y de interpretar esos errores de manera crítica.
La matemática como herramienta de información crítica.	Valoración de la matemática para elaborar, interpretar, concluir y tomar decisiones.	Valoración de la discrepancia fundada respecto de información entregada por instituciones o medios de comunicación.	Analizar críticamente la información procedente de medios de comunicación o redes sociales.

#### 4.4.2 CRITERIOS DESDE LA PRÁCTICA DIALÓGICA PARA LA INTERRELACIÓN EN EL AULA

Tabla 12: Criterios práctica dialógica (Skovsmose, 2012)

	Características
Preguntas retadoras	Preguntas que permiten la indagación de los estudiantes, favoreciendo la construcción de conocimientos a partir de las experiencias y relatos, individuales y colectivos, por sobre la enseñanza no dialógica.
Dialogo igualitario	Las actividades promueven un clima de respeto, solidaridad y colaboración, propiciando relaciones horizontales entre los discursos, los estudiantes y entre estos y los docentes, abandonando la posición vertical en la que el profesor es el depositario de la verdad.
Estructura dialógica	La estructura propuesta tiene un diseño de articulación, conflicto y co-construcción. Se espera, en este sentido, que la propuesta intencione estos tres elementos incorporándolos al diseño.

## 4.5 DISEÑO DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE

### Situación 1

Recuerden que deben formar un grupo, puede ser con el compañero(a) que Uds. quieran, pero recuerden que los grupos deben tener a dos mujeres como mínimo.

Integrantes del grupo:

---

---

---

---

Formas de medir que recolectamos

(Pueden escribirlas o dibujarlas, y si es necesario, pueden seguir en la hoja de atrás )

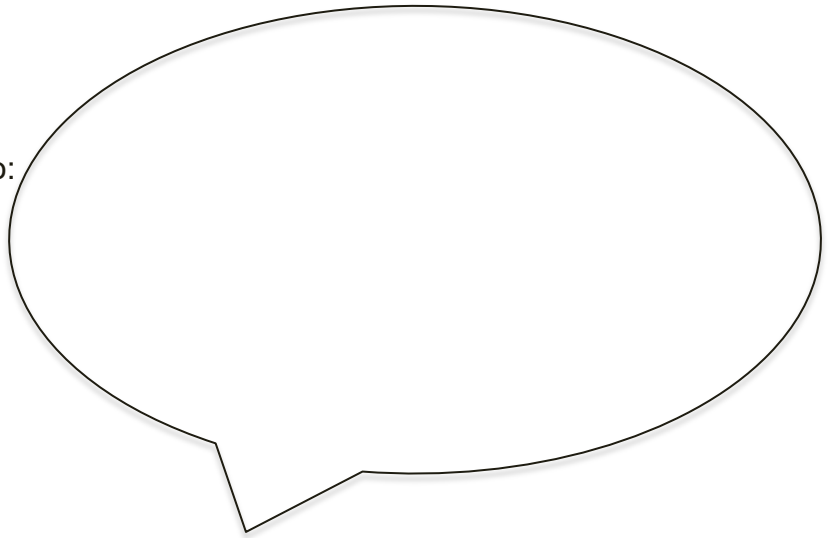


### Zona de "CITAS"

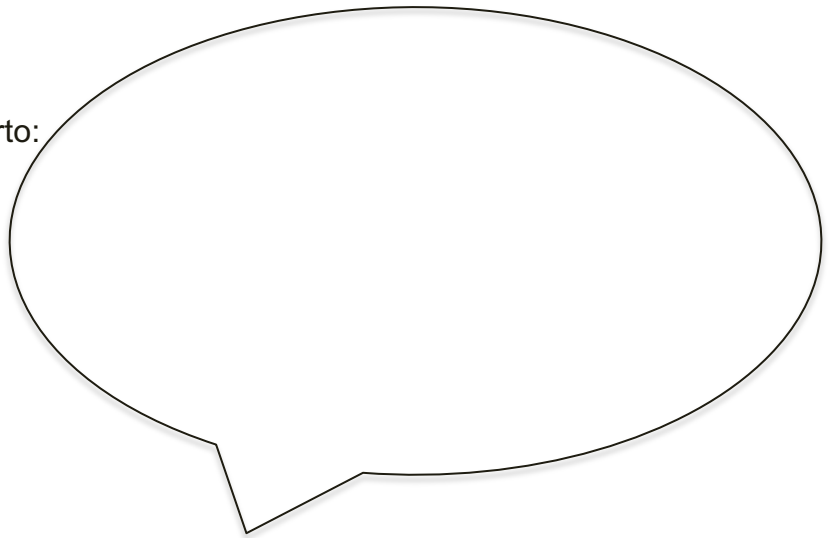
En este espacio deben poner las opiniones que expresaron sus compañeros (as), aquellas que les gustaron y aquellas que no. Cada grupo debe llevar esta zona completada, para cuando llegue el momento de discutir con los otros grupos.

Nombre del (la) compañero (a) \_\_\_\_\_

Argumentos que comparto:



Argumentos que no comparto:



## Situación 2

Recuerden que deben formar un grupo, puede ser con el compañero(a) que ustedes quieran, pero recuerden que los grupos deben tener a dos mujeres como mínimo.

Integrantes del grupo: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Tienen 4 tipos de elementos: palos de helado, fósforos, lápiz grafito y un trozo de cinta. Procuren mantenerlos cerca para que no se pierdan.

Si tienen dudas, pueden conversarlas en el grupo o levantar la mano para hablar con la profesora.

Recuerden que es muy importante escuchar con respeto lo que dicen los compañeros y compañeras.

Con los materiales que tienen a su disposición, realicen las siguientes actividades:

1.- ¿Cuántos palos de fósforo miden las longitudes del largo y del ancho de tu libro de matemática?

Respuestas: \_\_\_\_\_ palos de fósforo de largo, \_\_\_\_\_ palos de fósforo de ancho.

2.- ¿Con cuál de los elementos entregados medirían la longitud más larga de la pizarra? ¿Por qué eligieron ese patrón?

Respuestas:

---

---

3.- ¿Cuántos palos de helado mide la longitud del lápiz grafito?

Respuesta: \_\_\_\_\_ palos de helado.

4.- ¿Cuántos lápices grafito mide la longitud de un palo de fósforo?

Respuesta: \_\_\_\_\_ lápices grafito.

5.- ¿Con qué elemento medirían el “contorno” de la plantilla circular? ¿Por qué elegirían ese patrón?

Respuesta

---

---

6.- Utilizando la información del punto anterior, completen la siguiente tabla.

La medición	La magnitud que se midió	La unidad de medida utilizada	El valor obtenido en la medición
Largo del libro de matemática			
Ancho del libro de matemática			
Longitud más larga de la pizarra			
Longitud más larga del lápiz grafito			
Contorno de la plantilla circular			

Con su grupo discutan sobre los resultados obtenidos en las actividades anteriores y escriban posibles respuestas a lo siguiente (pueden dibujar si es necesario):

7.- ¿Qué es una longitud? ¿Tiene alguna forma especial?

8.- ¿Cómo podemos medir exactamente la longitud de los objetos?

9.- ¿Las respuestas de los otros grupos serán iguales a las nuestras? ¿Por qué?

10.- ¿Qué pasa con la exactitud en la medición de longitudes? ¿De qué manera podemos, como grupo, realizar una medición más exacta?

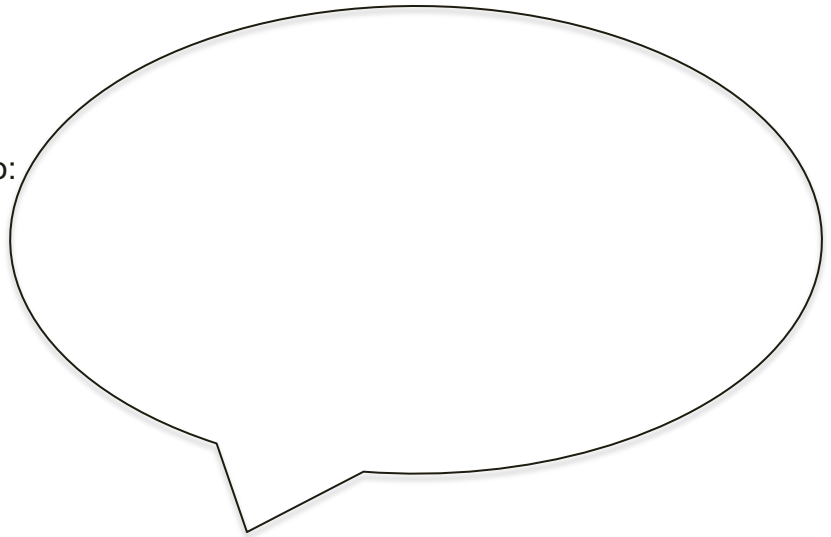
11.- A partir de lo observado durante el desarrollo de las actividades, presenten sus resultados al resto del curso, en formato panel, utilizando para ello el material de exposición que se les entregó.

## Zona de "CITAS"

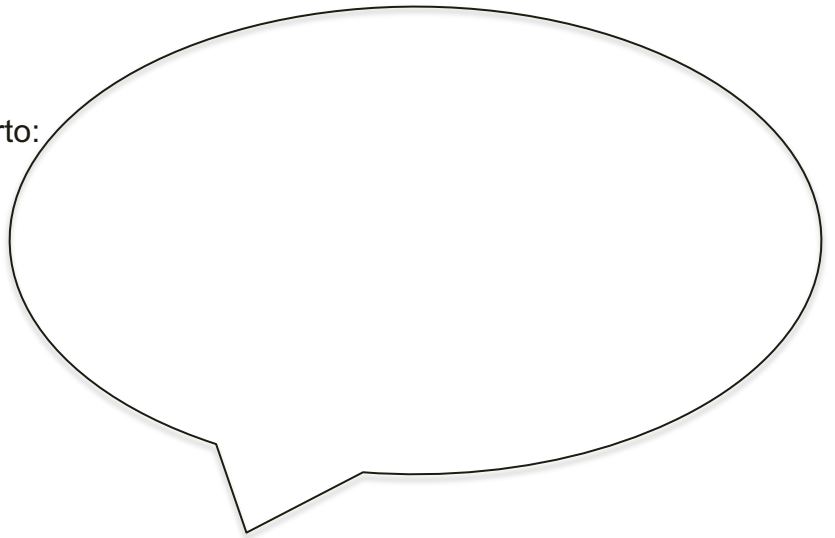
En este espacio deben poner las opiniones que expresaron sus compañeros (as), aquellas que les gustaron y aquellas que no. Cada grupo debe llevar esta zona completada, para cuando llegue el momento de discutir con los otros grupos.

Nombre del (la) compañero (a) \_\_\_\_\_

Argumentos que comparto:

A large, empty speech bubble shape with a tail pointing downwards and to the left, intended for writing shared arguments.

Argumentos que no comparto:

A large, empty speech bubble shape with a tail pointing downwards and to the left, intended for writing non-shared arguments.

### Situación 3

Recuerden que deben formar un grupo, puede ser con el(la) compañero(a) que ustedes quieran, pero recuerden que los grupos deben tener a dos mujeres como mínimo.

Integrantes del grupo: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Tienen 3 elementos: palos de fósforo, varilla y cinta, mantengan siempre el material ordenado y listo para usar.

Recuerden que es muy importante escuchar con respeto, lo que dicen los compañeros y compañeras.

Con los materiales que tienen a su disposición, realicen las siguientes actividades:

12.- Si es necesario medir el ancho de la cancha del colegio, ¿qué patrón de medida es el más adecuado para realizar dicha acción? ¿Por qué?

13.- ¿Cuál sería el resultado de esa medición? Escriban o dibujen las respuestas.

14.- ¿Cuántos palos de helado mide el largo de la cancha del colegio? Pueden utilizar la estrategia que consideren más adecuada para realizar la medición.

15.- ¿Qué estrategia podrían utilizar para que la medición sea más fácil de realizar?

16.- Mide las siguientes longitudes con tus palos de fósforo y expresa los resultados abajo (pueden pegar los palos de fósforo, marcarlos o utilizar la estrategia que consideren necesaria).

---

**Palito derecho**

la longitud **de palito derecho** mide \_\_\_\_\_palos de fósforo

---

**Palito chico**

la longitud **palito chico** mide \_\_\_\_\_palos de fósforo

**Palito chueco**





La longitud **palito chueco** mide \_\_\_\_\_ palos de fósforo

Con su grupo conversen y busquen cómo responder a lo siguiente, pueden utilizar palabras, dibujos o lo que consideren necesario para explicar lo que piensan.

17.- ¿Los resultados son iguales o parecidos en las mediciones “**palito chico**” y “**palito grande**”? ¿Por qué?

18.- ¿Podrían reconocer en cuál o cuáles de las longitudes se utilizaron más de una unidad del patrón de medida para expresar el resultado?

19.- En alguna de las longitudes **palito chico, palito grande o palito chueco**, ¿se utilizó una sola unidad del patrón de medida para expresar la longitud?

20.- ¿Algunas de las mediciones fue más difícil de realizar? ¿Cuál? ¿Por qué? ¿Cuál fue la más fácil y por qué?

21.- Esta vez tenemos el resultado de una medición en palitos de fósforo. Marquen el o los palitos que se utilizaron para llegar a ese resultado.

Resultado de la medición de Marquen el o los palitos necesarios para expresar la medición

$$\frac{2}{3}$$



$$1\frac{4}{8}$$



$$\frac{4}{2}$$



$$\frac{5}{3}$$



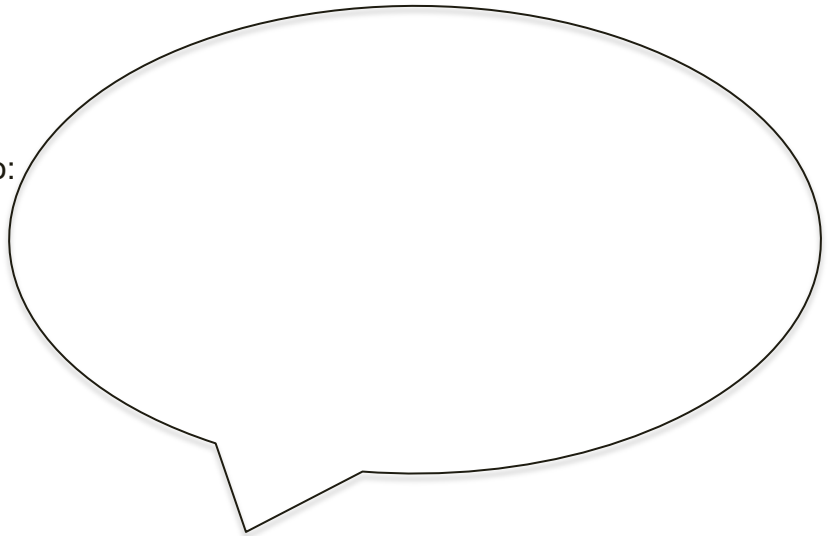
A partir de lo observado durante el desarrollo de las actividades, presenten sus resultados al resto del curso, utilizando para ello el material de exposición que se les entregó.

## Zona de "CITAS"

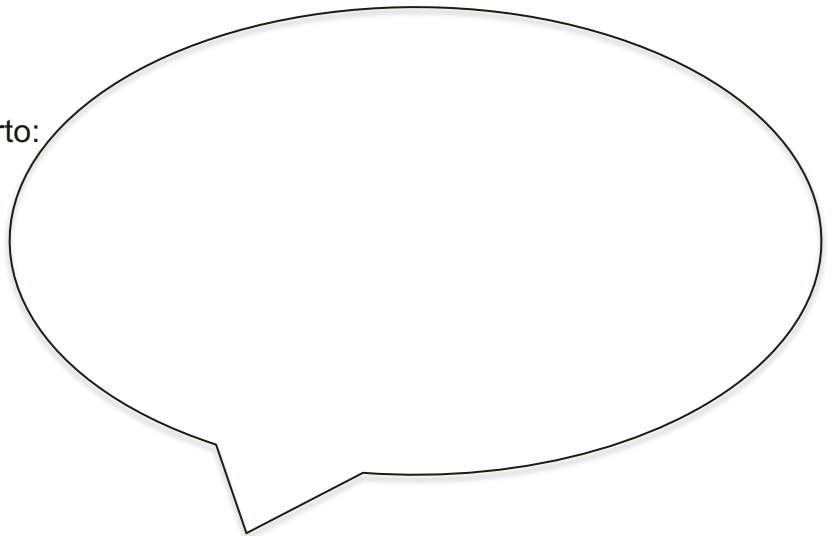
En este espacio deben poner las opiniones que expresaron sus compañeros (as), aquellas que les gustaron y aquellas que no. Cada grupo debe llevar esta zona completada, para cuando llegue el momento de discutir con los otros grupos.

Nombre del (la) compañero (a) \_\_\_\_\_

Argumentos que comparto:

A large, empty speech bubble shape with a tail pointing downwards and to the left, intended for writing shared arguments.

Argumentos que no comparto:

A large, empty speech bubble shape with a tail pointing downwards and to the left, intended for writing arguments that are not shared.

#### Situación 4

Recuerden que deben formar un grupo, puede ser con el compañero(a) que ustedes quieran, pero recuerden que los grupos deben tener a dos mujeres como mínimo.

Integrantes del grupo: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Durante el primer semestre de este año se realizó una encuesta en la comuna de San Miguel a 3.500 personas y se les formularon 3 preguntas:

1.- ¿Ud. siente que le faltan recursos económicos para ser feliz?

1.300 personas de las 3.500 encuestadas se declararon felices.

2.- ¿Ud. piensa que en Chile los recursos del país se distribuyen injustamente?

2.600 personas de las 3.500 encuestadas creen que los recursos en Chile se distribuyen injustamente.

3.- ¿Ud. piensa que el estado Chileno debería invertir más recursos en educación?

2.800 personas de las 3.500 encuestadas consideran que el gobierno debería invertir más recursos económicos en educación.

II.- Respondan en grupo:

22.- De acuerdo a la segunda pregunta, ¿qué parte de los encuestados piensa que se distribuyen mal los recursos?

23.- De acuerdo a la tercera pregunta, ¿cuántas de las personas encuestadas consideran que se deberían invertir más recursos en educación?

24.- ¿Crees que los recursos económicos son importantes para ser feliz? ¿Por qué?

Realicen la siguiente encuesta en su grupo y luego completen la tabla.

25.- ¿Crees que cuando seas grande y puedas entrar a la universidad, tu familia podrá pagarla?

Sí \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron sí)

No \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron no)

Total de personas del grupo \_\_\_\_\_

26.- De acuerdo a estos resultados, ¿podríamos decir que todas las personas pueden entrar a la universidad? ¿Por qué?

27- ¿Creen que en Chile es posible ser feliz sin mucho dinero?

Sí \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron sí)

No \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron no)

Total de personas del grupo \_\_\_\_\_

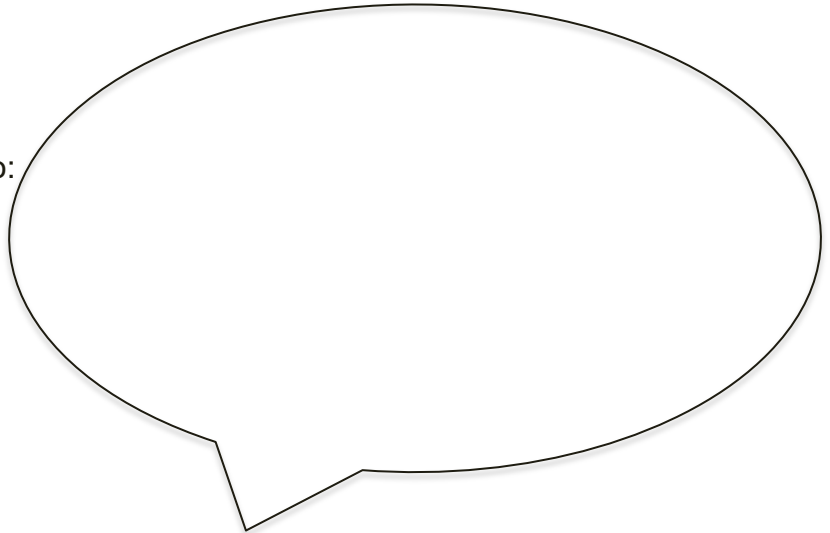
28.- ¿Cuánto dinero creen que se necesita para ser feliz?

### Zona de "CITAS"

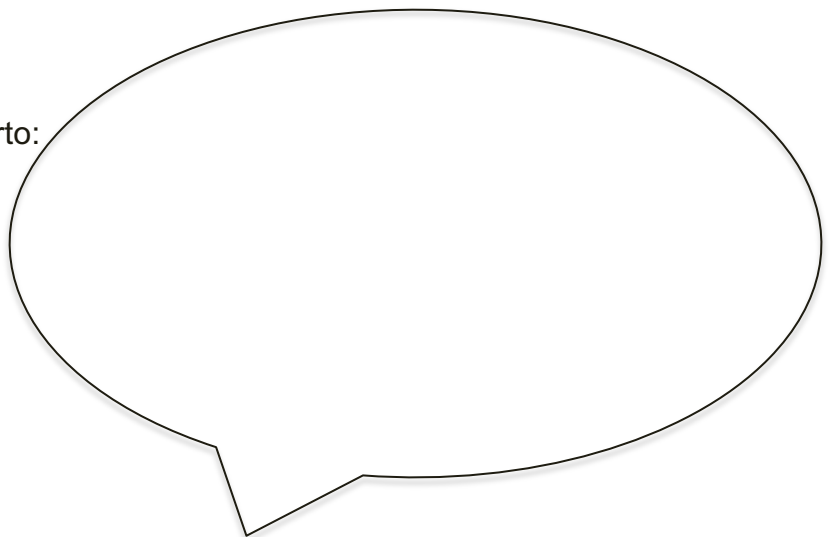
En este espacio deben poner las opiniones que expresaron sus compañeros (as), aquellas que les gustaron y aquellas que no. Cada grupo debe llevar esta zona completada, para cuando llegue el momento de discutir con los otros grupos.

Nombre del (la) compañero (a) \_\_\_\_\_

Argumentos que comparto:



Argumentos que no comparto:



## Situación 5

Recuerden que deben formar un grupo, puede ser con el compañero(a) que ustedes quieran, pero recuerden que los grupos deben tener a dos mujeres como mínimo.

Integrantes del grupo: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Respondan en grupo las siguientes preguntas:

29.- ¿Qué entienden Uds. por distribución de ingresos?

Respuesta :

Observa los siguientes datos:

País	Porcentajes de inversión en educación
Bolivia	7% del total de los recursos del año
México	5% del total de los recursos del año
Chile	4% del total de los recursos del año
Argentina	6% del total de los recursos del año

Respecto a estos porcentajes :

30.- ¿cuál de los países de América Latina invierte más en educación? ¿por qué?

Respuesta



31.- ¿ cuál de los países americanos invierte menos en educación? ¿por qué?  
Respuesta

32.- ¿ Creen que es importante invertir en educación? ¿Por qué?

Ahora analicen estos datos ficticios de nuestro país.

Tabla A

Tipo de gasto	Porcentaje
Salud	5%
Educación	4%
Vivienda	25%
Servicios ejecutivos	6%
Defensa	20%
Orden público y seguridad	9%
Cultura	1%
Comunidad	5%
Deporte	1%
Total	100%

Estos porcentajes son una manera de repartir o distribuir el dinero de nuestro país. Al igual que nuestros padres en casa reparten el sueldo para todos los gastos, el gobierno gasta el dinero del país en los gastos de sus ciudadanos. En el caso de nuestros padres, el total de los sueldos es el 100%, que representa a todo el dinero que tienen para gastar.

En el gobierno también tienen un 100%, pero ese 100% es mucho mayor que los ingresos de nuestras familias.

33.- ¿En qué crees que se diferencian ambos 100%, el de nuestro hogar y el de nuestro país?

Si Uds. tuvieran el poder de cambiar esta distribución de los recursos de Chile, ¿cómo repartirían ese 100%? Completen la tabla B con la forma en que ustedes repartirían el 100% del dinero de Chile. Expliquen en sus papelógrafos esta nueva distribución y los motivos por los cuales lo decidieron así.

Tabla B

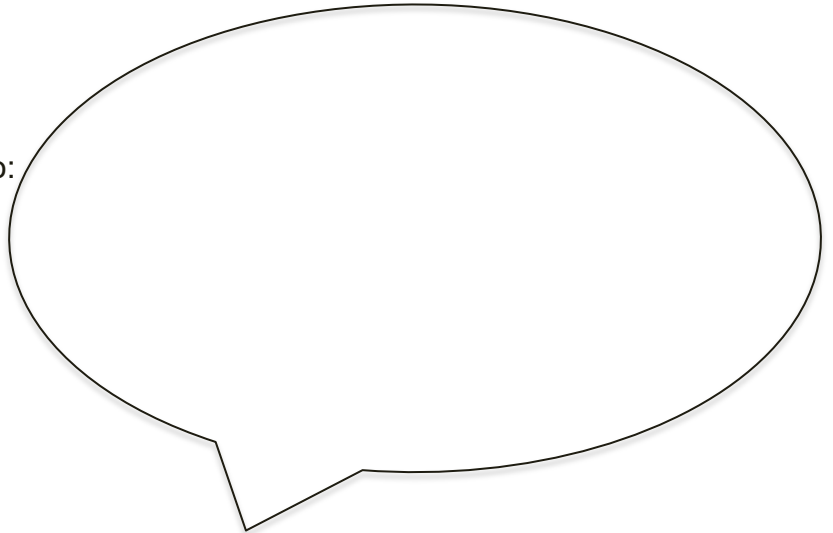
Tipo de gasto	Porcentaje
Salud	____%
Educación	____%
Vivienda	____%
Servicios ejecutivos	____%
Defensa	____%
Orden público y seguridad	____%
Cultura	____%
Comunidad	____%
Deporte	____%
Total	100%

## Zona de "CITAS"

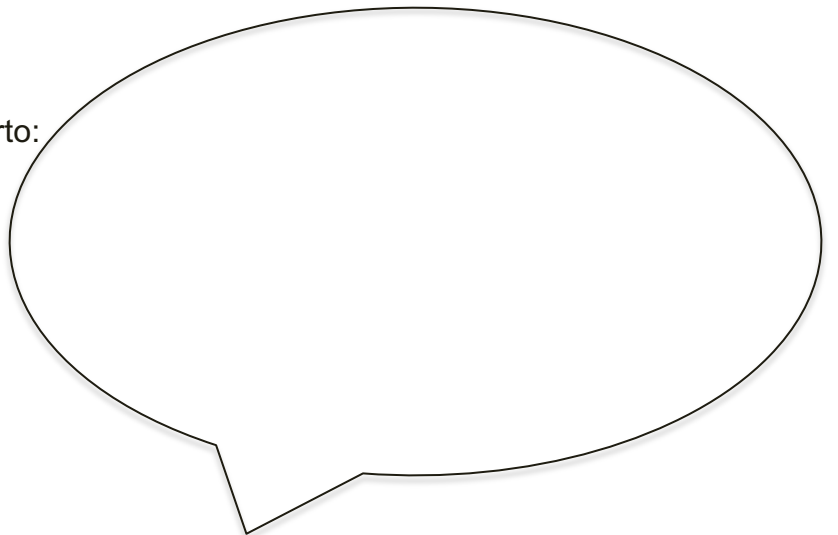
En este espacio deben poner las opiniones que expresaron sus compañeros (as), aquellas que les gustaron y aquellas que no. Cada grupo debe llevar esta zona completada, para cuando llegue el momento de discutir con los otros grupos.

Nombre del (la) compañero (a) \_\_\_\_\_

Argumentos que comparto:



Argumentos que no comparto:



CAPÍTULO 5  
RECOPIACIÓN DE DATOS

## 5.1 EXPERIMENTACIÓN DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE

### 5.1.1 GRUPOS DE REFERENCIA

Los participantes de este estudio pertenecen a una clase de quinto básico, la que se compone de 28 estudiantes (12 mujeres y 16 hombres), con un promedio de edad que fluctúa entre los 10 y los 12 años. Los niños asisten al colegio de la comuna de San Miguel, el que está catalogado como un colegio de ingresos medio-bajo, esto debido al promedio de ingresos de sus apoderados, que fluctúa entre los \$200.000 y los \$600.000 por núcleo familiar.

### 5.1.2 IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA

Durante el desarrollo de las secciones, el equipo investigador proveyó de a la docente de un cuadernillo de información y material para el trabajo en clases.

El cuadernillo explica, en breves términos, en qué consiste la investigación y sus objetivos, además de plantear sugerencias para el docente respecto de la gestión de la clase, formulación de preguntas y una posible estructura de la actividad “presentación de paneles”.

### 5.1.3 ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO EN EL AULA

#### Temporalización de las sesiones

Las intervenciones en el aula se desarrollaron durante un mes, desde el 14 de agosto al 5 de septiembre del año 2017, con un total de 8 sesiones de 90 minutos de duración cada una.

La temporalización de las sesiones fue intencionada, buscando favorecer

el trabajo grupal con sesiones seguidas. En un principio, el diseño consideró realizar sólo 4 sesiones, 1 por cada actividad propuesta, sin embargo, el ritmo estudiantil predominó en la temporalidad, realizando finalmente 8 sesiones.

Respecto de la organización de las actividades, se generó una dinámica de trabajo que tenía la siguiente estructura:

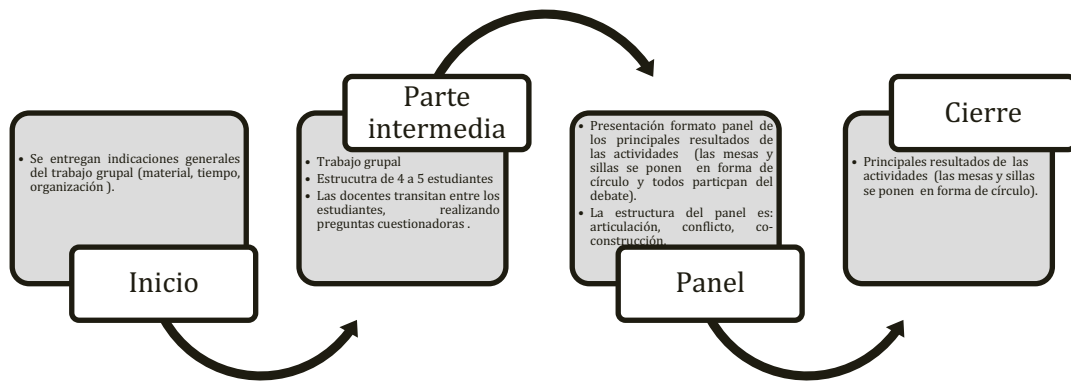


Figura 13: Organización de actividades en el aula matemática. Fuente de elaboración propia.

Para el desarrollo de las actividades tipo panel se sugiere seguir la siguiente estructura (la que fue adoptada por la docente):

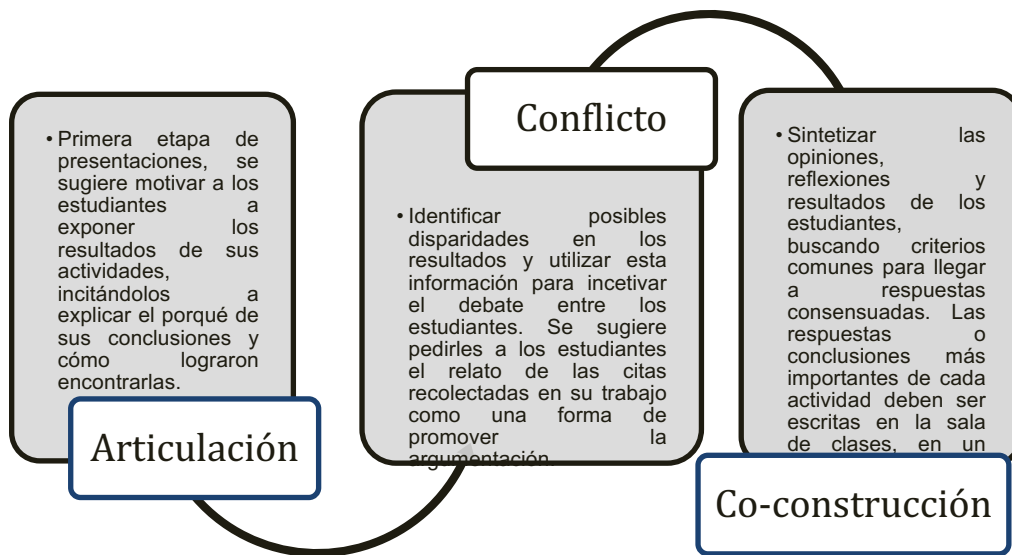


Figura 14: Estructura para el desarrollo de las actividades de panel.

Tabla 13: Organización y características generales de las sesiones de trabajo en el aula.

Sesión	Fecha	Duración	Objetivos principales	Facetas de la fracción utilizadas
1	14 /08	1,5 horas	Identificar formas de medir no estandarizadas.  Escuchar y valorar la historia de la matemática.	Medida
2	21/08	1,5 horas	Reconocer magnitudes, en especial las longitudes, y utilizar patrones de medida no estandarizados. Emplear el diálogo como herramienta de conocimiento.	Medida
3	22/08	1,5 horas	Medir grandes longitudes con patrones pequeños y pequeñas longitudes con patrones grandes, reconociendo la plasticidad de las unidades de medida y representándolas de manera pictórica.  Participar activamente en discusiones utilizando argumentos para construir conocimiento a partir de la experimentación y el diálogo con otros.	Medida
4	24/08	1,5 horas	Medir grandes longitudes con patrones pequeños y pequeñas longitudes con patrones grandes reconociendo la plasticidad de las unidades de medida y representándolas de manera pictórica.  Participar activamente en discusiones utilizando argumentos para construir conocimiento a partir de la	Medida

			experimentación y el diálogo con otros.	
5	28/08	1,5 horas	Reconocer información matemática, evaluando críticamente los resultados.  Participar activamente en la discusión respecto de los resultados que presentará el grupo.	Razón
6	29/08	1,5 horas	Reconocer información matemática, evaluando críticamente los resultados.  Participar activamente en la discusión respecto de los resultados que presentará el grupo.	Razón
7	31/08	1,5 horas	Evaluar críticamente información matemática, argumentando las decisiones tomadas.	Porcentaje
8	4/09	1,5 horas	Evaluar críticamente información matemática, argumentando las decisiones tomadas.	Porcentaje

#### 5.1.4 DESCRIPCIÓN DE LAS SECCIONES

Para la obtención de datos se recurrió a tres métodos, a saber: la observación participante, las situaciones de aprendizaje, que en términos metodológicos podríamos definir como cuestionarios, y dos entrevistas, una anterior a la aplicación de las situaciones y otra posterior.

Es importante señalar que, durante el proceso de trabajo, la docente a cargo de la asignatura estuvo siempre presente, respondiendo al reglamento interno del establecimiento que señala que el profesor no se puede ausentar durante el desarrollo de su clase, por lo demás, participó activamente en las actividades, resguardando el orden, dando indicaciones del trabajo, guiando su desarrollo y promoviendo la participación estudiantil. La investigadora, en tanto, fungió de colaboradora, interviniendo. Previo a cada sesión, se sostuvieron reuniones con la docente, en las que se le indicó el objetivo de la investigación y sus principales características, además de promover el diálogo respecto a las decisiones que sustentaron el diseño. También es importante mencionar que la



docente fue enfática en solicitar que al menos una de las clases tuviere el desarrollo del contenido “fracciones propias e impropias y su representación pictórica”, dado que ese objetivo de aprendizaje es uno de los principales evaluados durante el SIMCE.

### 5.1.5 DESCRIPCIÓN DE LAS SITUACIONES DE APRENDIZAJE

#### Situación 1

En general, contiene aspectos que se relacionan con descubrir las nociones que los estudiantes tienen respecto de las mediciones, interroga las prácticas de medición a las que recurren sus familiares o ellos mismos, en sus hogares. Se busca visibilizar estas prácticas para recurrir a ellas en los procesos de co-construcción de conocimientos.

#### Situación 2

Las actividades aquí desarrolladas hacen referencia a la medición de diversas longitudes y a los patrones de medidas más adecuados para realizarlas. Se distinguen actividades propias de medición y otras de elaboración de argumentaciones, con el objeto de incorporar habilidades dialógicas y de colexión. Por este motivo, la metodología fundamental de esta actividad y de las siguientes, es el trabajo comunitario y la exposición de argumentos.

Co-construcción: se promoverá el diálogo respecto de las convenciones relacionadas con: magnitudes, longitudes y fraccionamientos, tales como medios, cuartos y tercios.

#### Situación 3

Las actividades aquí propuestas promueven la utilización de equivalencias para la resolución de mediciones. Así mismo, impulsan la discusión respecto de las

diferentes maneras en que los fraccionamientos pueden ser representados en lenguaje matemático.

Co-construcción: la convención respecto de fraccionamientos propios, mixtos e impropios es el eje central de esta discusión de panel, incentivando la convención como un sistema de entendimiento y argumentación, más que como una verdad inamovible.

#### Situación 4

Las actividades aquí desarrolladas buscan mostrar situaciones de comparación utilizando razones. Se espera ahondar en temáticas económicas, como un modo de visibilizar asimetrías en dicha materia.

Co-construcción : la centralidad en la discusión de este panel debe estar puesta en la forma en que se entiende una razón y qué características tiene este tipo de comparaciones.

#### Situación 5

Las actividades aquí desarrolladas tienen por objeto poner en discusión la distribución porcentual, de manera de acercar a los estudiantes al concepto de porcentaje desde la comparación con un entero equivalente a 100.

Co-construcción: la actividad de panel debe proponer como centralidad en la discusión, la comparación con el entero 100. Se busca, además, que los estudiantes valoricen áreas de organización social, comentando y argumentando cuáles de ellas deberían ser más importantes en una sociedad.

### 5.1.6 ASPECTOS A CONSIDERAR EN LA GESTIÓN DE LA CLASE

- a) Sugerencias para el docente en el desarrollo de la clase.

- Realizar introducciones que recuerden lo trabajado en las jornadas anteriores. Si es la primera jornada, motivar a los estudiantes a participar de manera respetuosa y ordenada.
- Explicar claramente la organización de la clase, los tiempos aproximados de trabajo y el uso de los materiales entregados.
- Preguntar de manera constante sobre la claridad de las actividades a realizar y promover, si la respuesta es negativa, el diálogo entre su comunidad y el desarrollo de estrategias para realizarlas completamente.
- Respetar los tiempos estudiantiles, de manera que todos sientan que aportan con el trabajo.
- Realizar devoluciones pertinentes frente a las diferencias conceptuales de los estudiantes.
- Observar el trabajo desarrollado en el cuaderno comunitario e incentivar constantemente a que todos participen de las actividades.
- Mediar en los conflictos de grupo, sin realizar juicios de valor, buscando que sean los propios estudiantes quienes propongan las estrategias de resolución.
- Verificar que todos los grupos de trabajo tengan el material adecuado y suficiente.
- Permitir que las estructuras de presentación, argumentación y organización, emanen de los propios estudiantes, sin coartar la creatividad de los mismos.

b) Sugerencias para el docente respecto al contenido.

- Previo a la clase, leer el cuaderno comunitario con las actividades.
  - Asegurarse de la comprensión del sentido de las actividades.
  - Intercambiar opiniones con quienes participan de la investigación o con otros compañeros de trabajo.
  - Poner especial atención en el lenguaje matemático utilizado en el desarrollo de la clase y en el proceso de co-construcción.
  - Si existe alguna variación en el contenido de las actividades, considerar actividades pertinentes a los objetivos de cada una.
  - Realizar los cierres de clase propuestos. De no existir acuerdo al respecto, dialogar con las investigadoras, de manera que se logre consensuar una propuesta de cierre.
- c) Sugerencias para la organización temporal de la clase o tiempo didáctico (les recordamos que todo depende de las actividades de los estudiantes).

Tabla 14: Propuesta de distribución horaria.

Duración desde el inicio de la clase	Situación	Actividad
7 minutos	1	Entregar el material a utilizar durante las situaciones 1 y 2. Acordar con los estudiantes la organización y el desarrollo de las actividades, preguntar sobre dudas o consultas frente a lo acordado.

8 minutos	1	<u>Trabajo comunitario</u> : en el que dialogan acerca de las maneras en que se mide en sus familias. Pedirles que realicen el resumen en el cuaderno comunitario.
25 minutos	2	<u>Trabajo comunitario</u> : completan el cuaderno con las actividades propuestas.
10 minutos	2	<u>Preparación</u> de presentación argumentativa.
20 minutos	2	Presentación de las comunidades dialogantes con el material que estimen necesario.
15 minutos	2	<u>Institucionalización</u> : magnitudes, medidas y fraccionamientos.
5 minutos	2	<u>Organización del espacio común</u> , orden, limpieza y actividades administrativas.
10 minutos	3	<u>Dialogar</u> sobre las actividades realizadas en la sesión anterior, retomando los principales acuerdos y recordando las conclusiones más importantes.  Organización del aula y reparto de materiales.
30 minutos	3	<u>Trabajo comunitario</u> : Desarrollo de las situaciones propuestas.
10 minutos	3	<u>Preparación</u> de presentación argumentativa

20 minutos	3	Presentación de los paneles de trabajo con el material que estimen necesario.
15 minutos	3	<u>Co-construcción</u> : equivalencia de fracciones, fracciones propias, impropias y números mixtos.
5 minutos	3	<u>Organización del espacio común</u> , orden, limpieza y actividades administrativas.

d) Sugerencias para el desarrollo de las presentaciones de panel

Las presentaciones de panel se desarrollarán de manera posterior al trabajo con las situaciones de aprendizaje. En ellas, los estudiantes expondrán sus principales resultados, además de aquello que quieran comunicar. Para estas presentaciones de panel se les solicitará a los estudiantes diseñar, de la manera que estimen conveniente, un resumen de sus actividades durante las situaciones de aprendizaje. El objetivo de esta actividad es reflexionar de manera grupal respecto de los resultados, dudas, y principalmente, estrategias de resolución de las actividades. Las mismas son animadas por la docente y se enfocan en preguntas retadoras y en todos aquellos cuestionamientos o temáticas que los estudiantes propongan de manera natural.

Situación de aprendizaje	Preguntas retadoras, algunas propuestas
2	¿Qué les parece a Uds. que es una longitud? ¿Hubo diferencia respecto de los resultados en el grupo?

	<p>¿Cómo llegaron a un acuerdo?</p> <p>¿Qué patrón de medida creen que es el más indicado para realizar las mediciones?</p> <p>¿Cómo creen que es más conveniente expresar el resultado de la medición?</p> <p>¿Cómo midieron la longitud del objeto circular?</p>
3	<p>¿Cuáles fueron las principales dificultades que tuvieron para realizar la tarea?</p> <p>¿Qué patrón de medida creen que es el más indicado para realizar las mediciones?</p> <p>¿Qué vocabulario es el más adecuado para informar los resultados de las mediciones?</p>

## 5.2 ENTREVISTAS A ESTUDIANTES

Se realizaron entrevistas semi-estructuradas a estudiantes con el objeto de identificar sus percepciones respecto de la implementación de la propuesta de situaciones de aprendizaje en el aula. Para ello se recurrió a una pauta de entrevista elaborada a partir de la operacionalización de las variables de este estudio. La primera entrevista fue aplicada y analizada días antes de comenzar la experiencia de aprendizaje, en tanto que la selección de la muestra respondió a criterios de saturación teórica. Posteriormente, y una vez finalizadas las actividades en el aula propuestas por esta investigación, se llevó a cabo la segunda entrevista, cuya muestra fue seleccionada de acuerdo a los criterios utilizados en la primera entrevista, es decir, saturación teórica.

CAPITULO 6  
ANÁLISIS Y RESULTADOS



## 6.1 TÉCNICAS DE ANÁLISIS

Como se ha venido señalando, el objeto de estudio de esta investigación refiere a la elaboración de un diseño de aprendizaje para la formación en ciudadanía crítica a partir de la enseñanza de la matemática escolar. En este contexto, se optó por la utilización de una metodología de tipo cualitativa, la cual permite responder aquellos cuestionamientos relacionados con la realidad social, estudiando en profundidad los puntos de vista y las prácticas sociales (Becker, 1996).

El estudio aquí presentado se ubica dentro de los experimentos de diseño, dirigido por una conjetura (Confrey y Lachance, 2000). Molina comenta que la conjetura es una forma de reconceptualizar las maneras en que el contenido será abordado en el aula, lo que incluye organización, propósitos, conceptos, entre otros (Molina , 2006).

Dada la diversidad de estos elementos, es adecuado realizar 5 tipos de análisis, de manera que la propuesta didáctica sea posible de replicar, entendiendo este último término desde la postura de Molina (2006), quien argumenta que la replicación hace referencia a la sustitución de un modelo elaborado por otro más avanzado.

Un primer análisis se relaciona con la pertinencia de la propuesta en relación a la ciudadanía crítica a la que tributa, en tanto que el segundo y el tercero de los análisis se relacionan, respectivamente, con la pertenencia a uno de los paradigmas propuestos (paradigma del ejercicio o al paradigma de los escenarios de aprendizaje) y a la validación de la estructura dialógica.

Los tres primeros recurren a las mismas técnicas de análisis, a saber: una categorización y un análisis de contenido de doble codificación.

Un cuarto análisis, denominado análisis preliminar y final, hace referencia al análisis de las propuestas después de cada intervención, conduciendo a la toma de decisiones que irán guiando los futuros diseños. Por último, un análisis de las percepciones respecto de la incorporación de elementos de formación ciudadana en el aula escolar, el que recurrirá al análisis de contenido discursivo en las entrevistas aplicadas a los estudiantes, antes y después de su participación en la implementación ciudadana.

#### 6.1.1 PERTENENCIA, PERTINENCIA Y CONSISTENCIA

El interés por desarrollar instrumentos para el análisis de la pertenencia, pertinencia y consistencia, todos de carácter cualitativo, se relaciona con el objetivo de caracterizar diseños didácticos para la matemática escolar, de manera que éstos aporten al conocimiento profesional de los docentes y se constituyan como una guía para futuras implementaciones en el área de la formación ciudadana.

Pertinencia: A partir de la caracterización de indicadores de ciudadanía crítica, sobre la base de cuatro dimensiones: (1) identidad política; (2) descolonización; (3) acción participativa y (4) pensamiento crítico; y la caracterización de indicadores referidos al aula matemática: (1) actividad crítica reflexiva; (2) práctica dialógica y (3) reflexión crítica sobre el sujeto o comportamiento emancipador, cada uno de ellos con sus respectivas sub-dimensiones, se realizó un análisis de contenido discursivo, en el sentido de que cada una de las actividades de las situaciones de aprendizaje, configuradas como sentencias discursivas, fueron codificadas de acuerdo a las matrices de categoría elaboradas. En este sentido, Flick (2012) comenta “uno de sus rasgos esenciales

es el uso de categorías, que se derivan a menudo de modelos teóricos” (Flick, 2012. p 206). Este proceso se realizó utilizando doble codificación.

**Pertenencia:** Como se mencionó con antelación, recurrimos aquí a las categorías de análisis que derivan de la elaboración de los ambientes de aprendizaje propuestos por Skovsmose (2012) y su correlato reformulado en este estudio, dando lugar a ocho ambientes que conforman la matriz de ambientes de aprendizaje en las actividades propuestas, identificándose la categoría a la que pertenecen. El análisis de contenido discursivo de cada actividad lo realizaron investigadores con grado de doctor en educación, configurándose como un análisis de discurso de doble codificación. En los casos donde hubo disparidad de opinión, se recurrió a una opinión externa.

**Consistencia:** En este caso se analizaron dos discursos. Por un lado, las preguntas incorporadas en las situaciones propuestas y, por otro, las indicaciones entregadas a la docente respecto de organización del panel, con el objeto de evaluar si los mismos promueven o no un diálogo de tipo argumentativo e igualitario. Para realizar este análisis se utilizaron escalas de apreciación tipo, de Likert, que evaluaron la presencia/ausencia de los criterios dialógicos.

Las pautas entregadas a los jueces para realizar la codificación se pueden encontrar en los anexos.

### 6.1.2 ANÁLISIS PRELIMINAR Y FINAL

**Análisis preliminar:** Análisis y categorización de reflexiones, dificultades, aciertos y discusiones teóricas, a partir del análisis de contenido de los argumentos a priori, los audios y bitácoras realizadas durante la construcción de las propuestas

didácticas. La selección de esta técnica estuvo supeditada a la singularidad y complejidad de las dimensiones tratadas en la investigación (Corbetta, 2007).

Análisis final: De igual manera y con el objeto de validar el diseño propuesto, realizamos un análisis de las respuestas estudiantiles a las situaciones de aprendizaje presentadas y una confrontación con las conjeturas, para identificar la distancia entre lo a priori y lo a posteriori. Se espera contribuir mediante este análisis al rediseño o sustitución (Molina , 2006) de la propuesta didáctica.

### 6.1.3 ANÁLISIS DE ENTREVISTAS

Para identificar las percepciones estudiantiles respecto de ciudadanía, se realizaron dos entrevistas, la primera antes de aplicar la propuesta de situaciones de aprendizaje y una segunda entrevista, después de la experiencia. A partir de la operacionalización de las variables, se construyeron pautas de entrevistas semi-estructuradas, las que fueron analizadas utilizando la técnica de análisis de discurso. La selección de la muestra estuvo supeditada a la saturación teórica, esto quiere decir que se entrevistaron estudiantes hasta que la información estuvo saturada. En total, se entrevistó a 5 estudiantes.

## 6.2 RESULTADOS Y ANÁLISIS

### 6.2.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS: PERTINENCIA CIUDADANA

#### Resultados dimensión identidad política

Tabla 15: Resultados pertenencia ciudadana dimensión identidad política

	Actividad crítica reflexiva (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo )	Práctica-dialógica (Metodología)	Reflexión crítica sobre el sujeto (comportamiento emancipador)
Comunidad y humanidad	Impulsar matemáticas que busquen resolver problemáticas relacionadas con el bienestar de las personas y el cuidado del medio ambiente.	Incentivar el trabajo en aula mediante enfoques colaborativos para la resolución de problemáticas humanas.	Manifiestar una actitud cuestionadora de la producción de consumo y su trato al medio ambiente.
Actividad	33	33	29,30,31,32,33
Solidaridad y convivencia	Promover el reconocimiento de ideas y formas diferentes de resolver y pensar matemáticamente.	Promover la escucha atenta de las argumentaciones estudiantiles y el uso del ítem "citas".	Identificar derechos y deberes en convivencia con otros.
Actividad	2,3,4 ,7,8,9,10 ,20	7,8,9,10 Zona de citas	11, 21b, 29b

#### Análisis dimensión identidad política

La categorización de las actividades arrojó que una de las subdimensiones más recurrente en las situaciones de aprendizaje, fue la promoción de ideas, con 8 actividades, de las 33 diseñadas, que corresponden a esta clasificación. La actitud cuestionadora y la promoción de la escucha atenta, aparecen entre las clasificaciones con un número inferior de actividades. El trabajo colaborativo en la resolución de problemáticas humanas, es la menos tributada.

En términos generales, la dimensión identidad política es considerada con una dimensión presente en el diseño propuesto.

## Resultados dimensión descolonización

Tabla 16: Resultados pertenencia ciudadana dimensión descolonización

	Actividad crítica reflexiva (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo )	Práctica-dialógica (metodología)	Reflexión crítica sobre el sujeto (comportamiento emancipador)
Asimetrías económicas	Promover la utilización de la matemática para identificar, evaluar y transformar condiciones económicas desfavorables, no limitadas al consumo.	Construir colectivamente estrategias de acción para superar asimetrías económicas.	Cuestionar la organización social desde la economía, interviniendo con actitudes investigadoras.
Actividad	22, 23, 24,25 26, 27,29,30,31,32	22, 23, 24	22, 23, 24 , 25, 26, 27 ,29,30,31,32
Asimetrías de sexo y/o género	Promover discusiones sobre el rol de las mujeres en la sociedad y la importancia de sus aportes en la historia de las matemáticas.	Contribuir a establecer equiparidad de género.	Potenciar y valorar la presencia de compañeras en las actividades.
Actividad		Todas las actividades (en todas se pide que el trabajo tenga paridad de género).	11, 21b, 29b
Asimetrías culturales	-Promover la resolución de problemas desde distintas miradas epistémicas, incentivando la experiencia personal y la intuición estudiantil. -Incentivar la comprensión de los diferentes roles de la matemática cambiante y compleja, y su papel en el entendimiento de lo social, físico y natural.	Impulsar ritmos de aprendizaje diversos en aula, privilegiando la práctica de construcción en red de conocimientos matemáticos , por sobre conceptualizaciones lineales.	Cuestionar el poder de las matemáticas y el ejercicio de ese poder.
Actividad	Situación 1 11,21b, 29b	11,21b, 29b, 33b	Situación 1

## Análisis dimensión descolonización

Es una de las dimensiones más tributadas de la propuesta, específicamente, las actitudes reflexivas frente a las asimetrías económicas y el comportamiento emancipador a partir del cuestionamiento a la economía. En tanto las asimetrías de género, aparecen fuertemente tributadas a partir de la

incorporación de la organización con paridad de género, si bien las asimetrías culturales son menores en términos numéricos, representan una tributación bastante amplia, dado que toda la secuencia 1 contribuye a su implementación.

### Resultados dimensión participación y práctica del diálogo

Tabla 17: Resultados pertenencia ciudadana dimensión participativa y práctica del diálogo

	Actividad crítica reflexiva (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo )	Práctica dialógica (metodología )	Reflexión crítica sobre el sujeto (comportamiento emancipador)
Colectividad	Discutir la construcción social de las matemáticas a partir de la valoración de las opiniones y percepciones de otro.	Incentivar el diálogo como instancia de resolución de conflictos y el empoderamiento de los estudiantes a partir del relato hablado y escrito de sus experiencias individuales y colectivas.	Valorar las percepciones de otro al igual que sus suposiciones e intuiciones.
Actividad	11,21b, 29b, 33b	Todas las actividades están pensadas para ser dialogadas, con excepción de la 6.	11, 21b
Deliberación	Desarrollar acciones en la matemática educativa que promuevan diálogos deliberativos e igualitarios.	Promover la resolución pacífica de conflictos.	Valorar el diálogo igualitario y deliberativo.
Actividad	11, 21b, 29b	20, 21b	21, b
Colectividad	Reflexionar sobre la matemática como un saber construido socialmente.	Generar espacios de reflexión colectivos para la resolución de prácticas matemáticas.	Valorar el conocimiento científico en tanto construcción cultural.
Actividad	11, 21b,29b	11,21b, 29b	11,21b, 29b
Transformación	Incentivar el diálogo sobre procesos en la clase de matemática que contribuyan a tener relaciones sociales armónicas.	Diseñar procesos de evaluación del conocimiento a partir de la articulación y argumentación.	Diseñar procesos de autorreflexión y reflexión del conocimiento.
Actividad	11, 21b, 29b	11, 21b, 29b	11,21b, 29b

### Resultados dimensión participación y práctica del diálogo

La tercera dimensión propuesta en esta investigación, de acuerdo al análisis discursivo, fue la más tributada, ya que la totalidad de la propuesta de situaciones de aprendizaje fue diseñada para trabajos grupales, lo que

indiscutiblemente posiciona a esta dimensión como la columna vertebral del diseño. Es importante mencionar que la codificación arrojó que la actividad 6 no responde ni tributa a ninguna de las dimensiones incorporadas en el diseño.

### Resultados dimensión pensamiento crítico

Tabla 18: Resultados pertenencia ciudadana dimensión pensamiento crítico

	Actividad crítica reflexiva (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo )	Práctica-dialógica (metodología )	Reflexión crítica sobre el sujeto (comportamiento emancipador)
Valoración de las matemáticas en la criticidad.	Valorizar las matemáticas, su interpretación, modelización, la síntesis y la construcción tecnológica que permite	Incentivar el diálogo como instancia de resolución de conflictos y el empoderamiento de los estudiantes a partir del relato hablado y escrito de sus experiencias individuales y colectivas	Manifiestar una actitud cuestionadora.
Actividad	1,2,3 ,12,13,14,15,17,18,19,20	4 ,5, 11	1,2,3 ,12,13,14,15,17,18,19,20
Uso para el análisis crítico del entorno	Construir y desarrollar matemáticas desde la experimentación, conectadas al contexto social.	Valorar la experimentación y análisis de los resultados de dicha experimentación.	Asumir una actitud investigativa en el desarrollo de las actividades.
Actividad	1,2,3,12,13,14,15,17,18,19,20	4, 5, 11	1,2,3,12,13,14,15,17,18,19,20
Evolución crítica de su desarrollo	Promover discusiones que contrastes las bondades de la matemática.	Promover conflictos argumentativos de manera de exponer la reflexividad de la construcción matemática.	Asumir la capacidad de equivocarse y de interpretar esos errores de manera crítica.
Actividad		16	11,16,20
La matemática como herramienta de información crítica	Valorización de la matemática para elaborar, interpretar, concluir y tomar decisiones.	Valoración de la discrepancia fundada respecto de información entregada por instituciones o medios de comunicación.	Analizar críticamente la información procedente por medios de comunicación o redes sociales.
Actividad	16,32,33	32,33	32,33



### Análisis dimensión pensamiento crítico

La codificación realizada por expertos arrojó que las subdimensiones más tributadas fueron la de valoración crítica de las matemáticas, en tanto su interpretación y la construcción de matemáticas desde la experimentación asumiendo actitudes investigativas y la capacidad de equivocarse.

## 6.2.2 RESULTADOS Y ANÁLISI: PERTENENCIA A AMBIENTES DE APRENDIZAJE

### Resultados de la codificación de actividades

Tabla 19: Ambientes de aprendizaje privilegiados en cada actividad

		Formas de organización de las actividades de los estudiantes		Total
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación	
Tipos de referencia	Matemáticas puras	Actividades:	Actividades:	0
	Semirrealidad	Actividades: 22, 23, 30, 31	Actividades: 25, 26, 27	21%
	Situaciones de la vida real	Actividades: 21	Actividades: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 13, 14, 16, 18, 19	35%
	Situaciones de la vida real que avancen en la descolonización	Actividades:	Actividades: actividad inicial, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 17, 20, 24, 28, 29, 32, 33, 34	44%
Total		14%	86%	100%

Como se puede observar, una parte importante de las actividades diseñadas para las situaciones de aprendizaje, el 44% para ser exactas, tributó a escenarios de investigación referidas a situaciones de la vida real que avanzan a la descolonización. En tanto que un 35% lo hace solo a situaciones de la vida real. No hay actividades que pertenezcan al paradigma del ejercicio en matemáticas puras, como tampoco a escenarios de investigación en esa referencia.

### 6.2.3 RESULTADOS Y ANÁLISIS: CONSISTENCIA DIALÓGICA

Tabla 20: Resultados consistencia dialógica

Criterios	Muy de acuerdo	De acuerdo	En desacuerdo	Muy en desacuerdo	Observación
Las preguntas presentadas en el ítem 1 corresponden a preguntas retadoras.	5, 6, 7, 8, 9	1, 2, 3, 4			
Las preguntas presentadas en el ítem 2 corresponden a preguntas retadoras.	12, 13, 14, 15, 17	18, 18, 20, 21			
Las preguntas presentadas en el ítem 3 corresponden a preguntas retadoras.	22, 23, 24, 25, 26, 27, 28				
Las preguntas presentadas en el ítem 4 corresponden a preguntas retadoras.	32, 33	30, 31		29	
Las sugerencias presentadas en el ítem 5 promueven un diálogo igualitario.	Sí				Uno de los jueces manifiesta que es necesario incorporar un tipo de guión en las preguntas orientadoras que maneja el profesor, dado que es posible que él o ella no tenga las competencias para desarrollar un diálogo igualitario.
Las sugerencias para el desarrollo de la clase promueven un diálogo igualitario.	Sí				Los jueces sugieren que, además de la zona de citas, se incorpore una zona de resultados generales, para que la etapa de articulación sea más clara para los estudiantes.

Los resultados de los análisis arrojan una alta consistencia dialógica de las actividades, en tanto las preguntas formuladas son “retadoras”, según lo

informado por el marco teórico, exceptuando la pregunta 29 que es catalogada por ambos jueces como una pregunta que no es retadora, proponiendo para ella una redacción diferente.

La estructura propuesta permite ser consistente en términos de una propuesta que busca incorporar el diálogo como eje central de las actividades de aprendizaje, aunque de acuerdo a la codificación realizada por los jueces, se podría realizar algunos ajustes con el objeto de que las situaciones de aprendizaje guíen los primeros pasos de una clase dialogante.

#### 6.2.4 ANÁLISIS Y RESULTADOS PRELIMINARES Y FINALES

En las siguientes tablas se encuentran los análisis preliminares y finales, algunas de las textualidades estudiantiles pueden ser observadas en los anexos de esta investigación.

Tabla 21: Conjeturas.: Situación 1

Actividades en grupo Situación 1	Actividades del profesor	Actividad de los estudiantes	Análisis a priori de las tareas
Actividad Medir objetos sin usar reglas ni huinchas, es decir, sin instrumentos estandarizados.	El profesor le solicita a los estudiantes, con antelación, que investiguen en sus casas sobre cómo se pueden medir objetos sin la utilización de huinchas, reglas u otros instrumentos. Además, les pide que traigan esa información escrita en sus cuadernos. El profesor ha previsto historias sobre cómo se medía en la antigüedad y diversas representaciones gráficas y tiene entre sus materiales de trabajo: palos de helado, palos de fósforo, trozos de	Los estudiantes discuten respecto a sus ejemplos, ellos leen, comparan sus apreciaciones y sus escritos, con el fin de describir las formas de medir que encontraron.	Se espera que los estudiantes traigan formas de medir objetos como: cuartas de la mano, pies, hilo, tazas (para medir el arroz) cucharas, vasos (para medir líquidos). La expectativa es que las medidas se centralicen en mediciones de longitudes y de capacidad, posiblemente asociadas a acciones de cocina. Respecto de las interacciones en la sala de clases, se espera que los estudiantes manifiesten algunas dificultades para el trabajo en grupo, dado que no se acostumbra a trabajar de esta manera en las clases de matemáticas, razón por la cual es probable que exista una baja colexión.

	<p>cinta y palos de escoba.</p> <p>Por otra parte, se ha previsto una metodología de trabajo colaborativo para luego discutir los resultados, en. Una actividad propuesta en el diseño llamada panel.</p>		
--	---	--	--

Tabla 22: Conjeturas. Situación 2

Actividades en grupo	Actividades del profesor	Actividad de los estudiantes	Análisis a priori de las tareas
<p>Medir longitudes con diversos patrones: palitos de fósforo, de helado, cintas u otros.</p>	<p>El docente se prepara con diversos materiales que servirán como patrones de medida de longitud: palotines, palos de helados y cintas de distintos tamaños, además distintos objetos para ser medidos: libros, gomas, sacapuntas, círculos de colores y otros que se encuentren en la sala.</p> <p>Prevé una metodología de trabajo colaborativo en grupos de 3 a 5 estudiantes (respetando la paridad de género). Una vez terminadas las actividades de los estudiantes, el profesor realizará la puesta en común, solicitando a los grupos que elijan a un vocero que exponga los resultados. Para ello les indica que pueden utilizar dibujos, argumentaciones escritas y/o reproducciones de la actividad en papel kraft, que él o ella les proporcionará.</p> <p>El profesor intervendrá, eventualmente, en la exposición realizando</p>	<p>a) Medir el largo de su libro de matemáticas.</p> <p>b) Medir el ancho de la pizarra.</p> <p>c) Medir la longitud de algún elemento circular.</p> <p>d) Medir longitudes de objetos pequeños con patrones más grandes.</p> <p>Exponer los resultados frente a los compañeros de la clase, pudiendo utilizar diversos ejemplos o pasar a la pizarra a explicarlos.</p>	<p>Se espera que con estas actividades los alumnos distingan el largo y el ancho de objetos rectangulares, y que esas longitudes no dependan de la posición del objeto; además, se espera que visualicen el borde del objeto circular (circunferencia) como una longitud.</p> <p>Frente a esta actividad, los estudiantes pueden reaccionar preguntando:</p> <p>¿Cómo sé yo cuál es el largo y cuál el ancho?</p> <p>¿Cuál es el más largo?</p> <p>¿Cómo se comparan el ancho con el largo?</p> <p>¿Cómo se mide la longitud del círculo rojo?</p> <p>¿Dónde busco la longitud? ¿Cómo busco la longitud?</p> <p>Se espera que elijan espontáneamente patrones para medir. Seguramente, obtendrán diferentes resultados, dependiendo de los patrones elegidos. Lo interesante es percibir cómo reaccionan ante las medidas no exactas. Respecto de estas, se espera que recurran de manera natural al</p>

	<p>preguntas como las siguientes:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.- ¿Qué les parece a Uds. que es una longitud?</li> <li>2. ¿Hubo diferencia respecto de los resultados en el grupo? ¿Cómo llegaron a un acuerdo?</li> <li>3. ¿Qué patrón de medida creen que es el más indicado para realizar las mediciones?</li> <li>4. ¿Cómo creen más conveniente expresar el resultado de la medición?</li> <li>5. ¿Cómo midieron la longitud del objeto circular?</li> </ol>	<p>fraccionamiento de patrones y suponemos que surgirán resultados en lenguaje natural, donde aparecerán cuantificadores. Por ejemplo: un poco, más de la mitad, casi la cuarta parte del palito de helado, entre otros.</p> <p>3. Se espera que respondan la pregunta ¿Cómo se mide exactamente un objeto, dado que los patrones pedidos no son exactos? ¿Qué pasa con la exactitud de la medida? El objetivo es que formulen un resultado y una institucionalización parcial.</p> <p>4. En la tarea de medir un objeto de forma circular se prevé que los alumnos utilizarán alguna cinta para medir y la fraccionarán para poder expresar el resultado.</p> <p>5. Se espera que los alumnos en sus grupos, expresen la medida de patrones diferentes, comparando sus longitudes y reconociendo, a partir de la discusión, qué características tiene esa magnitud. Se prevé que aparezca la habilidad de reflexión.</p> <p>6. Se espera que los alumnos trabajen en sus grupos de forma colectiva y autónoma, dando paso a eventuales devoluciones del profesor, con el fin de que puedan desarrollar fuertes lazos de colectividad con sus compañeros.</p>
--	--	---

Tabla 23: Conjeturas. Situación 3

Actividades en grupo Situación 3	Actividades del profesor	Actividad de los estudiantes	Análisis a priori de las tareas
<p>1. Medir objetos de forma alargada tales como, los palos de helado, de escoba y cinta de género.</p> <p>a) Elegir dos de los patrones: medir su largo y su ancho</p> <p>b) Medir el largo de la -sala de clases</p> <p>c) Medir el ancho de la biblioteca.</p>	<p>El profesor prevé un tiempo para que realicen las actividades de la tarea 3. No más de 25 minutos.</p> <p>Una vez realizada la actividad, el docente promueve que los estudiantes expongan los resultados.</p> <p>Previamente, el profesor ha precisado la forma- en que ellos presentarán sus resultados, ya sea oralmente, o por escrito en una hoja que él les proporcionará.</p> <p>Precisa además que las respuestas deben expresar las opiniones que se plantearon en el grupo. Por su parte, los estudiantes se han organizado de la manera que estimen más conveniente y han elegido a voceros (as) para presentar sus resultados (respetando la paridad de género).</p> <p>El (la) docente intervendrá en la puesta en común, solicitando a los estudiantes que comenten los resultados y guiando la discusión con foco en las siguientes preguntas:</p> <p>1.- ¿Cuáles fueron las principales dificultades que</p>	<p>Exponer los resultados frente a los compañeros de la clase, utilizando diversos ejemplos para graficarlos (dibujos, argumentaciones escritas, reproducción de la actividad, etc.).</p>	<p>Se espera que los estudiantes descubran que pueden utilizar el patrón más largo para medir las longitudes de espacios muy grandes.</p> <p>Frente a esta actividad, los estudiantes pueden reaccionar preguntando:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Puedo utilizar el patrón más largo y luego realizar equivalencias con los más pequeños?</li> <li>2. ¿Por qué es necesario que las medidas sean exactas?</li> <li>3. Se espera que los estudiantes logren exponer con cantidades fraccionarias los distintos resultados de la medición y que no presenten problemas en recurrir a fracciones propias, impropias y números mixtos.</li> <li>4. Es probable que los estudiantes necesiten transformar los cuantificadores básicos en fraccionamientos, de manera que el resto de compañeros comprenda exactamente a qué se refieren con sus mediciones.</li> <li>5. Se prevé que los estudiantes reconozcan los fraccionamientos como el resultado de una medida.</li> <li>6.- Así mismo, se espera que los alumnos concluyan de manera natural, que las diferencias en los</li> </ol>

	<p>tuvieron para realizar la tarea?</p> <p>2. ¿Los resultados de su grupo son similares a los resultados de los otros grupos?</p> <p>3. ¿Qué patrón de medida creen que es el más indicado para realizar las mediciones?</p> <p>4. ¿Por qué las medidas de longitud son distintas entre cada grupo?</p> <p>5. ¿Qué vocabulario es el más adecuado para informar los resultados de las mediciones?</p> <p>6. ¿Cuánto mide de alto el integrante del grupo seleccionado?</p> <p>7. ¿Por qué crees que son distintos los resultados de los más altos en cada grupo?</p> <p>8.- ¿Se puede afirmar que el compañero A, medido con el patrón propuesto, es más pequeño o grande que el compañero medido con otro patrón?</p>		<p>patrones de medida y los objetos medidos provoca distintos resultados en las mediciones.</p> <p>Aparecen las medidas estandarizadas.</p> <p>En términos de interrelación, se prevé que los estudiantes tengan dificultad para trabajar en grupo y posiblemente no realicen las actividades. Se prevé que los estudiantes utilicen la zona de citas de manera regular, recurriendo a ella en algunas situaciones.</p>
--	--	--	---

Tabla 24: Conjeturas. Situación 4

Actividades en grupo	Actividades del profesor	Actividad de los estudiantes	Análisis a priori de las tareas
<p>1. Comparar datos obtenidos a partir de la realidad de colegios de la comuna.</p> <p>a) Observar los datos entregados y a partir de iniciativas propias, obtener información relevante.</p>	<p>El profesor sigue una metodología de trabajo en equipo. Él ha comunicado a sus estudiantes que deberán organizarse en grupos de 3 a 5 personas para desarrollar las actividades que les propondrá (respetando la paridad de género).</p> <p>Después del trabajo en equipo cada grupo</p>	<p>Posteriormente, presentan sus respuestas al curso en una puesta en común donde comparan sus resultados. Previamente, han elegido voceros (as) para que expresen y expliquen los resultados al curso.</p>	<p>La encuesta previa del profesor tiene por objetivo contextualizar los significados de datos del establecimiento. Se espera que los niños interpreten esos datos utilizando un lenguaje con palabras tales como: mucho, poco, cerca de, casi todos, casi ninguno, la tercera parte, la mitad, etc.</p>

<p>b) Consensuar en grupo la manera de exponer ante sus compañeros esta información.</p> <p>c) Identificar diferencias entre la información entregada y concluir de manera general la presencia o ausencia de características en los datos.</p>	<p>presentará sus resultados al curso, puesta en común que será animada por el docente.</p> <p>El profesor dispone de resultados numéricos de dos encuestas, cuya información ha preparado previamente.</p> <p>En la clase, el profesor presenta estos datos a los estudiantes y les pide que busquen caminos para interpretar dichos resultados y que decidan la forma de organización y exposición que realizarán.</p> <p>Una vez terminada la etapa grupal, el profesor le pide a cada grupo que presente sus resultados.</p> <p>El profesor ha previsto animar la discusión a partir de las siguientes preguntas:</p> <p>a) ¿Qué significado tiene para Uds. la palabra comparación?</p> <p>b) ¿Creen que es necesario comparar este tipo de resultados?</p> <p>c) ¿En cuál de los dos colegios existe mayor número de alumnos extranjeros? ¿En cuál de los dos colegios el número de mujeres es mayor?</p> <p>d) ¿Dónde se habla más creole?</p>		<p>Así mismo, se pretende que logren comparar el TODO con la PARTE o la PARTE con el TODO, y que distingan que el TODO puede cambiar (todo y parte son palabras claves )</p> <p>Es probable que los estudiantes reconozcan expresiones tales como: la tercera parte, la mitad, un cuarto, entre otros. En caso contrario, el profesor incentivará la aparición de estas nociones.</p> <p>Se prevé que manifiesten rechazo ante las asimetrías económicas y que consideren la felicidad como un momento no relacionado específicamente con los ingresos económicos.</p>
---	---	--	--



	e) ¿Es fácil realizar esta comparación? ¿Por qué?		
--	--	--	--

Tabla 25: Conjeturas. Situación 5

Actividades en grupo	Actividades del profesor	Actividad de los estudiantes	Análisis a priori de las tareas
<p>Tarea 5</p> <p>1. Comparar el gasto anual de países latinoamericanos en:</p> <p>i. Educación ii. Armamento iii. Salud iv. Vivienda</p>	<p>El profesor sigue una metodología de trabajo en equipo. Él ha comunicado a sus estudiantes que deberán organizarse en grupos de 3 a 5 personas para desarrollar las actividades que les propondrá (respetando la paridad de género).</p> <p>Después del trabajo en equipo, cada grupo presentará sus resultados al curso, puesta en común que será animada por el docente.</p> <p>El profesor presenta la distribución que los países de América destinan a gastos nacionales.</p> <p>En la clase, el profesor presenta estos datos a los estudiantes y les pide que busquen caminos para interpretar esos resultados y decidan la forma de organización y exposición que realizarán.</p> <p>Una vez terminada la etapa grupal, el profesor le pide a cada grupo que presente sus resultados.</p> <p>El profesor ha previsto animar la discusión a partir de las siguientes preguntas:</p> <p>a) ¿Qué significado tiene para Uds. la palabra comparación? b) ¿Creen que es necesario comparar este tipo de resultados?</p>	<p>A partir de los datos de distinto países, los estudiantes comentan en su grupo y los interpretan. Deciden una respuesta escrita u oral.</p> <p>Posteriormente, presentan sus respuestas al curso en una puesta en común donde comparan sus resultados. Previamente, han elegido voceros (as) para que expresen y expliquen los resultados al curso.</p>	<p>Se espera que el alumno comprenda, por ejemplo, el significado del 50%, es decir, que lo interprete como la mitad de un todo. Y continúe con los significados del 25%, 30% y 10%</p> <p>Se prevé que el uso del lenguaje utilizado en esta actividad se relacionará con un lenguaje descriptivo y comparativo entre las cantidades, como por ejemplo: de cada 100, 25 tienen o no el atributo señalado.</p> <p>Es probable que los estudiantes necesiten transformar estas expresiones lingüísticas en fraccionamientos o divisiones, con el objetivo de que sus compañeros comprendan a que se refieren con sus argumentos.</p> <p>Es probable que los estudiantes presenten dificultades para argumentar sus comparaciones y deban recurrir a imágenes o representaciones propias para sustentarlas.</p> <p>Se prevé que los estudiantes</p>

	<p>c) ¿Dónde hay mayor presencia de personas extranjeras , en el colegio o en el curso? ¿Existe mayor presencia de mujeres o de hombres en el colegio 1 o en el 2?</p> <p>¿Es fácil realizar esta comparación? ¿Por qué?</p> <p>¿Quién ha oído hablar del 100 o 50 por ciento?</p> <p>¿Del 25? ¿Del 30?</p> <p>¿Del 10 por ciento?</p> <p>Poner ejemplos de principales conceptos económicos que se trabajan en el país.</p> <p>¿Qué parte del todo será el 50 %?</p> <p>¿A qué se refiere el 50%?</p> <p>El profesor presenta ejemplos de diarios o televisión.</p> <p>Explica significados usando palabras como la mitad, la cuarta parte, la décima parte, etc.</p>		<p>desarrollen actividades de reflexión y participen activamente argumentando en el panel.</p>
--	--	--	--

### Análisis final

Actividades en grupo Situación 1	Actividades del profesor	Actividad de los estudiantes	Análisis a priori de las tareas	Análisis a posteriori
Actividad Medir objetos sin usar reglas ni huinchas, es decir, sin instrumentos estandarizados.	El profesor le solicita a los estudiantes con antelación que investiguen en sus casas sobre cómo se pueden medir objetos sin la utilización de	Los estudiantes discuten respecto a sus ejemplos, ellos leen, comparan sus apreciaciones y sus escritos, con el fin de describir las formas de	Se espera que los estudiantes traigan formas de medir objetos como: cuartas de la mano, pies, hilo, tazas (para medir el arroz), cucharas, vasos	Emergieron mediciones de longitudes centralizadas en partes del cuerpo, escobas y cuerdas o cintas. Aparecieron

	<p>huinchas ni reglas u otros instrumentos. Les pide, además, que traigan esa información escrita en sus cuadernos. El profesor ha previsto historias sobre cómo se medía en la antigüedad y diversas representaciones gráficas, además tiene entre sus materiales de trabajo: palos de helado, palos de fósforo, trozos de cinta y palos de escoba. Por otra parte, se ha previsto una metodología de trabajo colaborativo para luego discutir los resultados en una actividad propuesta en el diseño llamada panel.</p>	<p>medir que encontraron.</p>	<p>para medir líquidos. La expectativa es que las medidas se centralicen en mediciones de longitudes y de capacidad, posiblemente asociadas a acciones de cocina. Respecto de las interacciones en la sala de clases, se espera que los estudiantes manifiesten algunas dificultades para el trabajo en grupo, dado que no se acostumbra a trabajar a de esta manera en las clases de matemáticas, razón por la cual es probable que exista una baja colexión.</p>	<p>reiterativamente huinchas y reglas. No se mencionaron magnitudes relativas a la capacidad. Emergió como instrumento de medición el teléfono. Al ser consultada sobre este punto, la estudiante mencionó una aplicación en el móvil que permite medir longitudes.</p>
--	---	-------------------------------	--	---

Actividades en grupo Situación 2	Actividades del profesor	Actividad de los estudiantes	Análisis a priori de las tareas	Análisis a posteriori
<p>Medir longitudes con diversos patrones: palitos de fósforo, de helado, cintas u otros.</p>	<p>El docente se prepara con diversos materiales que servirán como patrones de medida de longitud: palotines, palos de helados y cintas de distintos tamaños, además de diversos objetos para medir: libros, gomas, sacapuntas,</p>	<p>a) Medir el largo de su libro de matemática. b) Medir el ancho de la pizarra. c) Medir la longitud de algún elemento circular. d) Medir longitudes de objetos pequeños con</p>	<p>Se espera que con estas actividades, los alumnos distingan el largo y el ancho de objetos rectangulares y que esas longitudes no dependan de la posición del objeto. Además, se espera que visualicen el borde del objeto circular</p>	<p>Los estudiantes manifestaron dificultades para distinguir el largo y el ancho, asociándolos a posiciones- el ancho a las longitudes horizontales y el largo a las verticales. No presentaron dificultades para</p>

	<p>círculos de colores y aquellos que se encuentren en la sala. Prevé una metodología de trabajo colaborativo, mediante grupos de 3 a 5 estudiantes. Una vez terminadas las actividades, el profesor realizará la puesta en común, solicitando a los grupos que elijan a un vocero que exponga los resultados, indicándoles que pueden utilizar dibujos, argumentaciones escritas y/o reproducciones de la actividad en papel kraft, que él o ella les proporcionará. El profesor intervendrá, eventualmente, en la exposición, realizando preguntas como las siguientes:</p> <p>1.- ¿Qué les parece a Uds. que es una longitud?</p> <p>2. ¿Hubo diferencia respecto de los resultados en el grupo? ¿Cómo llegaron a un acuerdo?</p> <p>3. ¿Qué patrón de medida creen que es el más indicado para realizar las mediciones?</p> <p>4. ¿Cómo creen más conveniente expresar el resultado de la medición?</p>	<p>patrones más grandes.</p> <p>e) Exponer los resultados frente a los compañeros de la clase, utilizando diversos ejemplos o explicarlos pasando a la pizarra.</p>	<p>(circunferencia) como una longitud. Frente a esta actividad, los estudiantes pueden reaccionar preguntando: ¿Cómo sé yo cuál es el largo y cuál es el ancho? ¿Cuál es el más largo? ¿Cómo se comparan el ancho con el largo? ¿Cómo se mide la longitud del círculo rojo? ¿Dónde busco la longitud? ¿Cómo busco la longitud?</p> <p>Se espera que elijan espontáneamente patrones para medir. Seguramente obtendrán diferentes resultados, dependiendo de los patrones elegidos. Lo interesante es percibir cómo reaccionan ante las medidas no exactas.</p> <p>2. Respecto de estas, se espera que recurran de manera natural al fraccionamiento de patrones y suponemos que surgirán resultados en lenguaje natural apareciendo cuantificadores. Por ejemplo: un poco, más de la mitad, casi la cuarta parte del palito de helado, entre otros.</p> <p>3. Se espera que respondan la pregunta ¿Cómo se mide exactamente un objeto, dado que los patrones pedidos no son exactos? ¿Qué pasa con la exactitud de la medida? Esto con el</p>	<p>medir ni identificar el borde del objeto circular. La discusión en todos los grupos giró en torno a lo ancho y largo, transformándose en un elemento clave para incentivar a los estudiantes y para discutir elementos de la geometría.</p> <p>Otra actividad que generó discusión fue el medir el ancho y el largo del libro de matemáticas, puesto que ellos detectaron tres dimensiones en el texto y no solamente dos. Reaccionaron preguntando si el ancho del libro hacía referencia al ancho del lomo o al ancho de la tapa. En general, en las mediciones arrojaron resultados expresados en números enteros, invisibilizando la inexactitud de las medidas. Uno de los grupos expresó las medidas utilizando fraccionamientos. Las respuestas, en todos los casos, fueron inexactas. Respecto de las mediciones de la actividad 6, los estudiantes asociaron las</p>
--	---	---	---	--

	<p>5. ¿Cómo midieron la longitud del objeto circular?</p>		<p>fin de que formulen un resultado y una conclusión parcial.</p> <p>4. En la tarea de medir un objeto de forma circular, se prevé que los alumnos utilizarán alguna cinta para medir y la fraccionarán para poder expresar el resultado.</p> <p>5. Se espera que los alumnos en sus grupos expresen la medida de patrones diferentes, comparando sus longitudes y reconociendo, a partir de la discusión, qué características tiene esa magnitud. Se prevé que aparezca la habilidad de coflexión.</p> <p>6. Se espera que los alumnos trabajen de forma colectiva y autónoma en sus grupos, dando paso a eventuales devoluciones del profesor, con el fin de que puedan desarrollar fuertes lazos de colectividad con sus compañeros.</p>	<p>longitudes a unidades de medida, no pudiendo responder la "longitud más larga del lápiz grafito".</p> <p>La habilidad de coflexión solo emergió, al final de la clase, en la zona de panel.</p> <p>No se manifestaron en contra de hacer grupos con equidad de género, expresando que eso se debía a las movilizaciones.</p> <p>En general, los estudiantes se repartieron las tareas y cada uno trabajó solo o con uno de sus amigos.</p> <p>Fue necesario que se dieran reglas específicas para el trabajo grupal, indicándoles que las actividades debían hacerlas entre todos y no separadamente.</p> <p>La actividad 3, respecto de equivalencias, no fue contestada o fue contestada de manera inexacta, en la mayoría de los casos.</p> <p>Respecto del significado de una longitud, las respuestas transitaron entre el largo y ancho de un objeto, y una medida. La manera en que los estudiantes visualizan la</p>
--	---	--	---	---

				medición de longitudes es con patrones convencionales, tales como la regla o la huincha.
--	--	--	--	--

Actividades en grupo Situación 3	Actividades del profesor	Actividad de los estudiantes	Análisis a priori de las tareas	Análisis a posteriori
<p>2. Medir objetos de forma alargada, tales como los palos de helado, de escoba y cinta de género.</p> <p>d) Elegir dos de los patrones: medir su largo y su ancho</p> <p>e) medir el largo de sala de clases</p> <p>f) medir el ancho de la biblioteca.</p>	<p>El profesor prevé un tiempo para que realicen las actividades de la tarea 3. (máximo 25 minutos). Una vez realizada la actividad, el docente promueve que los estudiantes expongan sus resultados. Previamente, el profesor ha precisado la forma, en que ellos presentarán los resultados, ya sea oralmente o por escrito, en una hoja que él les proporcionará. Precisa, además, que las respuestas deben contener las opiniones que se expresaron en el grupo. Por su parte, los estudiantes se han organizado de la manera</p>	<p>Exponer los resultados frente a los compañeros de la clase, utilizando diversos ejemplos para graficarlos (dibujos, argumentaciones escritas, reproducción de la actividad, etc.).</p>	<p>Se espera que los estudiantes descubran que pueden utilizar el patrón más largo para medir las longitudes de espacios muy grandes.</p> <p>Frente a esta actividad, los estudiantes pueden reaccionar preguntando:</p> <p>1.- ¿Puedo utilizar el patrón más largo y luego realizar equivalencias con los más pequeños?</p> <p>2.- ¿Por qué es necesario que las medidas sean exactas?</p> <p>3.- Se espera que los estudiantes logren exponer con cantidades fraccionarias los distintos resultados de la medición- y que no presenten problemas en recurrir a fracciones propias, impropias y números mixtos.</p> <p>4.- Es probable que los estudiantes</p>	<p>A partir del desarrollo del primer panel en la clase anterior, los estudiantes llegaron a algunas conclusiones importantes. La primera de ellas dice relación con lo que es una longitud y la forma en que esta puede aparecer. Concluyeron, en este sentido, que una longitud no tiene una forma específica y la definieron como la distancia entre dos objetos. En esta tercera situación de aprendizaje, los grupos fueron más colaborativos, no fue necesario intervenir para la distribución del trabajo y de manera natural conformaron los grupos con paridad de género. En el desarrollo de las actividades</p>

	<p>que estimen más conveniente (respetando la paridad de género) y han elegido a voceros (as) para presentar sus resultados. El (la) docente intervendrá en la puesta en común, solicitando a los estudiantes que comenten los resultados y guiando la discusión con foco en las siguientes preguntas:</p> <p>1.- ¿Cuáles fueron las principales dificultades que tuvieron para realizar la tarea?</p> <p>2.- ¿Los resultados de su grupo son similares a los resultados de los otros grupos?</p> <p>3.- ¿Qué patrón de medida creen que es el más indicado para realizar las mediciones?</p> <p>4.- ¿Por qué las medidas de longitud son distintas entre cada grupo?</p> <p>5.- ¿Qué vocabulario es el más adecuado para informar los resultados de las mediciones?</p> <p>6.- ¿Cuánto mide de alto el integrante del</p>		<p>necesiten transformar los cuantificadores básicos en fraccionamientos, de manera que el resto de compañeros comprenda exactamente a qué se refieren con sus mediciones.</p> <p>5.- Se prevé que los estudiantes reconozcan los fraccionamientos como el resultado de una medida.</p> <p>6.- Así mismo, se espera que los alumnos concluyan de manera natural que las diferencias en los patrones de medida y los objetos medidos, provoca distintos resultados en las mediciones.</p> <p>Aparecen las medidas estandarizadas.</p> <p>7.- En términos de interrelación, se prevé que los estudiantes tengan dificultad para trabajar en grupo y posiblemente no realicen las actividades.</p> <p>8.- Se prevé que los estudiantes utilicen regularmente la zona de citas r, recurriendo a ella en algunas situaciones.</p>	<p>emergió la fracción en todos los grupos, específicamente en la actividad 16. La mayoría de las respuestas fueron inexactas, pero lo interesante es que utilizaron los fraccionamientos, incluso en longitudes que fueron medidas con patrones más grandes que la propia longitud</p> <p>Los estudiantes midieron longitudes muy largas con el patrón más largo y luego realizaron la conversión. Si bien los resultados fueron inexactos, el realizar la conversión es significativamente más importante. Aparecieron las unidades de medida estandarizadas. A partir de la discusión de panel, los estudiantes se preguntaron por qué no utilizábamos las huinchas y reglas, dado que era mucho más fácil medir de esa manera que utilizando las fracciones. Al ser consultados respecto de cuál es el uso que les dan a las fracciones, todos los estudiantes estuvieron de acuerdo en que</p>
--	--	--	--	---

	<p>grupo seleccionado?  7.-¿Por qué crees que son distintos los resultados de los más altos en cada grupo?  8.- ¿Se puede afirmar que el compañero A medido con el patrón propuesto es más pequeño o grande que el compañero medido con otro patrón?</p>			<p>en ningún contexto las utilizan.  A diferencia de lo que esperábamos, el trabajo en grupo resultó ser mucho más organizado que en las clases anteriores y los estudiantes se adaptaron rápidamente a la rutina de la clase dialogada.  La zona de citas es ampliamente utilizada por los estudiantes, en el panel de la actividad recurren constantemente a ella para argumentar.</p>
--	--	--	--	--

Actividades en grupo Situación 4	Actividades del profesor	Actividad de los estudiantes	Análisis a priori de las tareas	Análisis a posteriori
<p>2. Comparar datos obtenidos a partir de la realidad de colegios de la comuna.</p> <p>d) Observar los datos entregados y a partir de iniciativas propias, obtener información relevante.</p> <p>e) Consensuar en grupo la manera de exponer ante sus compañeros</p>	<p>El profesor sigue una metodología de trabajo en equipo. Él ha comunicado a sus estudiantes que deberán organizarse en grupos de 3 a 5 personas para desarrollar las actividades que les propondrá (respetando la paridad de género).</p> <p>Después del trabajo en equipo, cada grupo presentará sus resultados al curso, esta puesta en común será animada por el docente.</p>	<p>A partir de los datos del colegio, los alumnos los comentan en sus grupos y los interpretan, decidiendo si entregar una respuesta escrita u oral. Posteriormente, presentan sus respuestas al curso en una puesta en común donde comparan sus resultados. Previamente, han elegido voceros (as) para que expresen y</p>	<p>Se espera que los niños interpreten esos datos utilizando un lenguaje con palabras tales como: mucho, poco, cerca de, casi todos, casi ninguno, la tercera parte, la mitad, etc. Así mismo, se pretende que logren comparar el TODO con la PARTE o la PARTE con el TODO y que distingan que el TODO puede cambiar. Es probable que los</p>	<p>Los estudiantes responden utilizando cuantificadores simples, como: poco, mucho, la mayoría, entre otros, logran distinguir el todo y las partes de ese todo. En general, los estudiantes no tuvieron dificultades para expresar en palabras los resultados de la encuesta. Los estudiantes reconocen las asimetrías económicas,</p>



<p>f) esta información. Identificar diferencias entre la información entregada y concluir, de manera general, la presencia o ausencia de características en los datos.</p>	<p>El profesor dispone de resultados numéricos de una encuesta que ha preparado previamente.</p> <p>En la clase, el profesor presenta estos datos a los estudiantes y les pide que busquen caminos para interpretar los resultados y decidan la forma de organización y exposición que realizarán.</p> <p>Una vez terminada la etapa grupal, el profesor le pide a cada grupo que presente sus resultados.</p> <p>El profesor ha previsto animar la discusión a partir de las siguientes preguntas:</p> <p>a) ¿Qué significado tiene para Uds. la palabra comparación?</p> <p>b) ¿Creen que es necesario comparar este tipo de resultados?</p> <p>c) ¿En qué colegio existe mayor número de alumnos extranjeros en el 1 o en el 2? ¿En cuál de los dos colegios el número de mujeres es mayor?</p> <p>d) ¿Dónde se habla más creole?</p>	<p>expliquen sus resultados al curso.</p>	<p>estudiantes reconozcan expresiones tales como: la tercera parte, la mitad, un cuarto, entre otras. En caso contrario, el profesor incentivará la aparición de estas nociones. Se prevé que manifiesten rechazo ante las asimetrías económicas y que consideren la felicidad como un momento no relacionado específicamente con los ingresos económicos.</p>	<p>además de valorar el dinero como elemento importante para ser feliz en Chile, pero mencionan que no es importante para ellos.</p>
--	--	---	--	--

	e) ¿Es fácil realizar esta comparación? ¿Por qué?			
--	---	--	--	--

Actividades en grupo Situación 5	Actividades del profesor	Actividad de los estudiantes	Análisis a priori de las tareas	Análisis a posteriori
<p>2. Comparar el gasto anual de países latinoamericanos en:</p> <p>v. Educación vi. Armamento vii. Salud viii. Vivienda</p>	<p>El profesor sigue una metodología de trabajo en equipo. Él ha comunicado a sus estudiantes que deberán organizarse en grupos de 3 a 5 personas para desarrollar las actividades que les propondrá. (respetando la paridad de género).</p> <p>Después del trabajo en equipo, cada grupo presentará sus resultados al curso, puesta en común que será animada por el docente.</p> <p>El profesor presenta la distribución que los países de América destinan a gastos nacionales.</p> <p>En la clase, el profesor presenta estos datos a los estudiantes, les pide que busquen caminos para interpretar los</p>	<p>A partir de los datos de distintos países, los alumnos comentan en sus grupos, y los interpretan, decidiendo si entregar una respuesta escrita u oral. Posteriormente, presentan sus respuestas al curso en una puesta en común donde comparan sus resultados. Previamente, han elegido voceros (as) para que expresen y expliquen sus resultados al curso.</p>	<p>Se espera que el alumno comprenda, por ejemplo, el significado del 50%, es decir, que lo interprete como la mitad de un todo, continuando con los significados del 25%, 30% y 10%.</p> <p>Se prevé que el lenguaje utilizado en esta actividad se relacionará con uno de tipo descriptivo y comparativo entre las cantidades, como por ejemplo: de cada 100, 25 tienen o no el atributo señalado.</p> <p>Es probable que los estudiantes necesiten transformar estas expresiones lingüísticas en fraccionamientos o divisiones, con el objetivo de que sus compañeros comprendan a qué se refieren con sus argumentos. Es probable que los estudiantes presenten dificultades para argumentar sus comparaciones y deban recurrir a</p>	<p>Los estudiantes no manifestaron problemas para expresar sus resultados. La situación 5 fue para ellos la "más fácil", por lo que podemos extrapolar que el concepto 100% es de uso reiterado. En general, los estudiantes realizaron distribuciones en las que las áreas de salud y educación son las que reciben la mayor cantidad de recursos, exponiendo de esta manera su preocupación por los derechos básicos. Al ser consultados por sus respuestas, manifestaron que son las dos áreas más importantes. Posteriormente, las áreas designadas con más recursos fueron la de orden público y cultura. Es importante</p>

	<p>resultados y que decidan la forma de organización y exposición que realizarán.</p> <p>Una vez terminada la etapa grupal, el profesor le pide a cada grupo que presente sus resultados.</p> <p>El profesor ha previsto animar la discusión a partir de las siguientes preguntas:</p> <p>a) ¿Qué significado tiene para Uds. la palabra comparación?</p> <p>b) ¿Creen que es necesario comparar este tipo de resultados?</p> <p>c) ¿Dónde existe mayor presencia de personas extranjeras, en el colegio o en el curso? ¿Existe mayor presencia de mujeres o de hombres, en el colegio 1 o en el 2?</p> <p>d) ¿Es fácil realizar esta comparación? ¿Por qué?</p> <p>e) ¿Quién ha oído hablar del 100 o 50 por ciento? ¿Del 25? ¿Del 30? ¿Del 10?</p> <p>f) Poner ejemplos de</p>		<p>imágenes o representaciones propias para sustentarlas. Se prevé que los estudiantes desarrollen actividades de reflexión y participen activa y argumentativamente en el panel.</p>	<p>mencionar que en ninguno de los casos siguieron la distribución presentada como ejemplo. Los estudiantes participaron activamente en el panel, cuantitativa y cualitativamente más que en otros paneles.</p>
--	--	--	---	---

	<p>principales conceptos económicos que se trabajan en el país.</p> <p>g) ¿Qué parte del todo será el 50 %</p> <p>h) ¿A qué se refiere el 50%?</p> <p>l) El profesor presenta ejemplos de los diarios o televisión.</p> <p>j) Explica significados usando palabras como la mitad, la cuarta parte, la décima parte, etc.</p>			
--	--	--	--	--

## 6.2.5 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LAS PERCEPCIONES ESTUDIANTILES

### 6.2.5.1 RESULTADOS PERCEPCIONES ESTUDIANTILES, ENCUESTAS REALIZADAS ANTES DE LA APLICACIÓN DE LA SITUACIONES DE APRENDIZAJE

Categoría: Actividad crítica reflexiva		
	Subcategorías	
Pregunta	Reflexión crítica sobre el objeto	Reflexión crítica sobre el sujeto
1.- Cuando piensas en matemáticas, ¿qué cosas vienen a tu mente?	Las matemáticas son: Pensamientos, contenidos para aprender, hacer ejercicios.  Sentimientos: angustia, confusión, aburrimiento, emoción, concentración.	
2.- ¿Para qué crees que sirven las matemáticas? ¿Tu familia usa las matemáticas?	Uso económico: sacar cuentas, calcular precios, comprar más barato, pedir créditos. Uso cotidiano: preparar la comida, hacer las tareas, pensar en cosas difíciles Uso en las familias: llevar las cuentas de la casa.	
3.- ¿Todos podemos aprender matemáticas? ¿O crees que algunos aprenden más que otros?	Personas capaces: tienen habilidades de nacimiento, más inteligentes, tendrán más dinero en el futuro. Personas incapaces: a las familias les va mal por eso a ellos también, deberán estudiar cosas de arte, no son tan inteligentes. Neutros: todos pueden aprender si se esfuerzan y estudian mucho.	
4.- ¿Para qué crees que te sirve en tu vida aprender matemáticas? ¿Te gusta aprenderlas?		Apreciación: Manifiestan en general agrado frente a las matemáticas por que se pueden sacar buenas notas y cuando eso sucede es más premiado que en otras asignaturas, sin embargo, los sentimientos que les provoca, en general son de angustia, confusión y aburrimiento. Utilidad: resolver cosas difíciles en el colegio, poder estudiar ingeniería en el futuro, pagar cuentas.
5.- ¿Crees que el mundo cambia si utilizamos más o menos matemáticas? ¿Por qué?	No: las matemáticas dependen de ellas mismas, tratan de cosas que no son reales, para cambiar al mundo se necesitan personas que no hagan daño, no matemáticas. Sí: podemos aprender a repartir mejor las cosas, como el dinero de las AFP.	

Análisis: En general, podemos observar que la valoración de las matemáticas por parte de los estudiantes es bastante precaria, suelen recurrir a ella porque es obligatoria en el contexto escolar y porque, en la mayoría de los casos, tener un buen desempeño en esta asignatura les reporta mayor valoración que en otras áreas. En este sentido, las matemáticas se visualizan como herramientas para el consumo y como un contenido escolar obligatorio.

Categoría: Práctica dialógica- áulica		
Pregunta	Subcategorías	
	Argumentación	Diálogo igualitario
1.- ¿Discuten las respuestas en las clases de matemáticas? ¿Cómo lo hacen?	No: copian las respuestas de la pizarra.  Sí: estructura pregunta respuesta, resolver ejercicios en la pizarra y corregir en conjunto.	
2.- ¿Qué crees que significa argumentar? ¿Argumentas en clases de matemáticas?	Argumentar: decir el porqué de las cosas, dar razones, mostrar cómo se hace algo correcto, discutir.  Momentos de argumentación: al salir a resolver ejercicios a la pizarra, cuando les dan la palabra.	
3.- Cuando no entiendes algo en la clase de matemáticas, ¿cómo lo resuelves?		Preguntan a la profesora. Preguntan al compañero. Ven google.

Esta categoría nos muestra que la estructura de diálogo en el aula recurre a la clásica organización- profesor-saber, estudiante-desconocimiento, por lo que no hay posibilidad de construcción de diálogos igualitarios o de argumentación asociada a la co-construcción. La posible “argumentación” que emerge de las respuestas se relaciona más bien con la comunicación de resultados.

Categoría 3: Comportamiento emancipador	
Pregunta	Subcategorías
1.- ¿Crees que se considera tu opinión al momento de realizar las clases? ¿Por qué?	Acción, disposición e intención Sí: puede ser No: no sé, no. Motivos: los estudiantes no tienen que opinar sobre eso, no corresponde.
2.- ¿Piensas que en las clases de matemáticas se escucha lo que tu opinas? ¿Por qué?	Sí: cuando piden explicar algún ejercicio, al momento de salir a la pizarra, cuando se acercan al banco de la profesora a preguntar algo, cuando tienen problemas y le cuentan a la profesora.
3.- Si tu profesora te da el resultado de algún problema matemático y un compañero(a) te dice que no está bien. ¿Quién crees que podría tener la razón? ¿Por qué?	Profesora: casi siempre por que es quien sabe la materia. Estudiantes: a veces, cuando la profesora se equivoca, cuando es broma, cuando se saca el resultado del libro.

El análisis de las respuestas nos muestra que no existe disposición hacia la clase de matemáticas, puesto que no se configura como un espacio de diálogo. En la mayoría de los casos los estudiantes manifestaron que quien es depositaria del saber es la profesora o los textos de estudio, en tanto que ellos o sus compañeros deben someterse a las indicaciones de los docentes o de los directivos de la escuela. Las relaciones de poder son verticales.

Categoría 4: Identidad política	
Pregunta	Subcategorías
1.- ¿En las clases de matemáticas debería existir una preocupación por el medio ambiente o por el mundo? ¿Por qué?	El medio ambiente debe ser preocupación de todas las asignaturas. Es necesario cuidarlo para poder sobrevivir. Los animales y la naturaleza tienen sentimientos y sufren.

A diferencia de los ítems anteriores, en esta pregunta no hubo opiniones contrarias, todos los entrevistados concordaron en expresar una profunda preocupación por el medio ambiente y la urgente necesidad de cuidarlo, no solamente desde la postura de “lugar del ser humano”, sino también como un espacio de vida diversa, empatizando con el dolor y el sufrimiento de animales y de otros seres humanos.

Categoría 5: Descolonización			
Pregunta	Subcategorías		
	Asimetrías económicas	Asimetrías de género	Asimetrías culturales
1.- ¿En las clases de matemáticas tratan temas como las injusticias sociales? ¿Crees que es importante tratarlos? ¿Por qué?	No se han visto temáticas de esa índole.		
3. ¿Te sientes distinto por ser niño(a) en la clase de matemáticas? ¿Por qué?		Sí: ellos hablan más, les preguntan más a ellos.	

No se trabajan temáticas relacionadas con la injusticia social y a pesar de que aparecen discursos relacionados con asimetrías de género, no son mayoritarios y están asociados a eventos nacionales.

Categoría 6: Acción participativa	
Pregunta	Subcategorías
1.- ¿En las clases de matemáticas existe un trabajo colaborativo? ¿Cómo desarrollan el trabajo? ¿Cómo se organizan?	Estructura clásica: profesor expositor. Trabajos grupales: desarrollan trabajos grupales utilizando una guía de trabajo, la manera de desarrollarlos es repartiéndose los ejercicios.

Las clases, desde la mirada de los estudiantes, suelen tener la estructura clásica de organización: el profesor explica contenidos en la pizarra o data, y luego entrega una guía de ejercicios. En el caso de los trabajos grupales, los alumnos manifiestan realizar un trabajo individual-grupal, el que consiste en desarrollar los ejercicios por separado y luego comparar resultados. En este tipo de organización, algunos estudiantes de un mismo grupo no realizan actividades, mientras que otros las desarrollan en silencio, produciéndose una asimetría de trabajo estudiantil.



Categoría 7: Pensamiento crítico		
Pregunta	Subcategorías	
	Herramienta de información crítica	Valoración de las matemáticas
1.- ¿Crees que es importante saber matemáticas? ¿Por qué?		No: Para las cosas de normales no. Sí: para seguir estudiando y quedar en la universidad.
2.- ¿Para qué crees que te servirá saber matemáticas en el futuro?		Para seguir estudiando. Para ser ingeniero (a).
3.- ¿Ves noticias o programas de información? ¿Crees que en ellos tratan cosas relacionadas con las matemáticas? ¿Por qué?	Las encuestas. Entregan información del precio de productos. Muestran la matanza de animales y su disminución. La basura acumulada en toneladas y los derrames de petróleo.	

Las respuestas estudiantiles muestran la importancia que le brindan a las problemáticas relacionadas con el medio ambiente. En ese contexto, valoran a las matemáticas como herramienta para informarse críticamente.

#### 6.2.5.2 RESULTADOS DE LAS PERCEPCIONES ESTUDIANTILES, ENCUESTAS REALIZADAS DESPUÉS DE LA APLICACIÓN DE LAS SITUACIONES DE APRENDIZAJE

Categoría: Actividad crítica reflexiva		
Pregunta	Subcategorías	
	Reflexión crítica sobre el objeto	Reflexión crítica sobre el sujeto
1.- Cuándo piensas en matemáticas, ¿qué cosas vienen a tu mente?	Las matemáticas son: Pensamientos, contenidos para aprender, medir cosas, analizar el mundo y repartir.  Sentimientos: confusión, emoción.	
2.- ¿Para qué crees que sirven las matemáticas? ¿Tu familia usa las matemáticas?	Uso económico: repartir gastos, organizar las cuentas. Uso cotidiano: para medir cosas, para discutir. Uso en las familias: llevar las cuentas de la casa, cocinar.	
3.- ¿Todos podemos aprender matemáticas? ¿O crees que algunos aprenden más que otros?	Personas capaces: todos pueden aprender matemáticas cuando se trata de medir o de repartir los gastos.	
4.- ¿Para qué crees que te sirve en tu vida aprender matemáticas? ¿Te gusta aprenderlas?		Apreciación: manifiestan, en general, agrado. En todos los

		encuestados aparece la actividad panel como relevante. Utilidad: para estudiar en el futuro, para poder discutir en clases y participar del panel, para ser ingeniero.
5.- ¿Crees que el mundo cambia si utilizamos más o menos matemáticas? ¿Por qué?	No: porque los recursos no se repartirán como lo proponen ellos. Sí: al repartir de mejor manera los recursos del Estado. Al distribuir más dinero para educación. Para darle más dinero a las familias para la universidad.	

Análisis: las percepciones estudiantiles variaron bastante una vez aplicadas las situaciones de aprendizaje. La primera variación se relaciona con la desaparición de la categoría de respuesta “frustración y angustia”, dando paso a la categoría “confusión y emoción”. Un segundo elemento de cambio es la utilidad de las matemáticas para la vida. En las primeras entrevistas, las categorías transitaban entre la valoración por las notas y la posibilidad de estudiar carreras como ingeniería. Una vez aplicada la intervención, los estudiantes manifestaron la valoración a partir de su participación en el panel, esta actividad se visibiliza como relevante para los estudiantes, puesto que les permite, en palabras de ellos: “puedo hablar y no tengo que escuchar todo el rato”. Por último, si bien valoran la importancia de las matemáticas como factor en el cambio del mundo, reconocen que esto no depende de las matemáticas, sino más bien de quienes deciden qué hacer con ella. Consideramos que es un avance cualitativo importante, puesto que desarrolla en los estudiantes la noción de una matemática que se construye y utiliza socialmente.

Categoría: Práctica dialógica- áulica		
	Subcategorías	
Pregunta	Argumentación	Diálogo igualitario
1.- ¿Discuten las respuestas en las clases de matemática? ¿Cómo lo hacen?	Sí: Se desarrollan actividades tipo panel, en el que todos los estudiantes participan y hablan, aunque estén equivocados.	

2.- ¿Qué crees que significa argumentar? ¿Argumentas en clases de matemáticas?	Argumentar: decir el porqué de las cosas, dar razones, utilizar citas para recordar lo que se dijo.  Momentos de argumentación: en el panel y en la reunión de grupos.	
3.- Cuando no entiendes algo en la clase de matemáticas, ¿cómo lo resuelves?		Resuelven con los compañeros de grupo o panel. Ven google.

Los resultados de la codificación de las entrevistas arrojaron para esta categoría cambios en tres sentidos: el primero relacionado con la manera de estructurar el diálogo. Las respuestas en las primeras entrevistas mostraron la organización clásica de profesor-saber, estudiante-desconocimiento; una vez realizadas las actividades, la organización dialógica es percibida por los estudiantes como distinta, manifestando que los espacios de grupo y el panel es una estructura dialógica que les permite la participación. Relacionado con este análisis, se entrelaza el segundo cambio: los estudiantes manifestaron que quienes pueden resolver sus dudas en las clases de matemáticas son los compañeros y el espacio colaborativo panel, desapareciendo la categoría profesor. El tercer cambio se relaciona con las maneras en que conciben la argumentación. De las impresiones recogidas en las entrevistas previas, se entendía la argumentación como una comunicación de resultados, en tanto que en las entrevistas posteriores la argumentación se sigue entendiendo como “el decir el porqué de las cosas”, pero asociado a la escucha del otro para afirmar el pensamiento propio. La utilización de las citas aparece como fundamental en estas respuestas, los estudiantes manifiestan al respecto que *“sirve tener las citas porque así me siento segura porque mis compañeros me ayudan”*

Categoría 3: Comportamiento emancipador	
	Subcategorías
Pregunta	Acción, disposición e intención
1.- ¿Crees que se considera tu opinión al momento de realizar las clases? ¿Por qué?	Sí: puede ser. No: no sé, no. Motivos: se toma en cuenta cuando hacemos el panel, mis compañeros me toman en cuenta. La profesora toma en cuenta.
	Sí: al momento de realizar el panel, se escuchan las opiniones de todos, la mayoría habla.

2.- ¿Piensas que en las clases de matemáticas se escucha lo que tú opinas? ¿Por qué?	
3.- Si tu profesora te da el resultado de algún problema matemático y un compañero(a) te dice que no está bien. ¿Quién crees que podría tener la razón? ¿Por qué?	Profesora: casi siempre porque es quien sabe la materia. Estudiantes: a veces, cuando la profesora se equivoca.

El análisis de las respuestas no muestra diferencias tan evidentes como en las otras categorías. La disposición hacia las matemáticas cambia específicamente en el espacio panel, pero se sigue considerando a la profesora como la depositaria del saber en contextos externos al panel. No aparecen relaciones de verticalidad como en las primeras entrevistas aplicadas.

Categoría 4: Identidad política	
Pregunta	Subcategorías
1.- ¿En las clases de matemáticas debería existir una preocupación por el medio ambiente o por el mundo? ¿Por qué?	El medio ambiente debe ser preocupación de todas las asignaturas. Es necesario cuidarlo para poder sobrevivir. Los animales y la naturaleza tienen sentimientos y sufren.

El ítem aquí analizado fue el que tuvo menos variación en las respuestas de los estudiantes. Se siguen manteniendo las categorías relacionadas con el medio ambiente y la preocupación por el mundo. Las respuestas estudiantiles nos motivan a considerar actividades en el rediseño que involucren este tipo de temáticas.

Categoría 5: Descolonización			
	Subcategorías		
Pregunta	Asimetrías económicas	Asimetrías de género	Asimetrías culturales
1.- ¿En las clases de matemáticas tratan temas como las injusticias sociales? ¿Crees que es importante tratarlos? ¿Por qué?	Sí: ejemplifican respecto de los ingresos a la universidad y la distribución de ingresos.		
2.- ¿Te sientes distinto por ser niño(a) en la clase de matemáticas? ¿Por qué?		Sí: las niñas son importantes, tienen un lugar especial en la	

		conformación de grupos.	
--	--	-------------------------	--

La categoría aquí presentada arrojó codificaciones relacionadas con asimetrías económicas y de género, al igual que en las primeras entrevistas, sin embargo, las subcategorías que emergieron son diametralmente distintas a las de la primera etapa. Por ejemplo, en las primeras entrevistas no aparecían asimetrías económicas, en tanto que en las segundas aparecen relacionadas con los ingresos a la universidad y el reconocimiento de distribuciones “más justas”. Los estudiantes identifican como prioritarias las áreas de salud y educación y manifiestan confusión respecto de los motivos por los cuales no tiene una relevancia nacional. Tal como ocurrió con la preocupación por el medio ambiente, en estos casos los estudiantes también manifiestan desesperanza respecto de poder influir para generar cambios en dichas áreas.

Categoría 6: Acción participativa	
Pregunta	Subcategorías
1.- ¿En las clases de matemáticas existe un trabajo colaborativo? ¿Cómo desarrollan el trabajo? ¿Cómo se organizan?	Trabajos grupales: utilizando una guía de trabajo que debe ser realizada por todo el grupo. Panel: estructura circular en la que todos manifiestan sus opiniones. En él existe la posibilidad de error.

A propósito de la implementación de las situaciones de aprendizaje, las clases son consideradas por los estudiantes como espacios participativos y colaborativos, arrojando diferencias sustantivas con relación a las respuestas de la primera etapa.

Categoría 7: Pensamiento crítico		
	Subcategorías	
Pregunta	Herramienta de información crítica	Valoración de las matemáticas
1.- ¿Crees que es importante saber matemáticas? ¿Por qué?		Sí: para seguir estudiando. Para medir cosas. Para saber cómo se medía antes.

		Para conocer cómo se mide en los hogares.
2.- ¿Para qué crees que te servirá saber matemáticas en el futuro?		Para saber cómo organizar al país.
3.- ¿Ves noticias o programas de información? ¿Crees que en ellos tratan cosas relacionadas con las matemáticas? ¿Por qué?	Las encuestas. Información relacionada con el medio ambiente.	

Las actividades realizadas en las situaciones de aprendizaje podrían explicar el cambio de percepción que los estudiantes manifiestan en esta categoría, en relación con las primeras entrevistas. En el desarrollo de estas respuestas, los estudiantes mencionan nuevamente la importancia de la matemática como herramienta para analizar las situaciones referidas al medio ambiente, relevando nuevamente el sentido que tiene para ellos esta temática, así como el cuidado de los animales. Con respecto a la valoración de las matemáticas, si bien se mantuvo en el ámbito de ser una herramienta para el ingreso a la universidad, mostró cambios en tanto que ahora, desde la perspectiva estudiantil, las matemáticas les permite saber cómo era el comportamiento de los antiguos seres humanos y de su familia, en las actividades de medir. A partir de sus respuestas es posible evidenciar que les causa curiosidad el mantener actividades matemáticas antiguas, como la medición con cuartas.

CAPÍTULO 7  
CONCLUSIONES, PERSPECTIVAS

## 7.1 CONCLUSIONES

En esta investigación se ha presentado la caracterización de un diseño de situaciones de aprendizaje con foco en la formación ciudadana. Los enfoques en que se sustenta el estudio, corresponden a la ciudadanía crítica. En este sentido, y en respuesta a las preguntas que guiaron el trabajo, a saber: P.1 ¿Cómo se caracteriza una propuesta, con foco en la formación ciudadana para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática escolar? P.2 ¿Qué sustentos teóricos permiten construir una propuesta coherente a este objetivo? P.3 ¿De qué manera podemos estructurar y evaluar una propuesta de estas características?; se diseñaron los siguientes objetivos:

- Objetivo general: diseñar una propuesta didáctica, con foco en la formación ciudadana crítica para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática escolar.
- Objetivos específicos:
  - a) Caracterizar teóricamente la formación ciudadana crítica en la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar.
  - b) Caracterizar el aula matemática coherente a una formación ciudadana crítica.
  - c) Desarrollar una propuesta didáctica con foco en la formación en ciudadanía crítica, para la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar.
  - d) Validar una propuesta didáctica con foco en la formación ciudadana crítica para la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar.
  - e) Analizar las percepciones estudiantiles antes y después de implementadas las situaciones de aprendizaje.

Comenzaremos informando que el primer objetivo específico se constituyó a partir de la revisión teórica, en ella se dio cuenta de las diversas posturas que



existen en términos de su conceptualización, especificando, por ejemplo, que algunas de ellas vinculan la formación ciudadana con aspectos relacionados a la cultura cívica, en tanto que otras, lo hacen en un sentido más amplio, incorporando la preocupación por el medio ambiente, la generación de espacios participativos, el desarrollo del pensamiento crítico y la apropiación de una mirada descolonizante. Así, desde la perspectiva de autores como Valero, Vanegas, Skovsmose, Freire, Santos de Sousa, entre otros, se llegó a la conclusión de incorporar en la categorización de ciudadanía una perspectiva crítica. A partir de esta decisión teórica, se categorizó, mediante la utilización metodológica de la operacionalización, la ciudadanía crítica en cuatro dimensiones con 13 subdimensiones.

- a) Identidad política
  - i. Comunidad y humanidad
  - ii. Solidaridad
- b) Descolonización
  - i. Asimetrías económicas
  - ii. Asimetrías de género
  - iii. Asimetrías culturales
- c) Participación activa
  - i. Colectividad
  - ii. Deliberación
  - iii. Coflexión
  - iv. Transformación
- d) Pensamiento crítico
  - i. Valoración de las matemáticas en la criticidad
  - ii. Uso para el análisis crítico del entorno
  - iii. Evolución crítica de su desarrollo
  - iv. La matemática como herramienta de información crítica

Categorizar esta variable supuso someterla a discusión, para evaluar sus grados de validez. En este sentido, se presentaron avances de su construcción y composición en los congresos de ICME 2016, RELME 2016, RELME 2017, RELME 2018, además de participar de una profusa discusión entre las investigadoras que participan de este estudio, tanto en el diseño como en su implementación. Así, la categorización de la ciudadanía siguió un ciclo que parte con la discusión teórica, continúa con la operacionalización y finaliza con la categorización. En términos formales, la finalización no es tal, ya que se espera seguir robusteciendo la concepción de ciudadanía crítica.

Un aula de matemáticas coherente con una formación ciudadana crítica

Se buscó caracterizar el aula matemática, con estrategias, herramientas, formas de interrelacionarse, gestión de aula y contenidos, que fuesen coherentes con la formación ciudadana. Luego de un amplio análisis teórico, que incluyó las perspectivas de Vanegas, Molina, Valero, Skovsmose, entre otros, se incorporaron elementos de caracterización para el aula escolar las siguientes dimensiones subdimensiones:

- a) Actividad crítica reflexiva
  - i. Reflexión crítica sobre el objeto
  - ii. Escenarios de investigación
  
- b) Práctica dialógica
  - i. Co-construcción
  - ii. Diálogo igualitario
  
- c) Reflexión crítica sobre el sujeto o comportamiento emancipador
  - i. Valoración de la matemática en la criticidad
  - ii. Uso para el análisis crítico del entorno
  - iii. Evolución crítica de su desarrollo

Al igual que la categorización de la variable ciudadanía, se recurrió a la teoría y una posterior operacionalización de la variable.

La categorización supuso someterla a discusión para evaluar su validez, de esta manera, se presentaron avances de su construcción y composición en los congresos de ICME 2016, RELME 2016, RELME 2017, RELME 2018.

Una propuesta didáctica de enseñanza para los aprendizajes matemáticos que forma en ciudadanía crítica

En este, el tercer objetivo específico, se desarrolló una propuesta didáctica con foco en la formación en ciudadanía crítica para la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar. Se recurrió a la propuesta de Bravo, Jiménez y Osandón, quienes incorporan el modelo de marco de referencias didácticas, que consiste en tres marcos de desarrollo: marco curricular, disciplinario y pedagógico.

Marco disciplinario: trata respecto de los contenidos matemáticos incorporados en las situaciones de aprendizaje. En este estudio se optó por el contenido de fracciones en quinto básico. Se justificó la decisión metodológicamente en dos sentidos: Primero, por conveniencia de la muestra, esto es, se seleccionó un quinto básico porque fue uno de los colegios que aceptó la intervención de las investigadoras. Y segundo, por las múltiples investigaciones que relatan la importancia de la temática para estudiantes de ese nivel, algunos de cuyos autores son Flores, Fandiño, Chamorro, Díaz, entre otros.

A partir del análisis del marco curricular propuesto por el Ministerio de Educación (Ministerio de Educación, 2018, p. 15), se seleccionaron aquellos objetivos coherentes con la propuesta de estudio. Los mismos se pueden

observar en la siguiente tabla.

Objetivos de aprendizaje ciudadano desde el saber	Conocimientos (ejes)	Habilidades	Actitudes	Objetivos de aprendizaje
Identidad política	Números y operaciones	Resolver problemas	Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.	Demostrar que comprenden las fracciones propias, representándolas de manera concreta, gráfica y simbólica. Creando grupos de fracciones equivalentes-simplificando, amplificando-de manera concreta, pictórica, simbólica, de forma manual y/o con software educativo.
Descolonización	Patrones y álgebra	Argumentar	Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.	
Acción participativa	Geometría	Modelar	Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas.	Demostrar que comprenden las fracciones impropias, de uso común, de denominadores 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 y los números mixtos asociados, usando material concreto y pictórico para representarlas de manera manual y/o con software educativo identificando y determinado equivalencias entre fracciones impropias y números mixtos, representando estas fracciones en la recta numérica.
	Medición	Representar	Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades.	
Pensamiento crítico	Datos y probabilidad		Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.	

Respecto de la gestión de la sala de clases y de los principales aspectos que se desarrollaran en ella, para el diseño de las situaciones de aprendizaje, se utilizaron la matriz de ciudadanía y la matriz de aula de matemáticas, generadas desde los constructos de Ciudadanía Crítica y Aula Matemática Crítica. De esta manera, las actividades propuestas tributaron a la ciudadanía crítica y la práctica dialógica, caracterizadas a partir de la teoría. Se concluyó en el diseño y construcción de 5 secuencias de aprendizaje, que incorporaron actividades de medición, razón y porcentaje.

Para validar la propuesta de diseño y experimentación para una formación ciudadana crítica en aulas de matemáticas, se recurrió a cuatro tipos de análisis.

El primero de ellos se relacionó con la pertinencia de la propuesta respecto de la formación en ciudadanía crítica. Para identificar esta pertenencia, se realizó un análisis de contenido de doble codificación, lo que significa que dos

investigadores externos al proyecto revisaron los discursos (situaciones de aprendizaje) y los codificaron de acuerdo a la matriz de clasificación construida, interceptando las dimensiones de ciudadanía crítica y de aula matemática. Esta matriz, informada en la elaboración teórica, permitió identificar a cuál de las dimensiones sea de ciudadanía o aula matemática tributa cada uno de los discursos.

Los resultados de esa codificación mostraron que los discursos tributan a 37 de las 39 categorías de clasificación. De acuerdo a los jueces, esto significa que la propuesta de situaciones tiene una alta pertinencia con la ciudadanía crítica. Las dos categorías no tributadas responden a la construcción de acción para superar las asimetrías económicas y la promoción del rol de la mujer en la sociedad y en las clases de matemáticas. Se espera en futuros diseños llegar a una tributación completa.

Es importante mencionar que la actividad seis no fue categorizada, lo que significa que ella no debería ser incluida en el rediseño.

Un segundo análisis evaluó la pertenencia de las actividades a los ambientes de aprendizaje, para lo cual se utilizó, al igual que en la pertinencia, el análisis de contenido con doble codificación. En este caso, los jueces codificaron de acuerdo a los ambientes de aprendizaje señalados por Skovsmose y su readecuación propuesta en este estudio.

Los resultados arrojaron que casi el 50% de las actividades propuestas responden a situaciones de la vida real que avanzan en la descolonización y que se configuran como escenarios de investigación, en tanto un 35% lo hace a situaciones de la vida real, lo que en términos teóricos significa que son actividades que podrían promover la ciudadanía crítica (Skovsmose, 2012).

De manera similar a los análisis anteriores, el tercer análisis recurrió al análisis discursivo; esta vez se utilizó el escalamiento tipo Likert para evaluar si las preguntas que componen el diseño son retadoras, es decir, promueven la reflexión de los sujetos sobre el objeto matemático, además de examinar si la estructura propuesta para desarrollar las actividades del panel recurren al diálogo igualitario. Tanto la concepción de “preguntas retadoras” como la de “diálogo igualitario” se construyeron a partir de la teoría. Los resultados muestran una alta consistencia dialógica de las situaciones de aprendizaje diseñadas. Se exceptúa la actividad 29, la que fue catalogada por los jueces como poco o nada retadora. Con relación a lo anterior, es importante manifestar que esta actividad debe ser removida o reformulada para ser incorporada en el rediseño. De igual forma, los jueces recomendaron realizar ajustes a las sugerencias presentadas a la profesora, con el objeto de dar mayor claridad respecto de la estructura dialógica diseñada.

Un último análisis consistió en un contraste entre los análisis a priori y a posteriori. El contraste busca identificar, desde la perspectiva de las investigadoras, las distancias entre los supuestos y los resultados. Por supuestos se entiende aquellas pretensiones respecto de lo que los estudiantes responderán o cómo actuarán. Estos supuestos tienen una fundamentación teórica y experiencial. Los resultados, en tanto, son las respuestas reales de los estudiantes, que son transcritas a partir de las textualidades provenientes de sus producciones, como las notas de campo tomadas en las intervenciones.

El contraste arrojó los resultados que siguen:

**Situación 1:** Los estudiantes recurrieron a mencionar huinchas y reglas. De acuerdo a esto, es preciso buscar la estrategia para que ellos busquen otras formas de medida. Incorporar la actividad al diseño definitivo podría reportar formas de medir que sean más naturales para los estudiantes y los conecte con las matemáticas en tanto actividad humana.

**Situación 2:** Los estudiantes manifestaron problemáticas respecto de las definiciones y usos de lo largo y lo ancho. Así mismo, no pudieron resolver las actividades en grupos relacionadas con la longitud. La discusión dada y las respuestas entregadas permiten aseverar que los estudiantes no reconocen qué es una magnitud ni tampoco qué es una longitud, a diferencia de lo que se esperaba, a partir de las conversaciones con la docente a cargo. En este contexto, es imprescindible que el rediseño incorpore una situación específica para el trabajo de magnitudes.

También es necesario que el rediseño busque las estrategias para que los estudiantes midan de manera más exacta las longitudes y emerja, así, el fraccionamiento, ya que a diferencia de los supuestos investigativos, los estudiantes no recurrieron al fraccionamiento para medir. Una posibilidad es que la actividad diga específicamente que usen los patrones de medida para que deban recurrir a fraccionar en busca de la medida más exacta.

El trabajo en grupo tiene mayor consistencia, aparece la coflexión y los estudiantes desarrollan diálogos colaborativos, acostumbrándose clase a clase al trabajo grupal y manifestando su valoración por las actividades tipo panel.

**Situación 3:** La coflexión se transforma en la estrategia de trabajo de los estudiantes. Estos participan dinámicamente en el desarrollo de las actividades grupales. A partir del panel, dada en la actividad anterior, emergen en los trabajos grupales los fraccionamientos y el cuestionamiento de las fracciones en términos de su uso e importancia en el mundo de hoy. Al respecto, los estudiantes tensionan la discusión, proponiendo para realizar mediciones, las unidades de medida convencionales. La zona de citas emerge como estrategia poderosa para la argumentación en la zona de panel.

**Situación 4:** Los estudiantes reconocen las partes y el todo, así como el todo de una parte, no manifestando mayor diferencia con los supuestos investigativos. De igual manera, reconocen asimetrías económicas y utilizan cuantificadores simples.

**Situación 5:** Esta situación representó para los estudiantes, la actividad más fácil, en sus palabras, reconocen el porcentaje como una herramienta de comparación y no tienen mayores dificultades en trabajar con él. Distribuyen los ingresos propuestos considerando, al igual que los supuestos investigativos, la salud y la educación como derechos claves en la sociedad. Nuevamente el panel y la zona de citas emergen como espacios valorados por los estudiantes.

Análisis de percepciones estudiantiles antes y después de vivenciadas las situaciones de aprendizaje.

Dado el foco en ciudadanía crítica en el aula de matemática, interesó enriquecer los análisis de contraste de las evidencias de producciones en las actividades analizando las percepciones estudiantiles antes y después de implementadas las situaciones de aprendizaje, para validar, desde la mirada estudiantil, la propuesta de situaciones de aprendizaje. Con tal propósito se elaboró una pauta de entrevista, diseñada a partir de la operacionalización de las dos variables que componen este estudio y que fue validada por tres jueces, de manera de responder al objetivo.

Posteriormente, se entrevistó a estudiantes tanto antes de aplicar la propuesta de aprendizaje, como después de su aplicación. El criterio para determinar el número de estudiantes seleccionados se correspondió con una saturación teórica, en ambos casos. Al comparar los discursos que emergieron antes y después de aplicada la propuesta, se obtuvieron los siguientes



resultados:

- Desaparecieron nociones punitivas respecto a las matemáticas, tales como: sentimientos de frustración y angustia, matemáticas solo para quienes tienen habilidades o capacidades, matemáticas por obligación.
- Se siguieron manteniendo, en términos generales, nociones tales como la profesora es depositaria del saber.
- Emerge la valoración de espacios dialogantes y colaborativos, y dicha valoración se traslada a las matemáticas, considerándolas como herramientas y no como saberes estáticos.
- Aparecen preocupaciones que no habían sido consideradas por las investigadoras, tales como el medio ambiente y el cuidado de los animales. Las matemáticas, en este contexto, se configuran para los estudiantes como herramientas de información, respecto de la vulneración de la naturaleza.
- A partir de las actividades, los estudiantes reconocen que las matemáticas muestran asimetrías económicas y que es posible, en el aula matemática, visibilizar tales problemáticas. Concuerdan en que el espacio áulico es para la discusión, pero donde no es posible generar cambios en él.

Para finalizar, es preciso mencionar que el análisis de ambas entrevistas reveló la importancia que los estudiantes le otorgan a los espacios colaborativos, discurso que se hizo patente en todas las entrevistas.

## 7.2 LIMITACIONES Y PERSPECTIVAS

Si bien fue permitido realizar las actividades de aprendizaje, no fue posible grabar las clases o intervenir en todas ellas, razón por la cual no se pudo constatar de qué manera funcionan internamente los grupos de trabajo.

El marco curricular, limitó la amplitud de contenidos propuestos en las actividades de aprendizaje pues se permitió la implementación de la actividad solo si la misma tributaba a los contenidos específicos de la asignatura. En ese sentido, la investigación se ve restringida a los planes y programas oficiales, inhibiendo la posibilidad de construir objetivos de aprendizaje específicos con un lineamiento en la ciudadanía crítica.

Respecto de las perspectivas futuras en investigación, algunas formas posibles de continuar el trabajo investigativo serían:

- Rediseñar una propuesta que incorpore los cambios expresados en las conclusiones.
- Analizar cognitivamente los resultados estudiantiles, utilizando para esto modelos como las teorías ontosemióticas y APOE, entre otras y desde la base de últimos resultados de investigación y desarrollo en enseñanza para los aprendizajes de fracciones, según diversidad de marcos.
- Elaborar propuestas curriculares según procesos de mejoras continuas que contemplen elementos de las dimensiones que tributan a la formación en ciudadanía crítica, de manera que esta perspectiva en propuestas que no se restrinjan al área humanista.
- Realizar análisis comparativos, utilizando la concepción de ciudadanía crítica, entre los diseños curriculares actuales de distintas disciplinas, modelos educativos, países de América Latina pertenecientes a OCDE y no pertenecientes, identificando cuál es su real tributación a la

constitución de las nuevas ciudadanía que requieren, tanto los tiempos que se viven, como aquellos que se avizoran irrumpirán con velocidades crecientes.

## BIBLIOGRAFÍA

- Almond, G., & Verba, S. (1963). *The civic culture: Political attitudes and Democracy in Five Nations* . London : SAGE.
- Andrade, T., & Guzmán, I. (2018). Educación Matemática y formación ciudadana. Un estudio que confronta la matemática escolar, el currículo y las prácticas docentes. *Paradigma*, 320-332.
- Arias , R., & Peralta, H. (2011). La enseñanza, una puerta para la complejidad y la crítica. *Estudios pedagógicos*, 37(1), 293-302.
- Bourdieu, P. (1999). *La miseria del mundo* . Madrid: Akal.
- Callejo, M., & Goñi, J. (2010). *Educación matemática y Ciudadanía*. Barcelona, España: Grao.
- Canales, M. (2006). *Metodología de la investigación*. Santiago : LOM.
- Cantarelli , M. (2016). La estructura democrática como problema político. En P. Gonzalez, & G. Celedon , *Reflexiones con Jacques Rancière* (págs. 23-33). Valparaíso : Pensamiento .
- Cardenas, Y., & Muñoz, D. (2014). Educación matemática crítica y análisis didáctico: Una propuesta de construcción de saberes matemáticos en contextos de conflicto social en la institución educativa nuevo Horizonte de la ciudad de Medellín. Medellín.
- Castro, I. (2015). Una socioepistemología del pensamiento proporcional desde prácticas socioescolares de estudiantes de profesorado. Santiago, Chile.
- Cerda, A. (2004). *El complejocamino de la formación ciudadana* . Santiago : LOM.
- Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Pearson.
- Corbetta, P (2007) *Metodología y técnicas de investigación social*. Madrid: Mc GrawHill.

- Cordero, F. (2003). Lo social en el conocimiento matemático: Los argumentos y la reconstrucción de significados. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 16(1), 73-79
- Cortina , A. (1997). *Ciudadanos del mundo. Hacia una teoría de la ciudadanía*. Madrid : Alianza .
- Cortina, A. (2010). *Justicia cordial* . Madrid: Trotta.
- Crook, C. (1994). *Computers and the collaborative experience of learning*. London : Routledge.
- Cox, C., Bascopé, M., & Lira, R. (2015). Tipos de ciudadano en los currículos del autoritarismo y la democracia. En C. Cox, & J. Castillo (Edits.), *Aprendizaje de la ciudadanía: Contextos, experiencias y resultados* (págs. 245-281). Santiago: Ediciones UC.
- Cox, C., & Garcia, C. (2015). Objetivos y contenidos de la formación ciudadana escolar en Chile 1996-2013: Tres currículos comparados. En C. Cox, & J. Castillo (Edits.), *Aprendizaje de la ciudadanía: Contextos experiencias y resultados* (págs. 283-318). Santiago: Ediciones UC.
- Cox, C., & Castillo , j. (Edits.). (2015). *Aprendizaje de la ciudadanía: contextos, experiencias y resultados*. Santiago : Ediciones UC .
- Da Silva, T. (1998). Cultura y curriculum como práctica de significación. *Estudios del curriculum*, 1(1).
- Da Silva, T. (1999). *Documentos de identidade*. Belo Horizonte, Brasil: Autentica .
- Da Silva , T. (2001). Dr. Nietzsche, curricularista, con aportes del profesor Deleuze: Una mirada post-estructuralista de teoría del currículo.
- Denzin,N & Lincon, Y (2005). *The landscape of qualitative research: Theories and issue*. Thousand Oaks, C.A: Sage Publications Ltda.*Pensamiento Educativo* , 29, 15-36.

- Díaz, L. (1998) Reflexiones didácticas en torno a fracciones, razones y proporciones. Módulo de matemática del Grupo de Profesionales de Trabajo del Ministerio de Educación: Santiago, Chile. Programa MECE/Educación Media.
- Díaz, L. (2004). Construyendo relaciones benéficas entre imaginarios culturales y los aprendizajes matemáticos. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17(1),10-20.
- Escolano, R. & Gairín, J.m. (2005). Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. *Revista Unión de Educación Matemática*, (1),17-35.
- Ehman, L. (1980). The American School in the Political Socialization Process. *Review of Educational Reserch*, 50(1), 99-119.
- Flores, R. (2010). Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria. Tesis doctoral. México, D.F: Instituto Politécnico Nacional.
- Freire, P. (1990). *La naturaleza política de la educación. Cultura, poder y liberación* . Barcelona : Paidós .
- Flick, U. (2015). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid, España: Ediciones Morata.
- Galston, W. A. (2001). Political knowledge, political engagement, and civic education. *Annual Review of Political Science*, 4(1), 217–234.
- Gimeno, J. (2002). *Educación y convivir en la cultura global*. Madrid : Morata .
- Godino, J. (2004). Didáctica de las Matemáticas para Maestros, Manual para el estudiante. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Gómez García, M. (2002). Estudio teórico, desarrollo, implementación y evaluación de un entorno de Enseñanza Colaborativa con soporte

Informático (CSCL) para Matemáticas. Tesis doctoral. Madrid:  
Universidad Complutense de Madrid.

- Gómez, H. (2015). Análisis crítico del discurso. *Estudios Pedagógicos*, 41(1).
- Gómez, H. (2011). Discursos del curriculum de formación inicial docente de Pedagogía en educación Básica, desde una perspectiva de género. Santiago, Chile.
- Gómez-Chacón, I. M. (2010). Matemáticas una mente disciplinar, mente creativa, mente ética. Una propuesta de educación ciudadana. En M. L. Callejo, & J. M. Goñi, *Educación matemática y ciudadanía* (1 ed., Vol. 1, págs. 59-87). Barcelona, España: Grào.
- Goñi Zabala, J. M. (2010). La aspiración a la ciudadanía y el desarrollo de la competencia matemática. En M. L. Callejo, & J. M. Goñi, *Educación matemática y ciudadanía* (Vol. 1, págs. 11-58). Barcelona: Grào.
- Goñi, J. (2010). La aspiración a la ciudadanía y el desarrollo de la competencia matemática. En M. Callejo, & J. Goñi, *Educación Matemática y ciudadanía* (págs. 11-58). Barcelona, España: Grao.
- Guerrero, O. (2008). Educación matemática crítica. influencias teóricas y aportes. *Evaluación & Investigación*, 1(2), 24-41.
- Gutstein, E. (2003). Teaching and Learning Mathematics for Social Justice in an Urban, Latino School. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37-73.
- Hahn, C. (2010). Comparative civic education research: What we know and what we need to know. *Citizenship Teaching and learning*, 6(1), 5-23.
- Hernández, R. S., Fernández, C. C., & Baptista, M. L. (2003). *Metodología de la investigación*. Ciudad de México, México: Mc Graw Hill.
- ICCS (2009) Resultados iniciales del Estudio Internacional de Educación Cívica y Ciudadanía. Ámsterdam. Países bajos.
- ICCS (2009) Estudio Internacional sobre Educación Cívica y Ciudadanía. Madrid, España.

- Jimenez, M. S., Bravo, L. P., & Osandón, L. M. (2013). La construcción de la ciudadanía contemporánea: nuevas posibilidades para la enseñanza de la historia. En *La didáctica de la historia y la formación de ciudadanos en el mundo actual* (págs. 203-224). Santiago: Dirección de Bibliotecas, Archivos y Museos.
- Keitel, C., & Vhital, R. (2008). Mathematical Power as Political Power—The Politics of Mathematics Education. En P. Clarkson, & N. Presmeg, *Critical Issues in Mathematics Education* (págs. 167-190). Springer .
- Kerr, D. (2012). Comparative and international perspectives on citizenship education. En J. Arthur, & H. Cremin (Edits.), *Debates in citizenship education*. Londres: Routledge.
- Larrain, A., & Freire, P. (2016). La argumentación oral en la enseñanza de ciencias ¿qué sabemos acerca de sus beneficios para el aprendizaje y como promoverla? En J. Manzi, & M. Garcia (Edits.), *Abriendo las puertas del aula: transformación de las prácticas docentes* (págs. 263-292). Santiago, Chile: Ediciones UC.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situate learning: Legitimate peripheral participation* . Cambrige: University Press.
- Llinarez, S. & Sánchez, M. (1988). Fracciones. La Relación Parte-Todo. Madrid: Síntesis.
- Lizcano, E. (1993) Imaginario colectivo y creación matemática. México: Gedisa.
- Mardones, R. (2015). El paradigma de la educación ciudadana en Chile: Una política pública inconclusa. En C. Cox, & J. Castillo (Edits.), *Aprendizaje de la ciudadanía: Contextos, experiencias y resultados* (págs. 145-173). Santiago, Chile: Ediciones UC.
- Maza Gómez, C, & Arce Jiménez, C. (1991). Ordenar y clasificar: Madrid: Síntesis.
- Merton, R. Kiske, M. y Kendal, P. (1956). The Focused Interview. Glencoe, Ill. Free Press.



- MINEDUC. (2004). *Formación ciudadana en el currículum de la reforma* .  
Santiago: Ministerio de Educación, Gobierno de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación.
- MINEDUC (2018). Planes y estudios de la educación básica: 4º, 5º, 6º, 7º 8º año.
- Ministerio de Educacion . (2 de septiembre de 2018). *mineduc.cl*. Obtenido de [www.mineduc.cl](http://www.mineduc.cl)
- Molina , M. (2006). Desarrollo del pensamiento relacional y comprensión swl signo igual por alumnos de terero de educación primaria . Granada, España.
- Niemi, R., & Junn, J. (1998). *Civic education: What Makes Students Learn*. New Haven: Yale University Press.
- Noreña, A., Alcaraz-Moreno, N., Rojas, J., & Rebolledo-Malpica, D. (12 de 2012). aplicabilidad de los criterios de rigor y éticos en la investigación cualitativa. *AQUICHAN*, 12(3), 263-274.
- Onrubia, J. (1993). Interactividad e influencia educativa en la enseñanza/aprendizaje de un procesador de textos: una aproximacion teorica y empírica. *Anuario de psicología*(58), 83-103.
- Pardo, C. (2001). Primer estudio internacional comparativo sobre Lenguaje, Matemática y factores asociados, para alumnos del tercer y cuarto grado de la Educación Básica. (técnico). Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación. Santiago, Chile: Unesco.
- Peña, C. (2015). Escuela y vida cívica. En C. Cox, & J. Castillo, *Aprendizaje de la ciudadanía: Contextos experiencias y resultados*. Santiago, Chile : Ediciones UC.
- Quispe, W. Gallardo, J. & González, J.L (2008). ¿Qué comprensión de la fracción fomentan los libros de Matemáticas Peruanos? Cusco, Perú: Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco-CUE.

- Santos, B de Sousa. (2006). *A gramática do tempo: para uma nova cultura política*. Oporto: Afrotamento.
- Santos, B de Sousa. (2011). *El milenio huérfano*. Bogotá: Tortta/llsa.
- Santos, B de Sousa. (2013). *De la mano de Alicia* . Bogotá: Siglo del hombre .
- Santos, B de Sousa. (2014). *descolonizar el saber, reinventar el poder* . Santiago : LOM.
- Sapiro, V. (2004). Not your parents' political socialization: Introduction for a New Generation. *Annu. Rev. Polit. Sci.*(7), 1-23.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* . Bogotá: Una empresa docente .
- Skovsmose, O., & Valero, P. (2012). Acceso democrático a ideas poderosas. En P. Valero, & O. Skovsmose, *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (págs. 25-61). Bogotá : Ediciones Uniandes .
- Skovsmose, O., & Valero, P. (2012). Rompiendo la neutralidad política. En P. Valero, & O. Skovsmose, *Educación matemática crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (págs. 1-24). Bogotá : Uniandes .
- Skovsmose, O. (2012). Escenarios de investigación. En P. Valero, & O. Skovsmose, *Educación matemática crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (págs. 109-130). Bogotá: Uniandes.
- Solano-Alpizar, J. (2015). Descolonizar la educación o el desafío de recorrer un camino diferente. *Revista electrónica educare*, 19(1), 117-129.
- Stermann, J. (2014). Colonialidad, descolonización e interculturalidad: apuntes desde la filosofía intercultural. *Polis Revista Latinoamericana* , 347-368.
- Taylor , S. Y Bogdan, R. (1987) *Introducción a los métodos cualitativos de investigación: la búsqueda de significados*. Barcelona: Editorial Paidós.

- Tham , M. T. (2014). LA IMPLEMENTACIÓN DEL CURRÍCULUM ESCOLAR DE FORMACIÓN CIUDADANA Las experiencias de estudiantes y profesores de 8o Básico. *Tesis* . Santiago, Santiago, Chile.
- Tham, M. T. (2014). La implementación del currículum escolar de formación ciudadana. Las experiencias de estudiantes y profesores de 8o Básico. Santiago, Chile.
- Valero , P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante* , 11(1), 49-59.
- Valero, P., & Skovsmose, O. (2012). *Educación Matemática crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* . Colombia: Uniandes.
- Valero, P., Andrade-Molina, M., & Montecino, A. (2015). Lo político en la Educación Matemática: De la Educación Matemática Crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 287-300.
- Vanegas, Y., & Giménez, J. (2010). Aprender a enseñar matemáticas y educar en ciudadanía. En M. Callejo, & J. Goñi , *Educación matemática ciudadanía* (Vol. 282, págs. 147-166). Barcelona, España : Grao.
- Vanegas, Y. (2013). Competencias ciudadanas y desarrollo profesional en matemáticas . *Tesis Doctoral* .
- UNESCO. (2008). *Primer reporte SERCE: Los aprendizajes de los estudiantes de América latina y el Caribe*. UNESCO.
- Unzeta, S. (2012). Algunas reflexiones preliminares para la formación de una ciudadanía crítica para la emancipación. *Integra Educativa*, 5(2), 119-137.
- Wagner, P. (1997). Sociología de la modernidad. Ediciones Altaya, Madrid, España

# ANEXOS

## ANEXO 1



### **Pauta de codificación criterios de pertenencia**

De acuerdo a los criterios teóricos expuestos más abajo, codifique cada una de las sentencias discursivas, en uno y sólo uno de los ambientes de aprendizaje propuestos (1, 2, 3, 4, 5, 6,7 u 8) Si considera que alguna de las sentencias no puede ser codificada entre los ambientes propuestos le sugerimos escribir la indicación en la sección observaciones.

### **Criterios teóricos**

Ambiente de aprendizaje	Características
1	Se caracterizan por utilizar matemáticas puras para la resolución de ejercicios de una sola respuesta.
2	Presentan actividades utilizando matemáticas puras, y a partir de ellas es posible realizar preguntas o buscar explicaciones.
3	Proponen ejercicios matemáticos relacionados con realidades imaginadas, por lo que no poseen impresiones sensoriales.
4	Contienen referencias a la semirrealidad y a partir de ellas invitan a la exploración y explicación de los fenómenos.
5	Hacen referencia a situaciones de la vida real para resolver ejercicios de una respuesta.
6	Proponen situaciones de la vida real invitando a cuestionarlas y/o explicarlas.
7	Contienen ejercicios referidos a situaciones problemáticas descolonizantes.
8	Se caracterizan por problematizar, cuestionar y explicar situaciones referidas a problemáticas descolonizantes.

### **Sentencias discursivas y codificación**

Actividad inicial

Traer desde sus casas formas de medir que **NO** sean las convencionales (huincha, regla, balanza)

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Tienen 4 tipos de elementos, palos de helado, de fósforo, lápiz grafito y un trozo de cinta, deben tratar de mantenerlos cerca para que no se pierdan, con ellos:

1.- ¿Cuántos palos de fósforo miden las longitudes del largo y del ancho de tu libro de matemática?

Respuestas: \_\_\_\_\_ palos de fósforo de largo, \_\_\_\_\_ palos de fósforo de ancho.

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

2.- ¿Con cuál de los elementos entregados mediarían la longitud más larga de la pizarra? ¿Por qué eligieron ese patrón?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

3.- ¿Cuántos palos de helado mide la longitud del lápiz grafito?

Respuesta: \_\_\_\_\_ palos de helado.

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

4.- ¿Cuántos lápices grafito mide la longitud de un palo de fósforo?

Respuesta: \_\_\_\_\_ lápices grafito.

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

5.- ¿Con qué elemento medirían el “contorno” de la plantilla circular? ¿Por qué elegirían ese patrón?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

6.- Utilizando la información del punto anterior completen la siguiente tabla.

La medición	La magnitud que se midió	La unidad de medida utilizada	El valor obtenido en la medición
Largo del libro de matemática			
Ancho del libro de matemática			
Longitud más larga de la pizarra			
Longitud más larga del lápiz grafito			
Contorno de la plantilla circular			

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Con su grupo discutan respecto a los resultados obtenidos en las actividades anteriores y escriban posibles respuestas a lo siguiente (si es necesario pueden dibujar)

7.- ¿qué es una longitud? ¿Tiene alguna forma especial?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

8.- ¿cómo podemos medir exactamente la longitud de los objetos?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

9.- ¿las respuestas de los otros grupos serán iguales a las nuestras? ¿Por qué?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

10.- ¿qué pasa con la exactitud en la medición de longitudes? ¿De qué manera podemos como grupo realizar una medición más exacta?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

11.- A partir de lo observado durante el desarrollo de las actividades, presenten sus resultados al resto del curso, en formato panel, utilizando para ello el material de exposición que se les entregó.

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Tienen 3 elementos, palos de fósforo, varilla y cinta, mantengan siempre el material ordenado y listo para usar. Recuerden que es muy importante escuchar con respeto, lo que dicen los compañeros y compañeras.

12.- Si es necesario medir el ancho de la cancha del colegio ¿qué patrón de medida es el más adecuado para realizar la actividad? ¿Por qué?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

13.- ¿cuál sería el resultado de esa medición? Escriban o dibujen las respuestas

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

14.- ¿Cuántos palos de helado mide el largo de la cancha del colegio? Pueden utilizar la estrategia que consideren adecuada para realizar la medición

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

15.- ¿qué estrategia podrían utilizar para que la medición sea más fácil de realizar?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

16.- Mide las siguientes longitudes con tus palos de fósforo y expresa los resultados abajo. (Pueden pegar los palos de fósforo, marcarlos o utilizar la estrategia que consideren necesaria)

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

---

### Palito derecho

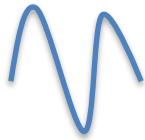
La longitud **de palito derecho** mide \_\_\_\_\_ palos de fósforo

---

### Palito chico

La longitud **palito chico** mide \_\_\_\_\_ palos de fósforo

### Palito chueco



La longitud **palito chueco** mide \_\_\_\_\_ palos de fósforo

Con su grupo conversen y busquen como responder a lo siguiente: pueden utilizar palabras, dibujos o lo que consideren necesario para explicar lo que piensan.

17.- ¿Los resultados son iguales o parecidos en las mediciones palito chico **palito grande**? ¿Por qué?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

18.- ¿podrían reconocer en cuál o cuáles de las longitudes se utilizaron más de una unidad del patrón de medida para expresar el resultado?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

19.- En alguna de las longitudes **palito chico, palito grande o palito chueco**

¿Se utilizó una sola unidad del patrón de medida para expresar la longitud?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

20.- ¿algunas de las mediciones fue más difícil de realizar? ¿Por qué? ¿Y cuál fue la más fácil y por qué?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_



21.- Esta vez tenemos el resultado de una medición en palitos de fósforo. Marquen el o los palitos que se utilizaron para llegar a ese resultado.

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Resultado de la medición      Marquen el o los palitos necesarios para expresar la medición

$$\frac{2}{3}$$



$$1 \frac{4}{8}$$



$$\frac{4}{2}$$



$$\frac{5}{3}$$



Durante el primer semestre de este año se realizó una encuesta en la comuna de San Miguel.

Se encuestaron a 3.500 personas y se les hicieron 3 preguntas

1.- ¿Ud. siente que le faltan recursos económicos para ser feliz?

1.300 personas de las 3.500 encuestadas se declararon felices

2.- ¿Ud. Piensa que en Chile los recursos del país se distribuyen injustamente?

2.600 personas de las 3.500 encuestadas creen que los recursos en Chile se distribuyen injustamente.

3.- ¿Ud. Piensa que el estado Chileno debería invertir más recursos en educación?

2.800 personas de las 3.500 encuestadas consideran que el gobierno debería invertir más recursos económicos en educación.

II.- Respondan en grupo:

22.- De acuerdo a la segunda pregunta, ¿qué parte de los encuestados piensa que se distribuyen mal los recursos?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

23.- De acuerdo a la tercera pregunta, ¿cuántas de las personas encuestadas consideran que se deberían invertir más en educación?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

24.- ¿crees que los recursos económicos son importantes para ser feliz? ¿Por qué?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Realicen la siguiente encuesta entre su grupo y luego completen la tabla

25.- ¿crees que cuando seas grande y puedas entrar a la universidad tu familia la podrá pagarla?

Si \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron sí)

No \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron no)

Total de personas del grupo \_\_\_\_\_

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

26.- ¿De acuerdo a estos resultados podríamos decir que todas las personas pueden entrar a la universidad? ¿Por qué?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

27.- ¿creen que en Chile es posible ser feliz sin mucho dinero?

Si \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron sí)

No \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron no)

Total de personas del grupo \_\_\_\_\_

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

28.- ¿cuánto dinero creen que se necesita para ser feliz?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Respondan en grupo las siguientes preguntas:

29.- ¿qué entienden Uds. por distribución de ingresos?

Respuesta:

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Observa los siguientes datos:

País	Porcentajes de inversión en educación
Bolivia	7% del total de los recursos del año
México	5% del total de los recursos del año
Chile	4% del total de los recursos del año
Argentina	6% del total de los recursos del año

Respecto a estos porcentajes:

30.- ¿cuál de los países de América Latina invierte más en educación? ¿Por qué?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

31.- ¿cuál de los países americanos invierte menos en educación? ¿Por qué?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

32.- ¿Creen que es importante invertir en educación? ¿Por qué?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Ahora analicen estos datos ficticios de nuestro país

Tabla A

Tipo de gasto	Porcentaje
Salud	5%
Educación	4%
Vivienda	25%
Servicios ejecutivos	6%
Defensa	20%
Orden público y seguridad	9%
Cultura	1%
Comunidad	5%
Deporte	1%
Total	100%

Estos porcentajes son una manera de repartir o distribuir el dinero de nuestro país. Al igual que nuestros padres en casa reparten el sueldo para todos los gastos, el gobierno gasta el dinero del país en los gastos de sus ciudadanos. En el caso de nuestros padres el total de los sueldos es el 100%, que representa a todo el dinero que tienen para gastar.

En el gobierno también tienen un 100% pero ese 100% es mucho mayor que los ingresos de nuestras familias

33.- ¿en qué crees que se diferencian ambos 100%, el de nuestro hogar y el 100% de nuestro país?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

34.- Si Uds. tuviesen el poder de cambiar esta distribución de los recursos de Chile, ¿cómo repartirían ese 100%? Completen la tabla B con la forma en que Uds. organizarían el 100% del dinero de Chile. Expliquen en sus papelógrafos esta nueva distribución y los motivos de por qué lo decidieron así.

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Tabla B

Tipo de gasto	Porcentaje
Salud	____%
Educación	____%
Vivienda	____%
Servicios ejecutivos	____%
Defensa	____%
Orden público y seguridad	____%
Cultura	____%
Comunidad	____%
Deporte	____%
Total	100%

## ANEXO 2



### Pauta de codificación criterios de pertinencia

De acuerdo a los criterios teóricos expuestos más abajo, codifique cada una de las sentencias discursivas, en el o los criterios que representan de mejor manera el objetivo de la actividad propuesta y lo que busca promover al ser realizada. Si considera que alguna de las sentencias no puede ser codificada entre los criterios propuestos, le sugerimos escribir las observaciones en el espacio destinado para ello.

#### Criterios de ciudadanía

	Actividad crítica reflexiva (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo )	Práctica-dialógica (Metodología)	Reflexión crítica sobre el sujeto (comportamiento emancipador)
Comunidad y humanidad	Impulsar matemáticas que busquen resolver problemáticas relacionadas con el bienestar de las personas y el cuidado del medio ambiente.	Incentivar el trabajo en aula mediante enfoques colaborativos para la resolución de problemáticas humanas	Manifestar una actitud cuestionadora de la producción de consumo y su trato al medio ambiente
Actividad			
Solidaridad y convivencia	Promover el reconocimiento de ideas y formas diferentes de resolver y pensar matemáticamente	Promover la escucha atenta de las argumentaciones estudiantiles y el uso del ítem "citas"	Identificar derechos y deberes en convivencia con otros
Actividad			

	Actividad crítica reflexiva (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo )	Práctica-dialógica (Metodología)	Reflexión crítica sobre el sujeto (comportamiento emancipador)
Asimetrías económicas	Promover la utilización de la matemática para identificar, evaluar y transformar condiciones económicas desfavorables no limitadas al consumo.	Construir colectivamente estrategias de acción para superar asimetrías económicas	Cuestionar la organización social desde la economía interviniendo con actitudes investigadoras
Actividad			
Asimetrías de sexo y/o género	Promover discusiones sobre el rol de las mujeres en la sociedad y la importancia de sus aportes en la historia de las matemáticas	Contribuir a establecer equiparidad de género	Potenciar y valorar la presencia de compañeras en las actividades.
Actividad			
Asimetrías culturales	Promover la resolución de problemas desde distintas miradas epistémicas. Incentivando la experiencia personal y la intuición estudiantil. -Incentivar la comprensión de los diferentes roles de la matemática cambiante y compleja y su papel en el entendimiento de lo social, físico y natural	Impulsar ritmos de aprendizaje diversos en aula, privilegiando la construcción de conocimientos matemáticos en red de prácticas por sobre conceptualizaciones lineales.	Cuestionar el poder de las matemáticas y el ejercicio de ese poder.
Actividad			

	Actividad crítica reflexiva (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo )	Práctica dialógica (metodología )	Reflexión crítica sobre el sujeto (comportamiento emancipador)
Colectividad	Discutir la construcción social de las matemáticas a partir de la valoración de las opiniones y percepciones de un otro	-Incentivar el diálogo como instancia de resolución de conflictos y el empoderamiento de los estudiantes a partir del relato hablado y escrito de sus experiencias individuales y colectivas	Valorar las percepciones de otro al igual que sus suposiciones e intuiciones
Actividad			

Deliberación	Desarrollar acciones en la matemática educativa que promuevan diálogos deliberativos e igualitarios	Promover la resolución pacífica de conflictos.	Valorar el diálogo igualitario y deliberativo
Actividad			
Coflexión	Reflexionar sobre la matemática como un saber construir socialmente	Generar espacios de reflexión colectivos para la resolución de prácticas matemáticas	
Actividad			
Transformación	Incentivar el diálogo sobre procesos en la clase de matemática que contribuyan a tener relaciones sociales armónicas	Diseñar procesos de evaluación del conocimiento a partir de la articulación y argumentación	Diseñar procesos de autorreflexión y reflexión del conocimiento
Actividad			

	Actividad crítica reflexiva (conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo )	Práctica dialógica (metodología )	Reflexión crítica sobre el sujeto (comportamiento emancipador)
Valoración de las matemáticas en la criticidad.	Valorizar las matemáticas, su interpretación, modelización, la síntesis y la construcción tecnológica que permite	Incentivar el diálogo como instancia de resolución de conflictos y el empoderamiento de los estudiantes a partir del relato hablado y escrito de sus experiencias individuales y colectivas	Manifestar una actitud cuestionadora
Actividad			
Uso para el análisis crítico del entorno	Construir y desarrollar matemáticas desde la experimentación y conectadas al contexto social.	Valorar la experimentación y análisis de los resultados de esa experimentación	Asumir una actitud investigativa en el desarrollo de las actividades
Actividad			
Evolución crítica de su desarrollo	Promover discusiones en las cuales existan contrastes entre las bondades de la matemática	Promover conflictos argumentativos de manera de exponer la reflexividad de la construcción matemática	Asumir la capacidad de equivocarse y de interpretar esos errores de manera crítica
Actividad			
La matemática como herramienta de información crítica	Valorización de la matemática para elaborar, interpretar, concluir y tomar decisiones.	Valoración de la discrepancia fundada respecto de información entregada por instituciones o medios de comunicación	Analizar críticamente la información procedente de medios de comunicación o redes sociales
Actividad			



Observaciones:

### **Sentencias discursivas**

Actividad inicial

Traer desde sus casas formas de medir que **NO** sean las convencionales (huincha, regla, balanza)

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Tienen 4 tipos de elementos, palos de helado, de fósforo, lápiz grafito y un trozo de cinta, deben tratar de mantenerlos cerca para que no se pierdan, con ellos:

1.- ¿Cuántos palos de fósforo miden las longitudes del largo y del ancho de tu libro de matemática?

Respuestas: \_\_\_\_\_ palos de fósforo de largo, \_\_\_\_\_ palos de fósforo de ancho.

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

2.- ¿Con cuál de los elementos entregados mediarían la longitud más larga de la pizarra? ¿Por qué eligieron ese patrón?

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

3.- ¿Cuántos palos de helado mide la longitud del lápiz grafito?

Respuesta: \_\_\_\_\_ palos de helado.

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

4.- ¿Cuántos lápices grafito mide la longitud de un palo de fósforo?

Respuesta: \_\_\_\_\_ lápices grafito.

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

5.- ¿Con qué elemento medirían el “contorno” de la plantilla circular? ¿Por qué elegirían ese patrón?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

6.- Utilizando la información del punto anterior completen la siguiente tabla.

La medición	La magnitud que se midió	La unidad de medida utilizada	El valor obtenido en la medición
Largo del libro de matemática			
Ancho del libro de matemática			
Longitud más larga de la pizarra			
Longitud más larga del lápiz grafito			
Contorno de la plantilla circular			

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Con su grupo discutan respecto a los resultados obtenidos en las actividades anteriores y escriban posibles respuestas a lo siguiente (si es necesario pueden dibujar)

7.- ¿qué es una longitud? ¿Tiene alguna forma especial?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

8.- ¿cómo podemos medir exactamente la longitud de los objetos?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

9.- ¿las respuestas de los otros grupos serán iguales a las nuestras? ¿Por qué?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

10.- ¿qué pasa con la exactitud en la medición de longitudes? ¿De qué manera podemos como grupo realizar una medición más exacta?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

11.- A partir de lo observado durante el desarrollo de las actividades, presenten sus resultados al resto del curso, en formato panel, utilizando para ello el material de exposición que se les entregó.

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Tienen 3 elementos, palos de fósforo, varilla y cinta, mantengan siempre el material ordenado y listo para usar. Recuerden que es muy importante escuchar con respeto, lo que dicen los compañeros y compañeras.

12.- Si es necesario medir el ancho de la cancha del colegio ¿qué patrón de medida es el más adecuado para realizar la actividad? ¿Por qué?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

13.- ¿cuál sería el resultado de esa medición? Escriban o dibujen las respuestas

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

14.- ¿Cuántos palos de helado mide el largo de la cancha del colegio? Pueden utilizar la estrategia que consideren adecuada para realizar la medición

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

15.- ¿qué estrategia podrían utilizar para que la medición sea más fácil de realizar?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

16.- Mide las siguientes longitudes con tus palos de fósforo y expresa los resultados abajo. (Pueden pegar lo palos de fósforo, marcarlos o utilizar la estrategia que consideren necesaria)

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

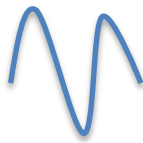
**Palito derecho**

La longitud **de palito derecho** mide \_\_\_\_\_ palos de fósforo



**Palito chico**

La longitud **palito chico** mide \_\_\_\_\_ palos de fósforo



**Palito chueco**

La longitud **palito chueco** mide \_\_\_\_\_ palos de fósforo

Con su grupo conversen y busquen como responder a lo siguiente: pueden utilizar palabras, dibujos o lo que consideren necesario para explicar lo que piensan.

17.- ¿Los resultados son iguales o parecidos en las mediciones palito chico **palito grande**? ¿Por qué?

Codificación: \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

18.- ¿podrían reconocer en cuál o cuáles de las longitudes se utilizaron más de una unidad del patrón de medida para expresar el resultado?

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

19.- En alguna de las longitudes **palito chico, palito grande o palito chueco**

¿Se utilizó una sola unidad del patrón de medida para expresar la longitud?

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

20.- ¿algunas de las mediciones fue más difícil de realizar? ¿Por qué? ¿Y cuál fue la más fácil y por qué?

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

21.- Esta vez tenemos el resultado de una medición en palitos de fósforo. Marquen el o los palitos que se utilizaron para llegar a ese resultado.

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Resultado de la medición Marquen el o los palitos necesarios para expresar la medición

$$\frac{2}{3}$$



$$1 \frac{4}{8}$$



$$\frac{4}{2}$$



$$\frac{5}{3}$$



Durante el primer semestre de este año se realizó una encuesta en la comuna de San Miguel. Se encuestaron a 3.500 personas y se les hicieron 3 preguntas

1.- ¿Ud. siente que le faltan recursos económicos para ser feliz?

1.300 personas de las 3.500 encuestadas se declaró feliz

2.- ¿Ud. Piensa que en Chile los recursos del país se distribuyen injustamente?

2.600 personas de las 3.500 encuestadas creen que los recursos en Chile se distribuyen injustamente.

3.- ¿Ud. Piensa que el estado Chileno debería invertir más recursos en educación?

2.800 personas de las 3.500 encuestadas considera que el gobierno debería invertir más recursos económicos en educación.

II.- Respondan en grupo:

22.- De acuerdo a la segunda pregunta, ¿qué parte de los encuestados piensa que se distribuyen mal los recursos? Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

23.- De acuerdo a la tercera pregunta, ¿cuántas de las personas encuestadas consideran que se deberían invertir más en educación? Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

24.- ¿crees que los recursos económicos son importantes para ser feliz? ¿Por qué?  
Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Realicen la siguiente encuesta entre su grupo y luego completen la tabla

25.- ¿crees que cuando seas grande y puedas entrar a la universidad tu familia la podrá pagarla?

Si \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron sí)  
No \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron no )  
Total de personas del grupo \_\_\_\_\_  
Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

26.- ¿De acuerdo a estos resultados podríamos decir que todas las personas pueden entrar a la universidad? ¿Por qué?  
Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

27.- ¿creen que en Chile es posible ser feliz sin mucho dinero?  
Si \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron sí )  
No \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron no )  
Total de personas del grupo \_\_\_\_\_  
Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

28.- ¿cuánto dinero creen que se necesita para ser feliz?  
Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Respondan en grupo las siguientes preguntas:

29.- ¿qué entienden Uds. por distribución de ingresos?  
Respuesta : \_\_\_\_\_  
Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Observa los siguientes datos:

País	Porcentajes de inversión en educación
Bolivia	7% del total de los recursos del año
México	5% del total de los recursos del año
Chile	4% del total de los recursos del año
Argentina	6% del total de los recursos del año

Respecto a estos porcentajes :

30.- ¿cuál de los países de América Latina invierte más en educación? ¿Por qué?

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

31.- ¿cuál de los países americanos invierte menos en educación? ¿Por qué?

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

32.- ¿creen que es importante invertir en educación ¿ ¿por qué?

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Ahora analicen estos datos ficticios de nuestro país

Tabla A

Tipo de gasto	Porcentaje
Salud	5%
Educación	4%
Vivienda	25%
Servicios ejecutivos	6%
Defensa	20%
Orden público y seguridad	9%
Cultura	1%
Comunidad	5%
Deporte	1%
Total	100%

Estos porcentajes son una manera de repartir o distribuir el dinero de nuestro país. Al igual que nuestros padres en casa reparten el sueldo para todos los gastos, el gobierno gasta el dinero del

país en los gastos de sus ciudadanos. En el caso de nuestros padres el total de los sueldos es el 100%, que representa a todo el dinero que tienen para gastar.

En el gobierno también tienen un 100% pero ese 100% es mucho mayor que los ingresos de nuestras familias

33.- ¿en qué crees que se diferencian ambos 100%, el de nuestro hogar y el 100% de nuestro país?

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

34.- Si Uds. tuviesen el poder de cambiar esta distribución de los recursos de Chile, ¿cómo repartirían ese 100%? Completen la tabla B con la forma en que Uds. organizarían el 100% del dinero de Chile. Expliquen en sus papelógrafos esta nueva distribución y los motivos de por qué lo decidieron así.

Codificación \_\_\_\_\_ Observación \_\_\_\_\_

Tabla B

Tipo de gasto	Porcentaje
Salud	____%
Educación	____%
Vivienda	____%
Servicios ejecutivos	____%
Defensa	____%
Orden público y seguridad	____%
Cultura	____%
Comunidad	____%
Deporte	____%
Total	100%



## ANEXO 3



### **Pauta de codificación criterios de consistencia**

De acuerdo a los criterios teóricos expuestos más abajo, complete el escalamiento tipo Likert seleccionando una y sola una de las alternativas presentadas.

Si tienes observaciones no dude en escribirlas en el espacio destinado para ello

### **Criterios para prácticas dialógicas**

	Características
Preguntas retadoras	Preguntas que permiten la indagación de los estudiantes, favoreciendo la construcción de conocimientos a partir de las experiencias y relatos individuales y colectivos por sobre la enseñanza no dialógica
Dialogo igualitario	Las actividades promueven un clima de respeto, solidaridad y colaboración, promoviendo relaciones horizontales entre los discursos, entre estudiantes y entre estudiantes y docentes, abandonando la posición vertical en el que el docente es el depositario de la verdad.
Estructura dialógica	La estructura propuesta tiene un diseño de articulación, conflicto y co-construcción. Se espera en este sentido que la propuesta intenciones estos tres elementos incorporándolos al diseño.

Observaciones:

---

---

---

---

---

Marque con una x el casillero que corresponda a su evaluación

Criterios	Muy de acuerdo	De acuerdo	En desacuerdo	Muy en desacuerdo	Observación
Las preguntas presentadas en el ítem 1 corresponden a preguntas retadoras					
Las preguntas presentadas en el ítem 2 corresponden a preguntas retadoras					
Las preguntas presentadas en el ítem 3 corresponden a preguntas retadoras					
Las preguntas presentadas en el ítem 4 corresponden a preguntas retadoras					
Las preguntas presentadas en el ítem 5 corresponden a preguntas retadoras					
Las sugerencias para el desarrollo de la clase promueven un diálogo igualitario					

Ítem	Discursos
1	<p>Situación 2</p> <p>1.- ¿Cuántos palos de fósforo miden las longitudes del largo y del ancho de tu libro de matemática?</p> <p>2.- ¿Con cuál de los elementos entregados mediarían la longitud más larga de la pizarra? ¿Por qué eligieron ese patrón?</p> <p>3.- ¿Cuántos palos de helado mide la longitud del lápiz grafito? Respuesta: _____ palos de helado.</p> <p>4.- ¿Cuántos lápices grafito mide la longitud de un palo de fósforo? Respuesta: _____ lápices grafito.</p> <p>5.- ¿Con qué elemento medirían el “contorno” de la plantilla circular? ¿Por qué elegirían ese patrón?</p> <p>7.- ¿qué es una longitud? ¿Tiene alguna forma especial?</p> <p>8.- ¿cómo podemos medir exactamente la longitud de los objetos?</p>

	<p>9.- ¿las respuestas de los otros grupos serán iguales a las nuestras? ¿Por qué?</p> <p>10.- ¿qué pasa con la exactitud en la medición de longitudes? ¿De qué manera podemos como grupo realizar una medición más exacta?</p>
2	<p>Situación 3</p> <p>12.- Si es necesario medir el ancho de la cancha del colegio ¿qué patrón de medida es el más adecuado para realizar la actividad? ¿Por qué?</p> <p>13.- ¿cuál sería el resultado de esa medición? Escriban o dibujen las respuestas.</p> <p>14.- ¿Cuántos palos de helado mide el largo de la cancha del colegio? Pueden utilizar la estrategia que consideren adecuada para realizar la medición.</p> <p>15.- ¿ qué estrategia podrían utilizar para que la medición sea más fácil de realizar?</p> <p>17.- ¿Los resultados son iguales o parecidos en las mediciones del palito chico y <b>palito grande</b>? ¿por qué?</p> <p>18.- ¿podrían reconocer en cuál o cuáles de las longitudes se utilizaron más de una unidad del patrón de medida para expresar el resultado?</p> <p>19.- En alguna de las longitudes <b>palito chico, palito grande o palito chueco</b> ¿Se utilizó una sola unidad del patrón de medida para expresar la longitud?</p> <p>20.- ¿algunas de las mediciones fue más difícil de realizar? ¿Por qué? ¿Y cuál fue la más fácil y por qué?</p> <p>21.- Esta vez tenemos el resultado de una medición en palitos de fósforo. Marquen el o los palitos que se utilizaron para llegar a ese resultado.</p>
3	<p>Situación 4</p> <p>22.- De acuerdo a la segunda pregunta, ¿qué parte de los encuestados piensa que se distribuyen mal los recursos?</p>

	<p>23.- De acuerdo a la tercera pregunta, ¿cuántas de las personas encuestadas consideran que se deberían invertir más en educación?</p> <p>24.- ¿crees que los recursos económicos son importantes para ser feliz? ¿Por qué?</p> <p>25.- ¿crees que cuando seas grande y puedas entrar a la universidad tu familia la podrá pagarla?</p> <p>26.- ¿De acuerdo a estos resultados podríamos decir que todas las personas pueden entrar a la universidad? ¿Por qué?</p> <p>27.- ¿creen que en Chile es posible ser feliz sin mucho dinero?</p> <p>28.- ¿cuánto dinero creen que se necesita para ser feliz?</p>
4	<p>Situación 5</p> <p>29.- ¿qué entienden Uds. por distribución de ingresos?</p> <p>30.- ¿cuál de los países de América Latina invierte más en educación? ¿Por qué?</p> <p>31.- ¿cuál de los países americanos invierte menos en educación? ¿Por qué?</p> <p>32.- ¿creen que es importante invertir en educación ¿¿por qué?</p> <p>33.- ¿en qué crees que se diferencian ambos 100%, el de nuestro hogar y el 100% de nuestro país?</p> <p>34.- Si Uds. tuviesen el poder de cambiar esta distribución de los recursos de Chile, ¿cómo repartirían ese 100%?</p>
5	<p>Sugerencias para el desarrollo de la clase</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar introducciones que recuerden lo trabajado en las jornadas anteriores, si es la primera jornada, motivar a los estudiantes a participar de manera respetuosa y ordenada.</li> <li>• Explicar claramente la organización de la clase, los tiempos aproximados y el uso de los materiales entregados.</li> <li>• Preguntar de manera constante respecto de la claridad de las actividades a realizar y promover, si la respuesta es negativa,</li> </ul>

	<p>promover el diálogo entre su comunidad y el desarrollo de estrategias para realizarlas completamente.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Respetar los tiempos estudiantiles, de manera que todos sientan que aportan con el trabajo.</li> <li>• Realizar devoluciones pertinentes al enfrentarse a las diferencias conceptuales de los estudiantes.</li> <li>• Observar el trabajo desarrollado en el cuaderno comunitario e incentivar constantemente a que todos participen de las actividades.</li> <li>• Mediar en los conflictos de grupo, sin realizar juicios de valor, buscando que sean los propios estudiantes quienes propongan las estrategias para resolverlos.</li> <li>• Verificar que todos los grupos de trabajo tengan el material adecuado y suficiente.</li> <li>• Permitir que las estructuras de presentación, argumentación y organización emanen de los propios estudiantes, sin coaptar la creatividad de los mismos.</li> </ul>
6	<p>Sugerencias para el contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Intercambiar opiniones con quienes participan de la investigación o con otros compañeros de trabajo.</li> <li>• Poner especial atención en el lenguaje matemático utilizado en el desarrollo de la clase y en el proceso de co-construcción.</li> <li>• Realizar los cierres de clase propuestos, si no hay acuerdo al respecto, dialogar con las investigadoras de manera de consensuar una propuesta de cierre.</li> </ul>
7	<p>Sugerencias para el desarrollo de panel “etapa articulación”</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se sugiere motivar a los estudiantes a exponer los resultados de sus actividades, incitándolos a explicar el porqué de sus conclusiones y de qué manera lograron encontrarlas.</li> </ul>
8	<p>Sugerencias para el desarrollo de panel “etapa conflicto”</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identificar posibles disparidades en los resultados y utilizar esta información para incentivar el debate entre los estudiantes. se sugiere pedirles a los estudiantes el relato de las citas recolectadas en su trabajo de manera de promover la argumentación.</li> </ul>
9	<p>Sugerencias para el desarrollo de panel etapa “co-construcción”</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• sintetizar las opiniones, reflexiones y resultados de los estudiantes buscando criterios comunes para llegar a respuestas consensuadas. las respuestas o conclusiones más importantes de cada actividad deben ser escritas en la sala de clases en un lugar visible.</li> </ul>

## Pauta de entrevista

### Categoría 1: Actividad crítica reflexiva

- 1.- Cuando piensas en matemáticas, ¿qué cosas vienen a tu mente?
- 2.- ¿Para qué crees que sirven las matemáticas? ¿Tú familia usa las matemáticas?
- 3.- ¿Todos podemos aprender matemáticas? ¿O crees que algunos aprenden más que otros?
- 4.- ¿Para qué crees que te sirve en tu vida aprender matemáticas? ¿Te gusta aprenderlas?
- 5.- ¿Crees que el mundo cambia si utilizamos más o menos matemáticas? ¿Por qué?

### Categoría 2: Práctica dialógica- áulica

- 1.- ¿Discuten las respuestas en las clases de matemática? ¿Cómo lo hacen?
- 2.- ¿Qué crees que significa argumentar? ¿Argumentas en clases de matemáticas?
- 3.- Cuando no entiendes algo en la clase de matemáticas ¿cómo lo resuelves?

### Categoría 3: Comportamiento emancipador

- 1.- ¿Crees que se considera tu opinión al momento de realizar las clases, por qué?
- 2.- ¿Piensas que en las clases de matemáticas se escucha lo que tu opinas? ¿Por qué?
- 3.- Si tu profesora te da el resultado de algún problema matemático y un compañero(a) te dice que no está bien. ¿Quién crees que podría tener la razón? ¿Por qué?

#### Categoría 4: Identidad política

1.- ¿En las clases de matemáticas debería existir una preocupación por el medio ambiente o por el mundo? ¿Por qué?

#### Categoría 5: Descolonización

1.- ¿En las clases de matemáticas tratan temas como las injusticias sociales? ¿Crees que es importante tratarlos? ¿Por qué?

2.- ¿Te sientes distinto por ser niño(a) en la clase de matemáticas? ¿Por qué?

#### Categoría 6: Acción participativa

1.- ¿En las clases de matemáticas existe un trabajo colaborativo? ¿Cómo desarrollan el trabajo?

Categoría 7: Pensamiento crítico

- 1.- ¿Crees que es importante saber matemáticas? ¿Por qué?
- 2.- ¿para qué crees que te servirá saber matemáticas en el futuro?
- 3.- ¿ves noticias o programas de información? ¿Crees que en ellos tratan cosas relacionadas con la matemática? ¿Por qué?



## ANEXO 4



### Cuadernillo docente

Estimada profesora a continuación encontrará algunas propuestas para el desarrollo de las clases, si Ud. no está de acuerdo con alguna de ellas o requiere realizar algún tipo de cambio, le solicitamos nos indique para considerar los requerimientos que Ud. tiene.

Le recordamos que son sólo sugerencias y que en ningún caso usted está obligada a desarrollar estas actividades.

Una vez más le agradecemos ser parte de esta investigación y nos quedamos atentas a cualquier requerimiento.

### GUÍA PARA EL PROFESOR

#### Diseño de las actividades

Se invita a los docentes a participar de este proyecto de investigación con el objeto de recoger sus aportes experienciales y teóricos, adquiridos durante su vida estudiantil y laboral. Esta investigación se enmarca en una metodología de tipo cualitativa que utiliza como referente teórico la matemática crítica, buscando aportar en la generación de actividades renovadas en la enseñanza de las fracciones.

Con este fin, se han diseñado situaciones didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de estudiantes que cursen quinto básico, con acento en la representación de fracciones. Para ello se ha concebido una propuesta que considera dos productos, a saber, una bitácora comunitaria y una guía del

docente. El cuaderno comunitario considera 5 tareas que proponen actividades en las cuales se consideran los conocimientos previos de los estudiantes respecto del objeto matemático en cuestión y el diálogo grupal como método de apropiamiento del saber matemático.

El paradigma utilizado para el caso específico de la enseñanza de fracciones, distingue su representación en al menos 5 facetas. Kieren (1981) en lo informado por Chamorro (Chamorro et al., 2003) distingue cinco ideas básicas para el concepto de fracción:

- 1.- Parte todo. Es fruto de una partición, un agrupamiento y una comparación.
- 2.- La fracción como expresión de una medida.
- 3.- La fracción como resultado de una división. Al realizar la medida de una cantidad cualquiera (longitud, área, etc.).
- 4.- La fracción como razón. Cuando la comparación se realiza entre cantidades de la misma magnitud o cuando son de distinta magnitud. Es decir, como un indicio comparativo.
- 5.- La fracción como operador: la fracción como una función que opera sobre una magnitud transformando sus cantidades a través de una división y una multiplicación subsiguiente.

Otros autores han mencionado otras facetas de la fracción, entre ellos Fandiño citada por Flores (Flores, 2010) quien establece 14 facetas de la fracción, entre las que se menciona el porcentaje.

Esperamos contar con tu colaboración, tu experiencia en este proceso es fundamental para llevar a cabo la investigación. Todas las actividades serán primero consultadas contigo y si tú requieres de algún cambio o aportar con ideas

para la construcción de la propuesta, no dudes en decirnos para discutir cómo se puede llevar a cabo.

## ASPECTOS A CONSIDERAR EN LA GESTIÓN DE LA CLASE

### e) Sugerencias para el docente en el desarrollo de la clase

- Realizar introducciones que recuerden lo trabajado en las jornadas anteriores, si es la primera jornada, motivar a los estudiantes a participar de manera respetuosa y ordenada.
- Explicar claramente la organización de la clase, los tiempos aproximados y el uso de los materiales entregados.
- Preguntar de manera constante respecto de la claridad de las actividades a realizar y promover, si la respuesta es negativa, promover el diálogo entre su comunidad y el desarrollo de estrategias para realizarlas completamente.
- Respetar los tiempos estudiantiles, de manera que todos sientan que aportan con el trabajo.
- Realizar devoluciones pertinentes al enfrentarse a las diferencias conceptuales de los estudiantes.
- Observar el trabajo desarrollado en el cuaderno comunitario e incentivar constantemente a que todos participen de las actividades.
- Mediar en los conflictos de grupo, sin realizar juicios de valor, buscando que sean los propios estudiantes quienes propongan las estrategias para resolverlos.
- Verificar que todos los grupos de trabajo tengan el material adecuado y suficiente.

- Permitir que las estructuras de presentación, argumentación y organización emanen de los propios estudiantes, sin coaptar la creatividad de los mismos.

f) Sugerencias para el docente respecto al contenido

- Leer el cuaderno comunitario con las actividades previo a la clase
- Asegurarse de la comprensión del sentido de las actividades
- Intercambiar opiniones con quienes participan de la investigación o con otros compañeros de trabajo.
- Poner especial atención en el lenguaje matemático utilizado en el desarrollo de la clase y en el proceso de co-construcción.
- Si existe alguna variación en el contenido de las actividades, considerar actividades pertinentes a los objetivos de cada una.
- Realizar los cierres de clase propuestos, si no hay acuerdo al respecto, dialogar con las investigadoras de manera de consensuar una propuesta de cierre.

g) Sugerencias para la organización temporal tiempo didáctico (les recordamos que todo depende de las actividades de los estudiantes)

h) Propuesta de gestión horaria

Duración desde el inicio de la clases	Situación	Actividad
---------------------------------------	-----------	-----------

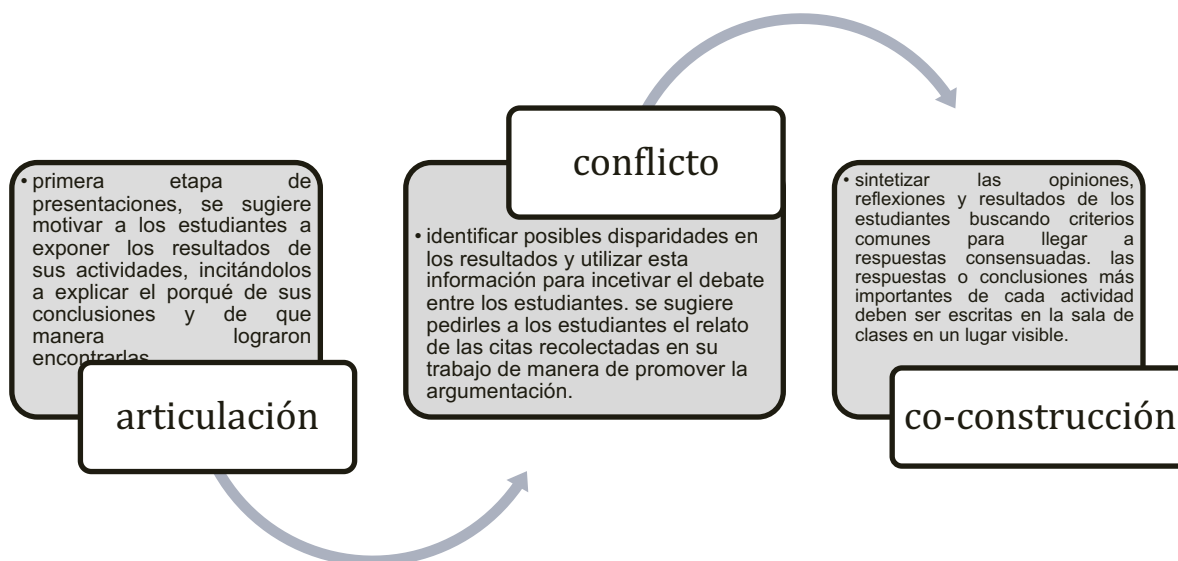
7 minutos	1	Entregar el material a utilizar durante las situaciones 1 y 2. Acordar con los estudiantes la organización y el desarrollo de las actividades, preguntar respecto de dudas o consultas frente a lo acordado.
8 minutos	1	<u>Trabajo comunitario</u> : en el que dialogan respecto de las maneras en que se mide en sus familias. Pedirles que realicen el resumen en el cuaderno comunitario
25 minutos	2	<u>Trabajo comunitario</u> : completan el cuaderno con las actividades propuestas
10 minutos	2	<u>Preparación</u> de presentación argumentativa
20 minutos	2	Presentación de las comunidades dialogantes con el material que estimen necesario
15 minutos	2	<u>Institucionalización</u> : magnitudes, medidas y fraccionamientos.
5 minutos	2	<u>Organización del espacio común</u> , orden y limpieza y actividades administrativas.
10 minutos	3	<u>Dialogar</u> respecto a las actividades realizadas en la sesión anterior, retomando los principales acuerdos y recordando las conclusiones más importantes.  Organización del aula y reparto de materiales.

30 minutos	3	<u>Trabajo comunitario:</u> Desarrollo de las situaciones propuestas.
10 minutos	3	<u>Preparación</u> de presentación argumentativa
20 minutos	3	Presentación de los paneles de trabajo con el material que estimen necesario
15 minutos	3	<u>Co-construcción:</u> equivalencia de fracciones, fracciones propias, impropias y números mixtos.
5 minutos	3	<u>Organización del espacio común,</u> orden y limpieza y actividades administrativas

i) sugerencias para el desarrollo de las presentaciones de panel

Las presentaciones de panel se desarrollarán de manera posterior al trabajo con las situaciones de aprendizaje, en ellas los estudiantes expondrán sus principales resultados además de aquello que quieran comunicar, para estas presentaciones de panel se les solicitará a los estudiantes diseñar de la manera que estimen conveniente, un resumen de sus actividades durante las situaciones de aprendizaje. El objetivo de esta actividad es reflexionar de manera grupal respecto de los resultados, dudas, y principalmente estrategias de resolución de las actividades. Las mismas son animadas por la docente y se enfocan en preguntas retadoras y en todos aquellos cuestionamientos o temáticas que los estudiantes propongan de manera natural.

Para el desarrollo de las actividades tipo panel se sugiere seguir la siguiente estructura:



A continuación encontrará algunas propuestas de preguntas retadoras:

Situación de aprendizaje	Preguntas retadoras algunas propuestas
2	<p>¿Qué les parece a Uds. que es una longitud?</p> <p>¿Hubo diferencia respecto de los resultados en el grupo?</p> <p>¿Cómo llegaron a un acuerdo?</p> <p>¿Qué patrón de medida creen que es el más indicado para realizar las mediciones?</p> <p>¿Cómo creen más conveniente expresar el resultado de la medición?</p> <p>¿Cómo midieron la longitud del objeto circular?</p>
3	<p>¿Cuáles fueron las principales dificultades que tuvieron para realizar la tarea?</p>

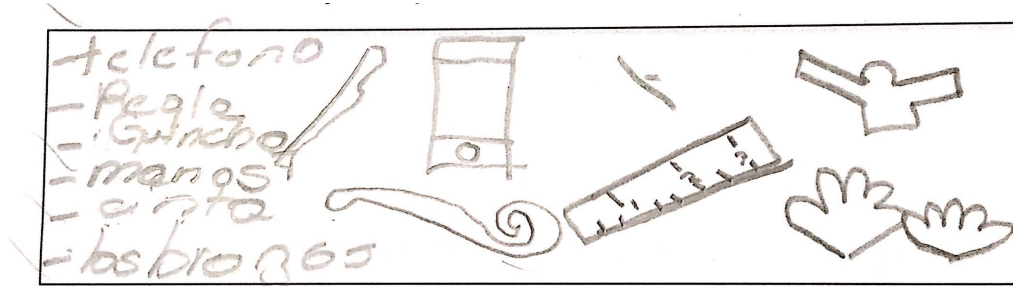
	<p>¿Qué patrón de medida creen que es el más indicado para realizar las mediciones?</p> <p>¿Qué vocabulario es el más adecuado para informar los resultados de las mediciones?</p>
--	--



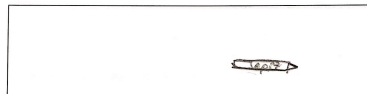
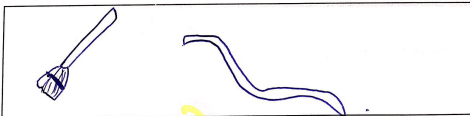
ANEXO 5

RESPUESTAS ESTUDIANTILES

Situación 1



hucha, regla, uerda, brazos,  
escoba etc.



## Situación 2

2.- Utilizando la información del punto anterior completen la siguiente tabla. 1 →

La medición	La magnitud que se midió	La unidad de medida utilizada	El valor obtenido en la medición
Largo del libro de matemática	Centímetros	Palos de helado	$\frac{2}{1}$
Ancho del libro de matemática	centímetros	palos de helado	$\frac{2}{2}$
Longitud más larga de la pizarra	metro	banita	$\frac{2}{1}$
Longitud más larga del lápiz grafito	centímetros	palos de helado	$\frac{2}{1}$
Contorno de la plantilla circular	milímetros	palos de helado	$\frac{10}{10}$

2.- Utilizando la información del punto anterior completen la siguiente tabla.

La medición	La magnitud que se midió	La unidad de medida utilizada	El valor obtenido en la medición
Largo del libro de matemática	centímetros	5 Palos de helado	5 Palos de helado
Ancho del libro de matemática	centímetros		4 palos de helado
Longitud más larga de la pizarra	Metro	la cinta	$\frac{2}{3}$
Longitud más larga del lápiz grafito		2 Palos de helado	$\frac{1}{2}$
Contorno de la plantilla circular	Centímetros	cinta	$\frac{1}{4}$ de cinta

- ¿qué es una longitud? ¿tiene alguna forma especial?

es el largo de algo si que se puede medir

¿cómo podemos medir exactamente la longitud de los objetos?

midirlo con un objeto

### Situación 3

2.- Utilizando la información del punto anterior completen la siguiente tabla.

La medición	La magnitud que se midió	La unidad de medida utilizada	El valor obtenido en la medición
Largo de la cancha del colegio	palos	barrilla	200
Ancho de la cancha del colegio	Cinta	Cinta	500

3.- Mide las siguientes longitudes con tus palos de fósforo y helado, expresa resultados abajo. (pueden pegar los palos de fósforo, marcarlos o utilizar la estrategia que consideren necesaria)

**a** 

la longitud **a** mide 2 con un cuarto palos de fósforo

**b** 

la longitud **b** mide  $\frac{1}{2}$  palos de fósforo

**c** 

La longitud **c** mide  $1\frac{1}{4}$  palos de fósforo

3.- De acuerdo a lo trabajado en clases, encuentren las siguientes equivalencias:

3 palos de helado	Corresponden a <u><math>\frac{3}{4}</math></u>	Palos de fósforo
1 lápiz grafito	Corresponde a <u><math>\frac{3}{4}</math></u>	Palos de helado
4 _____	Corresponden a _____	<u><math>\frac{4}{5}</math></u>
2 _____	Corresponden a _____	_____

## Situación 5

1.- ¿crees que cuando seas grande y puedas entrar a la universidad tu familia la pagarla?

Si \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron si )

No X (Escriban cuántas personas dijeron no )

Total de personas del grupo 4

2.- ¿creen que en Chile es posible ser feliz sin mucho dinero?

Si \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron si )

No X (Escriban cuántas personas dijeron no )

Total de personas del grupo 4

3.- ¿creen que en Chile todos tenemos las mismas oportunidades económicas?

Si \_\_\_\_\_ (Escriban cuántas personas dijeron si )

No X (Escriban cuántas personas dijeron no )

Total de personas del grupo 4

Tipo de gasto	Porcentaje
Salud	<u>25%</u>
Educación	<u>20%</u>
Vivienda	<u>18%</u>
Servicios ejecutivos	<u>5%</u>
Defensa	<u>3%</u>
Orden publico y seguridad	<u>3%</u>
Cultura	<u>21%</u>
Comunidad	<u>5%</u>
Deporte	<u>3%</u>

Tipo de gasto	Porcentaje
Salud	<u>20%</u>
Educación	<u>20%</u>
Vivienda	<u>10%</u>
Servicios ejecutivos	<u>4%</u>
Defensa	<u>5%</u>
Orden publico y seguridad	<u>10%</u>
Cultura	<u>9%</u>
Comunidad	<u>6%</u>
Deporte	<u>5%</u>

## ANEXO 6



### CONSENTIMIENTO INFORMADO

Título de la Investigación: Ciudadanía en el aula, una propuesta desde la matemática escolar

Institución/Facultad: Facultad de Educación, Universidad de los Lagos

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN: Diseñar una propuesta didáctica, con foco en la formación ciudadana crítica, para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática escolar.

PROCEDIMIENTOS DE LA INVESTIGACIÓN: Mediante la presente Ud. autoriza a su pupilo para participar en dos procedimientos distintos:

- a) Participar de la implementación de situaciones didácticas en las clases de matemáticas, durante 10 sesiones o menos.
- b) Responder a preguntas de una entrevista semi-estructurada, que buscará indagar en las percepciones respecto de la implementación de situaciones de aprendizaje, la cual es absolutamente voluntaria.

RIESGOS: No anticipamos riesgos asociados a la participación en este estudio. Sin embargo, si alguna de las preguntas le produce algún malestar a su pupilo o tiene alguna consulta que hacer durante la evaluación, podrá preguntar al responsable de la misma, quien podrá detener su participación.

CONFIDENCIALIDAD DE LA INFORMACIÓN: La información obtenida en este estudio se mantendrá en forma confidencial. Los resultados serán informados en la tesis doctoral que guía este estudio y es posible que también sean presentados

en conferencias académicas o publicados en revistas científicas, sin embargo, el nombre de su pupilo(a) no será conocido y todos los resultados que se publiquen serán anónimos. Los datos serán manejados en forma responsable por las investigadoras.

**VOLUNTARIEDAD:** La participación es completamente voluntaria. Los estudiantes tienen el derecho a no aceptar participar en esta investigación o a retirarse en el momento que lo estime conveniente, sin mediar explicación alguna y sin consecuencias. Si usted retira su consentimiento, el registro de sus pruebas será eliminado y la información obtenida no será utilizada.

**PREGUNTAS:** Si tiene alguna duda, pregunta o reclamo puede contactar a la investigadora responsable en el teléfono F: 999446498 o en el mail [tania.av@gmail.com](mailto:tania.av@gmail.com)

**DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO:** Declaro que el objetivo de esta investigación y todo lo relacionado con mi participación me ha sido explicado claramente, que he leído y comprendido el contenido de esta página, y que estoy de acuerdo en participar este estudio.

#### FIRMA CONSENTIMIENTO INFORMADO

Nombre

---

Firma

---

Investigador(a): Nombre completo e institución: Tania Andrade Vega, Universidad de los Lagos

Firma: