



UNIVERSIDAD DE LOS LAGOS

VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO
DIRECCIÓN DE POSTGRADO

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS

**LA CREACIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL
CURRÍCULO CHILENO DE ENSEÑANZA BÁSICA Y MEDIA**

POR

YASMÍN LLANQUIMÁN ARAVENA

Tesis presentada para optar al grado académico de Magíster en Educación Matemática

Director de tesis: Dr. Luis R. Pino-Fan

Co-Director: Prof. Rigoberto Medina Leyton

Osorno, Chile, Diciembre de 2019

AGRADECIMIENTOS

A mis profesores formadores en esta etapa de desarrollo profesional, gracias por el apoyo y por compartir sus conocimientos para continuar aportando en esta valiosa tarea de realizar investigación en educación matemática.

Gracias mis profesores Luis Pino y Rigoberto Medina por guiarme en este trabajo, por entregar su tiempo y aportar con sus consejos para la realización de esta tesis.

Al profesor Uldarico Malaspina agradezco sus enseñanzas acerca de la creación de problemas y la cordial invitación a observar sus clases en la Pontificia Universidad Católica del Perú.

A mis compañeros por los buenos momentos vividos mientras nos formábamos, gracias por las alegrías y las enseñanzas compartidas en tantos días de trabajo para ser mejores profesionales e investigadores.

A Bernardo y Joaquín por el apoyo cada día, por la paciencia demostrada en aquellos momentos complejos y por la confianza recibida en cada sonrisa y palabras de ánimo.

A Dios por permitirme esta instancia de formación profesional.

Gracias a todos aquellos que formaron parte de esta etapa y me han ayudado a ser una mejor profesional y una mejor persona.

¡Gracias!

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS	6
ÍNDICE DE ABREVIATURAS	8
RESUMEN	9
ABSTRACT	10
INTRODUCCIÓN	11
Capítulo 1: ANTECEDENTES	
1.1 Introducción	13
1.2 Creación de problemas matemáticos	13
1.2.1 Resolución y creación de problemas	13
1.2.2 Investigaciones en creación de problemas	18
1.3 Programas de estudio y libros de texto como objeto de investigación	23
Capítulo 2: MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA	
2.1 Introducción	29
2.2 Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos	29

2.3	Creación de problemas	41
2.3.1	Problema matemático	41
2.3.2	Creación de problemas matemáticos	46
2.4	Objetivos de la investigación	51
2.5	Metodología	52
2.5.1	Descripción de la metodología	52
2.5.2	Muestra	53
2.5.3	Fases de la investigación	55
 Capítulo 3: ANÁLISIS DE LA CREACIÓN DE PROBLEMAS EN EL CURRÍCULO CHILENO		
3.1	Introducción	57
3.2	Creación de problemas en nuestro estudio	57
3.3	Diseño de un instrumento para analizar la creación de problemas en los programas de estudio y libros de texto de enseñanza básica y media chilenos	58
3.3.1	Presencia de objetivos y tareas de creación de problemas	58
3.3.2	Instrumento para analizar la creación de problemas en Programas de estudio	60
3.3.3	Instrumento para analizar la creación de problemas en Libros de texto	64

3.4	Análisis de creación de problemas en el currículo chileno	68
3.4.1	Programas de estudio	68
3.4.2	Libros de texto	79
3.5	Análisis de los problemas sugeridos como solución de las tareas propuestas	90
 Capítulo 4: CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS		
4.1	Introducción	99
4.2	Conclusiones	99
4.3	Sugerencias	103
REFERENCIAS		107

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1: Componentes e indicadores de la idoneidad epistémica.

Tabla 2.2: Componentes e indicadores de la idoneidad cognitiva.

Tabla 2.3: Componentes e indicadores de la idoneidad afectiva.

Tabla 2.4: Componentes e indicadores de la idoneidad interaccional.

Tabla 2.5: Componentes e indicadores de la idoneidad mediacional.

Tabla 2.6: Componentes e indicadores de la idoneidad ecológica.

Tabla 2.7: Diferencia entre ejercicio y problema.

Tabla 2.8: Tipo de información que se conoce para la creación del problema.

Tabla 3.1: Presencia de objetivos relacionados con la creación de problemas en los programas de estudio.

Tabla 3.2: Presencia de tareas relacionadas con la creación de problemas en los libros de texto.

Tabla 3.3: Componentes e indicadores de la Idoneidad Epistémica de la creación de problemas en Programas de estudio.

Tabla 3.4: Componentes e indicadores de la Idoneidad Cognitiva de la creación de problemas en Programas de estudio.

Tabla 3.5: Componentes e indicadores de la Idoneidad Afectiva de la creación de problemas en Programas de estudio.

Tabla 3.6: Componentes e indicadores de la Idoneidad Interaccional de la creación de problemas en Programas de estudio.

Tabla 3.7: Componentes e indicadores de la Idoneidad Mediacional de la creación de problemas en Programas de estudio.

Tabla 3.8: Componentes e indicadores de la Idoneidad Ecológica de la creación de problemas en Programas de estudio.

Tabla 3.9: Componentes e indicadores de la Idoneidad Epistémica de la creación de problemas en Libros de texto.

Tabla 3.10: Componentes e indicadores de la Idoneidad Cognitiva de la creación de problemas en Libros de texto.

Tabla 3.11: Componentes e indicadores de la Idoneidad Afectiva de la creación de problemas en Libros de texto.

Tabla 3.12: Componentes e indicadores de la Idoneidad Interaccional de la creación de problemas en Libros de texto.

Tabla 3.13: Componentes e indicadores de la Idoneidad Mediacional de la creación de problemas en Libros de texto.

Tabla 3.14: Componentes e indicadores de la Idoneidad Ecológica de la creación de problemas en Libros de texto.

Tabla 3.15: Presencia de objetivos relacionados con la creación de problemas en Programas de estudio.

Tabla 3.16: Presencia de tareas relacionadas con la creación de problemas en Libros de texto.

ÍNDICE DE ABREVIATURAS

EOS	: Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos
GD	: Guía didáctica del docente
L	: Libro de texto
MINEDUC	: Ministerio de Educación Chileno
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics
OA	: Objetivo de aprendizaje
P	: Programa de estudio

RESUMEN

Este estudio aborda la forma en que se promueve la creación de problemas en el currículo chileno de Educación Matemática, del que se analizan los Programas de Estudio y los Libros de texto de educación básica y educación media vigentes.

En los programas de estudio que propone el MINEDUC, analizamos los objetivos (habilidades y objetivos de aprendizaje) en los que se aborda la creación de problemas, también las actividades propuestas para el logro de dichos objetivos y cómo la creación de problemas se promueve en ellas, a su vez, se estudia la inclusión de la creación de problemas en las propuestas de evaluaciones que contienen dichos programas de estudio. En los libros de texto entregados por el MINEDUC se realizó un análisis de las tareas en que la creación de problemas forme parte fundamental, y analizamos las soluciones propuestas por los autores de los libros para evaluar la calidad de estas en relación con la creación de problemas. También se realiza un análisis del tipo de información que se entrega para la creación de problemas, teniendo en cuenta que esto es una parte importante del proceso creativo que realizarán los creadores de problemas. Para el análisis se utilizan Componentes e Indicadores de los Criterios de Idoneidad del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemáticos (EOS)

Los problemas que se proponen como solución de las tareas de creación de problemas se analizaron para determinar si el enunciado es un problema, y si lo es, se estudió si puede ser clasificado como un buen problema, según los criterios propuestos por Malaspina (2012, 2013c) y los Criterios de Idoneidad del EOS.

Finalmente, se concluye que el currículo chileno de educación matemática no promueve la creación de problemas y se realizan sugerencias para generar cambios o para extender esta investigación.

Palabras clave: Creación de problemas, currículo, programas de estudio, libros de texto, criterios de idoneidad.

ABSTRACT

This study addresses how problem posing in the Chilean Mathematics Education curriculum is promoted through the analysis of study programs and textbooks of current primary and secondary schooling.

The current study analyzes the objectives set in the national curriculum, which describe skills and learning outcomes, and addresses how problem posing and the activities proposed help students to attain those objectives. It is also analyzed if the evaluations proposed in the study programs have to do with the problem posing or not. The textbooks were also analyzed to identify the impact and relevance that activities linked to the problem posing have on students' attainment of objectives, as well as the importance of the solutions and clarifications proposed by the authors. The information used for the problem posing is considered in the analysis, taking into account that this has an important role in the creative process of problem-makers. Components and Indicators of the Suitability Criteria of the Onto-Semiotic Approach (OSA) of mathematical knowledge and instruction are used for further explanation.

The solutions proposed in the textbooks for the activities based on problem posing were analyzed. In fact, this analysis helps to determine if the task is a problem or not. Once it is recognized as a problem, a deep study is done in order to classify it according to Malaspina (2012, 2013c) and the OSA Suitability Criteria.

In conclusion, the Mathematics National Curriculum does not promote problem posing. Some suggestions are specified in order to make changes or to extend this study for further research.

Keywords: Problem posing, curriculum, study programs, textbooks, suitability criteria.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la matemática se ha realizado por mucho tiempo centrada en la resolución de problemas, teniendo esta tarea una importancia que ha sido reconocida por distintos autores y que ha sido motivo de estudio por largos años. En este camino de resolver problemas se ha descuidado que crearlos es un reto mayor y que, según la creciente investigación en este ámbito, dicha tarea puede promover en los creadores distintos tipos de competencias matemáticas, como también favorece el desarrollo de la creatividad y actitudes positivas hacia las matemáticas. Es por ello, que los programas de estudio debieran incluir la creación de problemas como una de las tareas más completas y complejas del proceso de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas, sin embargo, al analizar la literatura se evidencia que no es una tarea relevante en el currículo de Educación Matemática, no sólo en Chile, sino que también en otros países. Por ese motivo, esta investigación estudia la forma en que se está abordando y promoviendo la creación de problemas en el currículo de matemática chileno, para poder analizar si las estrategias y procedimientos que se sugieren se relacionan con aquello que la investigación declara como tarea de creación de problemas propiamente tal, y de promoverse dicha tarea, hacemos un análisis de los problemas que se sugieren como soluciones posibles a las tareas enunciadas, para determinar si grado de complejidad esperado se adecúa a los distintos niveles en los que se promueve la creación de problemas. Esta investigación busca generar una propuesta con sugerencias para abordar de mejor manera la creación de problemas para lograr que esta tarea se lleve a cabo de la forma más efectiva, promoviendo su aprendizaje tanto en docentes como en estudiantes. Las herramientas necesarias para el análisis las provee el EOS, a través de los Criterios de Idoneidad, que son utilizados en la elaboración de tablas con componentes e indicadores para establecer la idoneidad didáctica de la creación de problemas en los programas de estudio y en los libros de texto de Educación Básica y Educación Media vigentes.

Capítulo 1

ANTECEDENTES

1.1 INTRODUCCIÓN

La creación de problemas ha sido estudiada desde hace poco tiempo, introduciéndola en procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por los beneficios que, junto a la resolución de problemas, trae para los que la utilizan. Este capítulo se encuentra dividido en dos secciones que buscan dar cuenta de las investigaciones que se han realizado en relación con la creación de problemas y el análisis de libros de texto y programas de estudio. En la sección de creación de problemas entregamos al lector las consideraciones que tendremos en cuenta para la relación que existe entre la resolución de problemas y la creación de problemas y cómo estas dos temáticas han sido abordadas en conjunto para beneficio de los docentes y estudiantes. Además, describimos las investigaciones llevadas a cabo en los últimos tiempos en las que se ha aplicado la creación de problemas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas tanto en docentes como en estudiantes. En la sección de análisis de libros de texto y programas escolares mostramos la importancia de estos elementos en la educación y la forma en que estos son mencionados en algunas investigaciones.

1.2 CREACIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

1.2.1 Resolución y creación de problemas

La resolución de problemas tiene un rol relevante en la actividad matemática, lo que queda de manifiesto en la presencia que estos tienen en los currículos de distintos países como un pilar fundamental para la obtención del conocimiento (Santos, 2008), estos han sido trabajados por mucho tiempo como una de las bases de la enseñanza de las matemáticas puesto que favorecen la obtención de habilidades superiores y son el objetivo fundamental de la matemática (NCTM, 1989). Contreras y Carrillo (1997) afirman que la resolución de

problemas no es simplemente un añadido de la clase de matemáticas, sino que lo conciben como un impulso y el motor de ella, además de ser aquello que pone al estudiante ante el interesante reto de hacer matemáticas, por otro lado, Chamorro y Vecino (2003) afirman que:

resolver problemas va más allá de hacer una operación y encontrar su resultado es algo más que ejecutar un algoritmo, tiene que ver más con hacer preguntas relacionadas con la matematización de un problema real o bien con la construcción de nuevos objetos matemáticos y responder a esas preguntas. (p. 275)

Es ahí donde la creación de problemas cobra relevancia como una parte fundamental de la resolución de problemas, puesto que permite realmente evidenciar que se ha obtenido conocimiento de lo que se enseña en matemática al tener que aplicar el conocimiento para crear un buen problema que tenga solución mediante la aplicación de procedimientos que se han aprendido pero que no son evidentes a simple vista, sino que obligan al inventor a realizar el camino completo, es decir, crear el problema, analizar que tenga solución y resolverlo para, de alguna manera, validarlo.

La investigación que se ha generado en relación con la resolución de problemas tiene una parte importante en el proceso de resolución, que ha dado origen a distintos métodos para el resolutor, que han sido útiles para los profesores o para los estudiantes, que enseñan o aprenden a través de la resolución de problemas, sin embargo, cabe mencionar que lo interesante de un problema es que el resolutor aplique habilidades y conocimiento para hallar una solución que no sigue algoritmos. Puig (2006) realiza un recorrido por la historia de la resolución de problemas para mostrar que uno de los aspectos fundamentales de ésta no tiene tanto que ver con el ingenio que se aplica al resolver un sólo problema, sino que con el reto de resolverlos todos y las consecuencias que esto implica, lo que supone un punto interesante al ligar la resolución y creación de problemas con la motivación y la creatividad.

Según el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989), la resolución de problemas es el objetivo fundamental de la matemática. Para Rico (1988) el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas es un campo autónomo sobre el que se puede hacer trabajos e investigaciones, lo que se ve reflejado en la gran cantidad de investigaciones que

evidencian su importancia y relevancia en la didáctica de la matemática, entre ellas podemos mencionar las de:

Kilpatrick (1987), Freudenthal (1973), De Guzmán (1984), Rico (1988), Puig (1992, 2006), Gascón (1994), Gaulin (2001), Abrantes (2002), Chamorro y Vecino (2003), Lesh y Zawojewski (2007), Castro (2008), Pino y Blanco (2008), Sepúlveda, Medina y Sepúlveda (2009), Blanco y Cárdenas (2013), Blanco, Cárdenas y Caballero (2015) y Alonso, Gorina, Iglesias y Álvarez (2018), por mencionar algunas.

El Ministerio de Educación de Chile – MINEDUC – plantea en las Bases Curriculares (2015) que la resolución de problemas “fomenta el pensamiento reflexivo, crítico y creativo” (p. 95), con énfasis en los problemas rutinarios y no rutinarios. Además, afirma que esta debe tener un lugar fundamental para poder desarrollar la creatividad y la curiosidad de los estudiantes, de manera que estos puedan utilizar los conocimientos previos e investigar en torno a distintos temas relacionados con objetos matemáticos que estudian. En general, el currículo chileno en educación matemática ha puesto énfasis a la resolución de problemas (MINEDUC, 2009), viéndola como una herramienta eficaz para el desarrollo de habilidades en los estudiantes, incluso se concibe la resolución de problemas como una habilidad en sí misma. Sin embargo, como en otros países, se ha descuidado la creación de problemas (Silver, 1994), aunque se ha incluido en los programas de estudio, no se le ha dado el lugar preponderante que debiera tener por el beneficio que trae a los estudiantes su implementación en el aula, no sólo la de matemática sino también, puede aportar en otras asignaturas del currículo actual y ser un excelente complemento a la resolución de problemas tal como muestra la investigación de Cifarelli y Sevim (2015) en la que se concluye que la creación de problemas como parte de la solución en la resolución de problemas puede ampliar la perspectiva del resolutor del problema, lleva al resolutor a un progreso conceptual de los contenidos abordados y los estudiantes se plantean nuevas preguntas enriqueciendo el proceso de resolución de un problema. Por otro lado, los docentes que ejercen la labor de enseñar matemática carecen, en su mayoría, de la preparación necesaria para ejecutarla en el aula (Torres, 2016), ya sea porque nunca lo hicieron en la Educación Básica o Media o debido a que en los programas de las universidades no se contempla dicho trabajo. En esta tesis se va a hacer énfasis en la creación de problemas, pero no debemos descuidar la estrecha relación que esta tiene con la

resolución de problemas (Pérez y Beltrán, 2011). Para poder crear problemas se debe haber pasado por el proceso de resolución, puesto que esto aporta ideas y nociones de lo que debe tener un buen problema y la forma de plantear tanto los enunciados como las preguntas de manera que estos sean desafiantes y retadores, logrando así que los resolutores se motiven a resolverlos. La motivación tiene un papel relevante tanto en la resolución como en la creación de problemas (Ayllón, 2012).

A pesar del rol preponderante que se ha dado a la resolución de problemas en el currículo chileno, Díaz y Poblete (2003) mostraron que las clases de matemáticas no han dado los resultados esperados en el trabajo de la habilidad de resolución de problemas y se hacía necesario, desde entonces, un cambio que permitiera integrar lo que el currículo declara y lo que se lleva a cabo en las salas de clases. Si bien es cierto, han transcurrido algunos años desde la mencionada investigación, la realidad no ha cambiado en este tiempo, debido a que la resolución de problemas no ha logrado consagrarse como un medio para lograr aprendizaje en las salas de clases de matemáticas, sino que se ha utilizado como la culminación de una unidad didáctica, en la que los estudiantes aplican procedimientos y conceptos aprendidos. Sin embargo, se pierde de vista que la resolución de problemas es una competencia que requiere tiempo para que los estudiantes la asimilen y la apliquen en distintos aspectos de su vida, no sólo en la sala de clases. Ceballos y Blanco (2008) concluyeron, en una de sus investigaciones, que los libros de texto proponen problemas de baja complejidad, con predominio del uso de algoritmos y con un lenguaje simple, donde predominan los enunciados verbales o en tablas para entregar la información, además se trata de problemas poco contextualizados con tareas matemáticas simples de resolver.

Lo anterior conlleva un aspecto de la resolución de problemas que ha sido repetitivo, contextualizar los problemas simplemente por hacerlo, sin una finalidad, ni intentando que realmente un problema sea una verdadera aproximación a lo que ocurre en la vida real, por lo que el impacto que debiera tener en la vida de los estudiantes disminuye y se hace rutinario. El resolver un problema debe movilizar en el estudiante la creatividad y la curiosidad, y otros procesos que lo lleven más allá de la realización de procedimientos algorítmicos memorizados y carentes de sentido, en los que además se les exige pensar en una determinada cantidad de tiempo, con un exceso de estructuración que es absurda. Se debe considerar que

la resolución de problemas varía según la persona, pues los procesos mentales que involucra son diferentes y se llevan a cabo con distintos tiempos y rapidez, de acuerdo a grados de madurez del individuo, contradiciendo así lo que plantea Schoenfeld (1985) respecto de los tiempos de resolución de problemas. En este sentido, puede aportar la creación de problemas, ya que esta puede dar sentido a los problemas que se resuelven y mejorar los aprendizajes tanto de los estudiantes como de los docentes y contribuir al desarrollo del conocimiento matemático (Malaspina, 2013a; Ayllón y Gómez, 2014).

La actividad de resolver problemas, habitualmente se considera propia de las matemáticas, pero debería ser transversal, de manera que los estudiantes comprendan que es una competencia que les servirá para la vida, en la solución de situaciones cotidianas para la toma de decisiones y para ser una persona crítica en el rol de ser social que le compete a cada persona (Alfaro y Barrantes, 2008). Para lograr lo anterior, una de las propuestas es que la resolución de problemas y la creación de problemas deben abordarse de forma conjunta, complementaria, debido a que juntas pueden integrar tanto conocimientos matemáticos en los estudiantes, como también acercarlos a situaciones cotidianas en las que ven reflejados dichos aprendizajes que pueden ser provechosos incluso para los docentes que ejercen la labor de enseñar matemática (Silver y Cai, 1996; Espinoza y Segovia, 2013; Ayllón y Gómez, 2014; Malaspina, 2016). No obstante, son escasos los libros de texto, y los currículos en general, en los que se da relevancia o se abordan de manera importante la creación de problemas y su relación con la resolución de problemas (Brown y Walter, 1983; Kilpatrick, 1987; Ramírez, 2006; Espinoza, 2018)

Al igual que con la resolución de problemas, no es menor la investigación que se ha realizado en relación con la creación de problemas, sin embargo, esta sigue siendo escasa. Respecto a ello, hay que mencionar que la literatura la ha considerado con distintas acepciones como: planteamiento de problemas, formulación de problemas, invención de problemas, generación de problemas, entre otros. En la presente investigación llamaremos creación de problemas a los distintos procesos en que los sujetos plantean sus propios problemas, utilizando las distintas formas que la literatura propone para crearlos.

Kilpatrick (1987), reconoce en la creación de problemas un complemento importante para la resolución de problemas y son varios los investigadores que comparten esta afirmación y que

fundamentan la importancia de la creación de problemas, tales como Ellerton (1986), Brown y Walter (1993), Silver (1994), English (1997), entre otros. La importancia de la creación de problemas se ha dado en algunos periodos, según Kontorovich (2009), estos periodos son: entre los años cuarenta y cincuenta al considerarla en las publicaciones de matemáticos, luego entre los setenta y ochenta por parte de los docentes como un medio para el aprendizaje; y finalmente en después del año 1989, desde cuando el NCTM ha promovido su utilización en el aula de matemáticas.

1.2.2. Investigaciones en creación de problemas

La creación de problemas estimula la enseñanza y favorece el aprendizaje de las matemáticas, cuenta de ello dan las distintas investigaciones que se han realizado tanto con estudiantes como con docentes, en las que se aprecia que la creación de problemas debiera ser un foco importante en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas por la cantidad de habilidades que favorece como también la estimulación de la creatividad, que no deja de ser relevante al momento de dar contexto a los conceptos y procedimientos que se aprenden y enseñan en las clases de matemática (Silver, 1994; Akay y Boz, 2010; Ayllón, 2012). La literatura suma distintas investigaciones que muestran el impacto que tiene la creación de problemas, entre las que consideraremos las que siguen, mencionando aspectos relevantes en cada una de ellas, con énfasis en la forma en que la creación de problemas ha sido aplicada ya sea enseñándola a estudiantes y docentes o utilizándola para contribuir al aprendizaje de objetos matemáticos. Cabe mencionar que las estrategias de creación de problemas empleadas son diversas y en algunos casos se sugieren mejoras a las que ya existen.

Cázares, Castro y Rico (1998) realizaron un trabajo desde la perspectiva del desarrollo y evolución de la creación de problemas, trabajando tareas aritméticas con 14 niños que tenían entre 6 y 13 años, donde buscaban comprender la competencia aritmética de los sujetos en la creación de problemas. Concluyeron que mientras más avanza la edad y escolaridad de los estudiantes estos tienen una mayor competencia aritmética en la creación de problemas, además, logran caracterizar los niveles de desarrollo de la competencia aritmética en creación de problemas, lo que permite establecer en qué momento es mejor enseñar determinados contenidos a los estudiantes de manera que se mejore la enseñanza de la matemática.

Ayllón (2005) realizó un trabajo con profesores de educación primaria en formación, en la que analizó la capacidad de estos en la creación de problemas con distintos conjuntos numéricos, concluyendo que el conjunto numérico no tiene influencia en el tipo de problemas que crearon los docentes en formación. Sin embargo, la creación de problemas hizo que los participantes pensarán en la redacción y estrategias de resolución de los problemas creados. Esta misma investigadora, en el año 2012, realizó una investigación que se centra en la exploración de la capacidad de creación de problemas que tienen los estudiantes de educación primaria, buscando caracterizar los problemas creados en cuanto al ámbito del tipo de números que se utilizan, estructuras semánticas y operatoria, cantidad de preguntas planteadas, cantidad de operaciones involucradas en la solución y la consideración que ellos tienen para denominar a un problema como difícil. Los resultados que se obtuvieron estaban relacionados con que el concepto de número que los estudiantes utilizan, y la creación de problemas, son una parte importante en la generación de conocimientos matemáticos escolares, comprobando además que la creación de problemas no es una tarea que los estudiantes realizan habitualmente en las clases de matemáticas.

Akay y Boz (2010) realizaron una investigación con 82 profesores de primaria en formación, en la que concluyeron que la creación de problemas tiene efectos positivos sobre las creencias y la actitud de autoeficacia hacia la matemática, reafirmando la idea de que la competencia de creación de problemas es fundamental en el aprendizaje de la matemática. Además, mejora la actitud hacia la matemática, propiciando el logro del éxito en la realización de tareas matemáticas. Lo anterior evidencia que un programa, como el aplicado en la investigación mencionada, puede ser utilizado en la enseñanza de las matemáticas en las salas de clases por el valioso aporte que demostró realizar.

Espinoza, Lupiañez y Segovia (2013) realizan un recorrido por los distintos ámbitos de investigación relacionados con la creación de problemas, dado el creciente interés por su estudio ellos caracterizan las investigaciones relacionadas con la creación de problemas con distintas finalidades, entre las que se encuentran la invención de problemas como:

- Característica de la actividad creativa o talento excepcional.
- Instrumento para explorar la capacidad de los estudiantes con talento matemático.

- Instrumento para identificar estudiantes con talento matemático.
- Una ventana para observar la comprensión matemática de los estudiantes.
- Herramienta para evaluar el aprendizaje de conocimientos matemáticos.
- Medio para mejorar la disposición y actitudes de los estudiantes hacia la matemática.
- Medio para mejorar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas matemáticos.

Salazar (2014) realiza una investigación con profesores de matemática en formación, con tareas de creación y variación de problemas matemáticos, evidenciando que esto incide en la comprensión de definiciones matemáticas y enunciados de ejercicios y teoremas matemáticos, como también mejora la competencia de reflexión acerca de la matemática lo que lleva a no limitarse a la resolución de las tareas propuestas, sino que también promueve el análisis de estas. Al mismo tiempo contribuye a aumentar la motivación de estudiantes con bajo rendimiento, logrando mejorarlo.

Cárdenas (2015) investigó, en estudiantes de sexto grado de primaria, aspectos relacionados con las capacidades creativas, analizando la originalidad, flexibilidad y fluidez en los problemas creados y las capacidades matemáticas examinando las soluciones de problemas propuestos y creados por los estudiantes. Evaluó también la coherencia lógica entre la información y los requerimientos en la creación de problemas. Ante estos, los estudiantes mostraron altos niveles en los aspectos evaluados y que la creación de problemas se desarrolla de mejor manera cuando se conoce el contexto en el que se trabaja.

En un estudio realizado por Chen, Van Dooren y Verschaffel (2015) se desarrolló un programa cuya finalidad era promover la competencia de creación de problemas en estudiantes chinos; los resultados revelaron el efecto positivo del programa en la originalidad de los problemas creados, en las competencias para resolver y crear problemas, como también mejoraron en las creencias y actitudes de los participantes frente a la resolución y creación de problemas. Por otro lado, lograron evidenciar la estrecha relación que hay entre la resolución y la creación de problemas.

Por su parte, Ellerton (2015), llevó a cabo un estudio en el cual se utilizó la creación de problemas para una clase de modelación matemática para docentes, para que estos pudieran

aplicarlos en la realización de sus clases y, así, generar aprendizajes de los conceptos matemáticos de manera más natural. En el estudio se propone el término *Pedagogy for Problem Posing* (PPP) como un enfoque holístico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, haciendo de la creación de problemas una parte importante de este proceso y se sugiere realizar más investigaciones en relación con esta propuesta.

Martínez (2015), realizó un trabajo con profesores de educación primaria en el que se hace un taller para estimular la creación de problemas por variación de un problema dado mediante la estrategia EPP (Episodio en clase, Problema Pre y problema Pos), concluyendo que la aplicación de esta estrategia mejora la autoconfianza en la capacidad creadora que tienen los profesores, manifestando la intención de incorporar la creación de problemas en sus clases como herramienta relevante en la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Van Harpen y Presmeg (2015), estudiaron a un grupo de estudiantes estadounidenses y un grupo de estudiantes chinos que cursaban matemática avanzada, aplicando dos pruebas, una de las cuales era sobre creación de problemas, concluyendo que varios estudiantes no presentaban una estrategia específica para la creación de problemas por lo que tuvieron dificultades al momento de explicar el proceso que llevaron a cabo para la creación de sus problemas; a pesar de ello, los estudiantes estadounidenses reconocieron la importancia de crear problemas en las clases de matemática, pero los estudiantes chinos no coincidieron con esta afirmación.

Torres (2016), realizó una investigación en la que 14 profesores de secundaria en servicio formaron parte de un taller de creación de problemas relacionados con funciones y con herramientas del EOS (configuraciones epistémicas y cognitivas, y análisis de prácticas matemáticas), utilizando experiencias didácticas en la creación de problemas con énfasis didáctico. Este estudio logró evidenciar que los docentes tienen una baja calidad de la competencia matemática para el trabajo con funciones, pero a pesar de eso, tienen la competencia de crear problemas, aunque la competencia de análisis didáctico es parcial. Al mismo tiempo, se comprueba que aquellos que son buenos para resolver problemas también los creándolos, sobre todo crean problemas didácticamente buenos, mostrando que la estrategia ERPP (episodio, reflexión didáctica, problema pre, problema pos) utilizada aporta en este tipo de creaciones. Platero (2017) llevó a cabo un estudio en el que se aplicó la

creación de problemas con estudiantes universitarios de pedagogía, concluyendo que esta mejora de manera significativa la competencia matemática de los futuros profesores.

Por su parte, Scattarética (2017) caracteriza problemas de multiplicación que crean estudiantes de sexto año básico, analizando la complejidad matemática, diversidad de contextos y tipos de problemas que crean los participantes del estudio. Se concluye que los estudiantes crean problemas con alta complejidad y en distintos contextos, encontrando que en sexto básico los estudiantes se encuentran capacitados para la creación de problemas creativos, poniendo énfasis en que el nivel de complejidad va a aumentar en la medida que los docentes ofrezcan la posibilidad de crear problemas en las clases de matemáticas.

Aguilar (2018) realizó una investigación con docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior buscando estimular la capacidad de creación de problemas mediante la estrategia EPP (Episodio, Problema pre, Problema pos), logrando concluir que los docentes muestran que tienen el conocimiento matemático necesario pero tienen limitaciones en la creación de problemas con estos objetos matemáticos, sin embargo, luego de aplicar la estrategia EPP se ha mejorado la competencia de creación de problemas.

Espinoza (2018) realizó una investigación en la cual analizó los elementos que aporta la creación de problemas a la identificación de estudiantes con talento matemático. En dicha investigación se concluye que, para plantear problemas de mayor complejidad, los estudiantes deben crear un problema y luego reformularlo; también se comprueba que las tareas de creación de problemas pueden ser útiles para la identificación de estudiantes con talento matemático, donde el autor acota que estos son más creativos en la invención de los problemas. El autor realiza la sugerencia de que antes de trabajar la creación de problemas, esta tarea debe ser enseñada a los estudiantes para que no se presente esta limitación en futuras investigaciones. Por otro lado, concluye que “las tareas de invención de problemas son un recurso educativo que debería promoverse en la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles educativos” (p. 156)

Como evidencia la literatura que hemos estudiado hasta el momento, la creación de problemas ha demostrado ser efectiva en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas tanto en estudiantes como en profesores, tal como fundamenta Malaspina

(2013a, 2017), tanto por razones didácticas como investigativas. De las investigaciones antes descritas podemos afirmar que la creación de problemas hace que el inventor (la persona que crea el problema) establezca relaciones entre distintos objetos matemáticos, fomente su creatividad, mejore su actitud hacia las matemáticas, movilice distintos procesos cognitivos, incremente la motivación y el interés por las matemáticas; además, posibilita el éxito en la resolución de problemas, permite superar los errores, incrementa el desarrollo del razonamiento, implica al estudiante en su aprendizaje y para los docentes es útil como instrumento de evaluación.

1.3 PROGRAMAS DE ESTUDIO Y LIBROS DE TEXTO COMO OBJETO DE INVESTIGACIÓN

El libro de texto es entendido como el medio físico con el que los profesores se ayudan para poder enseñar contenidos de manera metódica y con cierto orden, integrando diversas fuentes de información y orientando el quehacer educativo, siendo el principal recurso de instrucción y con el que se lleva a cabo el plan de estudios (Cockcroft, 1985; Nathan y Koedinger (2000), Rodríguez, 2006; Valencia y Valenzuela, 2017). Aamotsbakken (2006) afirma que los profesores tienen dependencia de los libros de texto en los diferentes niveles educativos y que es tan fuerte que muchos docentes se aferran al libro como su guía para la enseñanza. Al respecto Rico (1990), afirmaba que los docentes conservan, mantienen y transmiten el saber institucionalizado por medio del libro de texto. Es por ello que el análisis de los libros de texto ha ido tomando fuerza como línea de investigación en educación matemática (Gómez, 2011), debido a que, tal como mencionamos antes, son el instrumento que mayor uso tiene en las salas de clases y los que transmiten los saberes de los estudiantes, pero a pesar de que hay variada investigación acerca de los libros de texto, estas son aún escasas en el caso de los de matemáticas (González y Sierra, 2004), tanto en su contenido como en la forma en que este contenido es transmitido, ya sea por influencias sociales, políticas o económicas.

Choppin (1980), ve al libro de texto como un instrumento de poder, ya que favorece que se uniformen los lenguajes disciplinares, nivela los saberes culturales y propaga ideas dominantes, construyendo una jerarquía de conocimientos. Sierra, González y López (1999)

manifiestan que la enseñanza en su parte más práctica, no se encuentra determinada por los decretos ministeriales, sino que por lo que los libros de texto que se utilizan en la sala de clases, aún cuando son los decretos ministeriales los que dicen lo que los alumnos deben estudiar, y lo que los docentes deben transmitir en las salas de clases, imponiendo incluso distintos enfoques pedagógicos propuestos por cada currículo (Tosi, 2012). Schubring (1987), afirma que el análisis de libros de texto permite conocer la evolución de los saberes permitiendo la interpretación de distintos fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a través del tiempo, puesto que estos tienen una función comunicativa e interpretativa (Otte, 1996) que muestra lo que el autor desea que los lectores perciban de la disciplina. Este doble rol de los libros de texto es para González y Sierra (2004), lo que permite que estudiarlos “aporte gran información tanto acerca de las concepciones en relación con el contenido matemático que desarrollan como acerca del proceso educativo con el que están relacionados” (p. 39).

Braga y Belver (2014) analizaron los libros de texto desde su rol en las aulas entendiéndolo como un instrumento que regula el diseño y el desarrollo del currículum escolar, además de ser adecuado para transmitir los valores de los nuevos ciudadanos a los niños en formación. Ellos identifican, según su investigación, las funciones que cumplen los libros de texto, siendo estas: realizar una determinada selección cultural, ser un producto de consumo y convertirse en el currículum real. Esta última función surge como la más relevante de las tres debido a que el currículum es llevado a las aulas mediante los libros de texto constituyéndose en un mediador del aprendizaje del estudiante, siendo el preferido de los docentes al momento de realizar sus clases.

Considerando las afirmaciones anteriores, no cabe duda que el libro de texto ha adquirido un poder a lo largo del tiempo, siendo en muchos casos la guía que utilizan los docentes para la realización de las clases, es por ello que su análisis es valioso debido a que entrega nociones de lo que los estudiantes están aprendiendo y cómo lo están aprendiendo. Los libros de texto tienen implícita una estrategia de enseñanza y un modo de uso que incluso permite conocer el momento del año en que los estudiantes van a aprender determinados contenidos, ya que junto al programa de estudio, estos contenidos se realizan de manera que se pueda tener un mediano control de lo que los estudiantes deben aprender en determinada época del año

escolar, tal como plantea Rico (1997), los libros de texto estructuran las distintas unidades didácticas que indica el programa de estudios.

En relación con la investigación centrada únicamente en los programas de estudio, no se ha encontrado literatura relevante, lo que se puede deber a que generalmente son los libros de texto los que tienen mayor contenido para poder analizar, debido a que son realizados por distintos autores especializados en el área, no así los programas que normalmente surgen de reuniones en el Ministerio de Educación de los diferentes países y el rol que cumplen es similar en los distintos currículum.

Cai, Jiang, Hwang, Nie, y Hu (2016), realizaron un estudio acerca de la forma en que se aborda la creación de problemas en los currículum de dos países, Estados Unidos y China, en el que analizan las tareas de creación de problemas que se proponen en los libros de texto, motivados por el creciente reconocimiento de las habilidades movilizadas al crear problemas, considerando que esta puede ser integrada como una parte eficaz en la instrucción matemática y debido a que los planes de estudio son un agente poderoso para generar cambios en dicha instrucción. A pesar de lo anterior, ellos afirman que hay una escases de investigaciones respecto a la creación de problemas en los libros de texto que utilizan los estudiantes y los profesores. En esta investigación, los autores afirman que una forma de tener luces de cómo se pretende que se aborde la creación de problemas es analizando los problemas que se proponen como ejemplo para los estudiantes en los libros de texto, lo que puede indicarnos la intencionalidad con que los diseñadores de libros de texto hacen llegar el currículum a los estudiantes, sin considerar la forma en que los docentes aplican las guías dadas para la creación de problemas. Lo anterior resulta interesante teniendo en cuenta que en la mayoría de las clases son los docentes los que explican los contenidos que hay en los libros de texto, cuestión que ocurre mucho en nuestro país, donde el predominio de las clases expositivas es abundante en las aulas de matemáticas. La investigación a la que hacemos referencia es particularmente interesante para nosotros ya que provee luces de cómo se promueve de la creación de problemas en el currículum de otros países y podemos establecer comparaciones en la manera que se aplica en nuestro país, para determinar qué tanto se puede avanzar en esta materia y llegar a dar a la creación de problemas un lugar relevante junto a la resolución de problemas, puesto que ambas pueden proporcionar un aprendizaje integrado de la

matemática y, por que no mencionarlo, pueden aportar a la transversalidad de los conocimientos ya que puede ligarse con aprendizajes de otras asignaturas, lo cual enriquece el proceso de creación y resolución de problemas tanto para los estudiantes como para los docentes.

Para contextualizar nuestra investigación debemos mencionar que en Chile el currículum se expresa en un Marco Curricular y en distintos instrumentos curriculares que son: planes de estudio, programas de estudio, mapas de progreso, niveles de logro del SIMCE y textos escolares. El Marco curricular es el instrumento que define lo que los estudiantes de los distintos niveles van a aprender en el año escolar, de ahí surgen los otros instrumentos. Los planes de estudio dictan la organización del tiempo y las actividades curriculares. Los programas de estudio entregan la organización didáctica definiendo los aprendizajes esperados (objetivos de aprendizaje), ejemplos de actividades para el logro de los objetivos y ejemplos de evaluaciones para las distintas unidades. Los mapas de progreso indican el crecimiento de las competencias constituyendo un marco para la observación y evaluación del aprendizaje. Los niveles de logro del SIMCE (Sistema de medición de la calidad de la educación) describen los logros alcanzados por los estudiantes en la evaluación SIMCE. Los textos escolares desarrollan los contenidos establecidos en el marco curricular, que para los docentes es una propuesta metodológica para la implementación del currículum en el aula y para los estudiantes constituyen un documento con explicaciones y actividades de los contenidos estudiados (MINEDUC, 2009).

Las unidades didácticas que se mencionan en los programas de estudio son generalmente cuatro: Números y operaciones, Álgebra, Geometría y Datos y azar, estas pueden tener distintos nombres en los diferentes niveles, pero en general podemos agruparlas de ese modo. En cuanto al tiempo destinado a cada una, varía de acuerdo al nivel educativo. Sin embargo, el tiempo es un rango sugerido ya que no siempre se logran los objetivos de aprendizaje en los tiempos establecidos en el currículum lo que conlleva que en muchos establecimientos educacionales no se alcancen a cumplir todos los objetivos de aprendizaje.

En relación con los niveles educativos, estos son tres: pre-básica, básica y media. La enseñanza pre-básica contempla tres cursos: sala cuna, medio y transición; las bases curriculares de estos cursos han comenzado a aplicarse desde el año 2019, es por eso que no

han sido considerados en nuestra investigación. La enseñanza básica está compuesta por ocho cursos y la enseñanza media por cuatro cursos, cuyas bases curriculares han sido modificadas en el tiempo por lo que esta investigación la realizaremos con las que están vigentes este año (2019). La enseñanza media puede ser científico-humanista o técnico-profesional, en la primera modalidad los estudiantes de tercero y cuarto año medio deben elegir un plan diferenciado (científico o humanista) para cursar con asignaturas de contenidos especializados. Por otro lado, los establecimientos educacionales pueden ser privados o públicos, en esta última categoría se encuentran los establecimientos municipales y los establecimientos particulares subvencionados, los que reciben aportes del estado para su funcionamiento y donde la mayoría sigue el currículum dictado por el MINEDUC, razón por la que en nuestra investigación analizaremos los textos que provee el MINEDUC durante el año 2019.

El currículum chileno resume los objetivos y contenidos en un documento denominado Bases Curriculares, éstas se dividen en dos documentos: Bases curriculares para enseñanza básica y Bases curriculares para enseñanza media. El primer documento contiene lo que se espera que un estudiante aprenda en todas las asignaturas de primero a sexto año básico. El segundo documento contiene los aprendizajes esperados en todas las asignaturas desde séptimo año básico hasta cuarto medio.

Los documentos del currículum chileno son variados, y en esta tesis los utilizaremos para analizar la consistencia que hay entre ellos y establecer la relevancia que tiene la creación de problemas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que actualmente aprenden los estudiantes.

Finalmente, señalamos que en un estudio realizado por Guernica Consultores (2016) se analizó, entre otras, la incidencia de uso de los documentos ministeriales en las distintas asignaturas, en el que en matemáticas, los programas de estudio y los libros de texto, de primero a sexto básico, lograron un alto porcentaje de uso tanto para la preparación como para la realización de las clases. A su vez, los libros de texto son valorados por su utilidad en el desarrollo de habilidades relacionadas con estrategias propias de la disciplina y por el empleo de diversas estrategias que se aplican a la resolución de problemas.

Todo lo anterior, contribuye a reforzar nuestra idea de que el análisis de los programas de estudio y los libros de textos, como representantes del currículo, es útil para valorar si la creación de problemas está siendo promovida en el currículo chileno de educación matemática y además nos permite valorar la forma en que esta está siendo estudiada en las aulas de matemática del país.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA

2.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo definiremos lo que entendemos como problema matemático, diferenciándolo de un ejercicio matemático y abordaremos la literatura relacionada con la Creación de Problemas Matemáticos, entregando la concepción que se utiliza en esta investigación. También, precisaremos los elementos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) que serán útiles para proponer un instrumento para la realización del análisis de los libros de textos y programas de estudio del currículo chileno. Además, damos a conocer los objetivos de la investigación y la metodología utilizada para su realización.

2.2 ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICOS

En esta tesis utilizamos como marco teórico el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007) que integra elementos de distintos enfoques de la educación matemática y en el que las nociones de conocimiento y competencia están relacionados, ya que para la realización competente de una práctica deben estar relacionados los objetos regulares de la misma, los que son constituyentes del conocimiento.

Este enfoque tiene cinco niveles de análisis aplicables a un proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas:

- Sistemas de prácticas (operativas y discursivas)

- Configuración de objetos y procesos matemáticos, emergentes e intervinientes en las prácticas matemáticas.
- Configuración didáctica.
- Dimensión normativa o sistemas de reglas, hábitos y normas.
- Idoneidad didáctica.

Sistema de Prácticas (operativas y discursivas)

El análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas es el primer nivel de análisis didáctico de un proceso de estudio, según Godino y Batanero (1994), la práctica matemática es considerada como “toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas” (p. 334). Las prácticas pueden ser personales (idiosincrásicas de una persona) o institucionales (compartidas en el seno de una institución). Una institución es concebida como “comunidades de prácticas”, dado que las personas que la constituyen se encuentran involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas, cuyo compromiso con dicha problemática conlleva la realización de prácticas sociales con rasgos particulares que, generalmente, se encuentran condicionadas por los instrumentos que ésta dispone, sus reglas y modos de funcionamiento.

En el estudio de las matemáticas son interesantes los sistemas de prácticas, operativas y discursivas, que llevan a cabo las personas involucradas en las situaciones problemas, más que una práctica específica para resolver problemas particulares.

Los significados entendidos como sistemas de prácticas llevan a introducir una tipología de significados: significados institucionales y significados personales. Los significados institucionales pueden ser: significado implementado (lo que se implementa efectivamente en una experiencia docente específica), significado evaluado (el que se usa para evaluar el aprendizaje de los estudiantes), significado previsto (los que se incluyen en la planificación del proceso de estudio) y significado referencial (es el que se usa como referencia para la elaboración de un significado deseado). El significado personal puede ser: significado global (es el conjunto de prácticas personales que el sujeto potencialmente puede llevar a cabo en relación con un objeto matemático específico), significado declarado (las prácticas

personales efectivamente mostradas en la resolución de tareas de evaluación y cuestionarios, independientemente si son correctas o incorrectas desde el punto de vista institucional) y significado logrado (prácticas personales que se ajustan al significado institucional fijado por el profesor).

En el EOS, el proceso de enseñanza implica la participación de los estudiantes en la comunidad de prácticas que comparten el significado institucional, y el aprendizaje es concebido como la apropiación de estos significados por parte de los estudiantes.

Configuración de objetos y procesos

La noción de sistema de prácticas es útil en determinados tipos de análisis macrodidácticos, al realizar la comparación de la forma particular en que se adopta el conocimiento matemático en diferentes marcos institucionales, se hace necesaria la introducción de una clasificación de objetos matemáticos, ya que estos emergen del sistema de prácticas. Una descripción más precisa de la actividad matemática requiere la introducción de seis tipos de entidades primarias. Estos objetos forman "configuraciones", que se definen como la red de objetos involucrados y emergentes de los sistemas de prácticas y las relaciones que se establecen entre ellos. Dichas configuraciones pueden ser epistémicas al ser redes de objetos institucionales o cognitivas como una red de objetos personales. Esas configuraciones junto al sistema de prácticas conforman las herramientas teóricas básicas que permiten realizar la descripción del conocimiento matemático, en sus facetas personales e institucionales. Los objetos y relaciones mencionados surgen mediante procesos matemáticos a través de ambas facetas, persona e institucional. El surgimiento de objetos, problemas, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos lingüísticos se da a lo largo de los procesos matemáticos primarios de comunicación, presentación de problemas, definición, enunciación, elaboración de procedimientos y argumentación. La resolución de problemas y el modelamiento matemático deben considerarse como hiperprocesos matemáticos, ya que involucran configuraciones complejas de procesos matemáticos primarios. La realización efectiva de los procesos de estudio requiere secuencias de planificación, monitoreo y evaluación que podrían considerarse procesos metacognitivos.

Configuraciones didácticas

La noción de configuración didáctica es la principal herramienta para el análisis de los procesos instruccionales, ésta se define como cualquier segmento de actividad didáctica (enseñanza y aprendizaje) comprendido entre el inicio y fin de una tarea (situación – problema). Incluye, por tanto, las acciones de los estudiantes y del profesor, así como los medios planificados o usados para abordar la tarea. La secuencia de configuraciones didácticas constituye una trayectoria didáctica, ya que se tiene en cuenta no solo los objetivos, tareas instruccionales e hipótesis sobre el proceso de aprendizaje sino también los roles docentes y discentes y los medios instruccionales empleados.

La tarea que delimita una configuración didáctica puede estar formada por distintas subtareas, cada una de las cuales se puede considerar como una subconfiguración. En toda configuración didáctica hay:

- a) Configuración epistémica: sistema de prácticas, objetos y procesos matemáticos institucionales requeridos en la tarea.
- b) Configuración instruccional: sistema de funciones docentes, discentes y medios instruccionales que se utilizan, así como las interacciones entre los distintos componentes.
- c) Configuración cognitiva – afectiva: sistema de prácticas, objetos y procesos matemáticos personales que describe el aprendizaje y los componentes afectivos que le acompañan.

Dimensión normativa

Es el cuarto nivel de análisis de un proceso de estudio, éste pretende estudiar una trama de normas y metanormas que regulan distintas dimensiones de un proceso de estudio, debido a la naturaleza normativa de los objetos matemáticos y didácticos. Para llevar a cabo el análisis de dichas normas hay que tener en cuenta los distintos fenómenos de interacción social que surgen en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas. Las normas se deben considerar según la faceta del proceso de estudio a que se refiere, es decir, para analizarlas se deben considerar las facetas: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica, ya que, esto permite que se fijen normas regulativas para:

- Las matemáticas susceptibles de ser enseñadas y aprendidas en una institución.
- La manera en que los alumnos construyen y comunican las nociones, procesos y significados matemáticos.
- Las interacciones docente-discente y discente-discente.
- El uso de los recursos humanos, materiales y temporales.
- La afectividad de las personas que intervienen en el proceso de estudio.
- La relación con el entorno (sociocultural, político, laboral...) en el que se desarrolla el proceso de instrucción. (Godino, Font, Wilhelmi, y de Castro, 2009, p. 64)

Las normas se pueden clasificar según los momentos de dichos procesos, el grado de coerción o rigidez de las normas y el origen de las normas. Lo anterior, teniendo en cuenta que a veces las normas son impuestas explícitamente y en otras ocasiones emergen de las prácticas escolares.

Idoneidad didáctica

Utilizaremos el constructo de Idoneidad Didáctica con sus componentes e indicadores para el análisis de los programas y libros de texto. Godino (2017) define la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se como

El grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). (p.13)

La idoneidad didáctica es la articulación coherente y armónica de los seis tipos de idoneidad: epistémica, cognitiva, interaccional, emocional, mediacional y ecológica, los que se entienden como:

- Idoneidad epistémica, se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.
- Idoneidad cognitiva, expresa el grado en que los significados pretendidos/implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados.
- Idoneidad interaccional. Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales, y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.
- Idoneidad mediacional, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje.
- Idoneidad afectiva, grado de implicación (interés, motivación, ...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.
- Idoneidad ecológica, grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla. (Godino, 2013, p.116)

La noción de idoneidad didáctica se puede aplicar en distintos ámbitos, entre los que se encuentran el análisis de una propuesta curricular y el material didáctico, como los libros de texto, es por ello que es útil en el análisis que realizaremos. Para determinar el logro de una alta idoneidad didáctica Godino (2013) propone indicadores empíricos de las distintas idoneidades parciales para que sirvan de pauta para el diseño y valoración de acciones formativas planificadas, las que describimos a continuación para cada criterio de idoneidad didáctica.

En la Imagen 2.1 se realiza una síntesis de los criterios de idoneidad con sus componentes, esta se representa con un hexágono regular en el que se supone que el proceso de estudio pretendido alcanzará el grado máximo cuando cada vértice del hexágono interior se acerca a los lados del hexágono mayor, es por ello que el hexágono interior corresponde a la idoneidad alcanzada realmente en el proceso de estudio. Se conoce que no es posible lograr la idoneidad didáctica global en un proceso de instrucción, puesto que están involucradas distintas dimensiones con sus diferentes componentes, por ello se valoran los procesos de instrucción buscando alcanzar la mayor idoneidad posible.

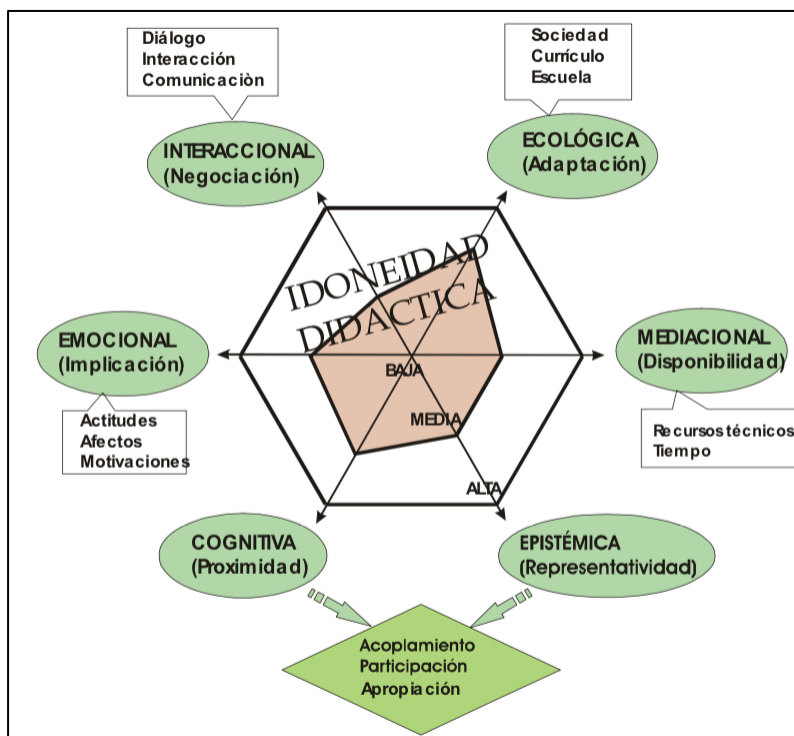


Imagen 2.1. Componentes de la idoneidad didáctica. Fuente: Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006)

Idoneidad Epistémica

Para lograr una alta idoneidad epistémica es necesaria una selección y adaptación de las situaciones problema, que son un elemento central en el EOS, o tareas que tengan riqueza didáctica y matemática, de manera que puedan surgir diversas representaciones, definiciones, procedimientos, proposiciones y justificaciones que permitan a los estudiantes conjeturar, generalizar y justificar sus soluciones, logrando así el conocimiento y la comprensión de los distintos objetos matemáticos, pudiendo relacionarlos entre sí. La Tabla 2.1 describe un conjunto de componentes e indicadores para evaluar la idoneidad epistémica (matemática).

Tabla 2.1. Componentes e indicadores de la idoneidad epistémica. Fuente: Godino (2013, p. 119)

<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Situaciones-problemas	<ul style="list-style-type: none">• Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación• Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguajes	<ul style="list-style-type: none">• Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismos.• Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige• Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none">• Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen• Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado• Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos
Argumentos	<ul style="list-style-type: none">• Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen• Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar
Relaciones	<ul style="list-style-type: none">• Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí.• Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas

Idoneidad Cognitiva

En el EOS el aprendizaje constituye una apropiación de los significados institucionales pretendidos, logrando un acoplamiento progresivo entre los significados personales iniciales de los estudiantes y los significados institucionales planificados, con las interrelaciones entre los objetos que intervienen en las prácticas operativas y discusivas involucradas. La Tabla 2.2 describe componentes e indicadores de idoneidad cognitiva.

Tabla 2.2. Componentes e indicadores de la idoneidad cognitiva. Fuente: Godino (2013, p. 121)

COMPONENTES:	INDICADORES:
Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	<ul style="list-style-type: none">• Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio)• Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none">• Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo• Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes
Aprendizaje: (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica: situaciones, lenguajes, conceptos, procedimientos, proposiciones, argumentos y relaciones entre los mismos)	<ul style="list-style-type: none">• Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos pretendidos (incluyendo comprensión y competencia):• Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva• La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia• Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

Idoneidad Afectiva

Se asocia a la resolución de problemas una componente afectiva, que moviliza las creencias, emociones y actitudes de quien resuelve el problema, lo que debe ser considerado por los

docentes debido a la potencial carga que ello conlleva en el proceso de enseñanza y aprendizaje. La Tabla 2.3 describe componentes e indicadores de idoneidad afectiva.

Tabla 2.3. Componentes e indicadores de la idoneidad afectiva. Fuente: Godino (2013, p. 122)

<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Intereses y necesidades	<ul style="list-style-type: none"> • Las tareas tienen interés para los alumnos • Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> • Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. • Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	<ul style="list-style-type: none"> • Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. • Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

Idoneidad Interaccional

La valoración positiva de los momentos en que hay interacción entre los estudiantes entre sí y entre los estudiantes y docente, hace que esta idoneidad tenga una relevancia en el análisis de la idoneidad didáctica, ya que en ella se puede observar el diálogo, conversación y discurso que tiene lugar en el aula y es útil para la evaluación. La Tabla 2.4 describe componentes e indicadores de idoneidad interaccional.

Tabla 2.4. Componentes e indicadores de la idoneidad interaccional. Fuente: Godino (2013, p. 123)

<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Interacción docente - discente	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) • Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.) • Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento • Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. • Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase.
Interacción entre discentes	<ul style="list-style-type: none"> • Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes • Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos • Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión
Autonomía	<ul style="list-style-type: none"> • Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos)
Evaluación formativa	<ul style="list-style-type: none"> • Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos.

Idoneidad Mediacional

El uso de la tecnología tiene especial relevancia en esta idoneidad, ya que “los profesores efectivos maximizan el potencial de la tecnología para desarrollar la comprensión de los estudiantes, estimular su interés, e incrementar su proficiencia en matemáticas” (Godino, 2013, p. 124) a lo que deben agregarse entre otros elementos, los materiales manipulativos, que permiten una mejor apropiación de los objetos matemáticos. La Tabla 2.5 describe los componentes e indicadores de la idoneidad mediacional.

Tabla 2.5. Componentes e indicadores de la idoneidad mediacional. Fuente: Godino (2013, p. 125)

COMPONENTES:	INDICADORES:
Recursos materiales (manipulativos, calculadoras, ordenadores)	<ul style="list-style-type: none"> • Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido • Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<ul style="list-style-type: none"> • El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida • El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora) • El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido
Tiempo (de la enseñanza colectiva / tutorización, tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> • El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida • Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema • Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión

Idoneidad Ecológica

Lo que se encuentra fuera de las salas de uno u otro modo condiciona lo que ocurre dentro de ellas, es por eso que, en el proceso de enseñanza-aprendizaje es relevante esta idoneidad y es importante observarla en la planificación y ejecución de dicho proceso. La Tabla 2.6 describe los componentes e indicadores de la idoneidad ecológica.

Tabla 2.6. Componentes e indicadores de la idoneidad ecológica. Fuente: Godino (2013, p. 126)

<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Adaptación al currículo	<ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares
Apertura hacia la innovación didáctica	<ul style="list-style-type: none"> • Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva • Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo
Adaptación socio- profesional y cultural	<ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos contribuyen a la formación socioprofesional de los estudiantes
Educación en valores	<ul style="list-style-type: none"> • Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico
Conexiones intra e interdisciplinares	<ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares

Para la realización de nuestro análisis vamos a utilizar estas tablas con las adecuaciones necesarias para su aplicación analizando programas y libros de texto, lo que describiremos en el siguiente capítulo, para ello consideraremos algunos aspectos que nos parecen relevantes de las tablas antes mencionadas.

2.3 CREACIÓN DE PROBLEMAS

2.3.1 Problema matemático

A lo largo de los años han surgido varias definiciones de lo que es un problema matemático, las cuales coinciden en que un problema es una actividad para la que no se tiene un algoritmo de resolución aprendido previamente, marcando esto la diferencia entre un ejercicio y un problema matemático. Stanic y Kilpatrick (1988) afirman que los problemas matemáticos tienen un lugar de privilegio en el currículo matemático, y como no tenerlo si son una de las

actividades que se realizan en matemática que más habilidades moviliza y promueve, generando un camino excelente para la obtención del conocimiento de diversos objetos matemático. Espinosa (2004), afirma que la dificultad en la situación a la que se enfrenta el resolutor debe ser intelectual y no meramente algorítmica, puesto que, si fuera por aplicar un algoritmo, simplemente se resuelve un ejercicio, ya que la resolución de problemas va más allá que simplemente aplicar una operación.

En relación con la definición de un problema podemos encontrar varias en la literatura, Polya (1962) considera que un problema consiste en la búsqueda del logro de una meta no inmediata de alcanzar, que el resolutor realiza conscientemente y mediante alguna acción que sea apropiada. Por su parte, Bouvier y George (1979) afirman que un problema es una cuestión que se plantea en la que hay datos conocidos y desconocidos, siendo el resolutor quien debe utilizar aquello que se conoce para resolver dicha cuestión. Krulik y Rudnik (1980) afirman que “es una situación cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma” (p. 3). Por otro lado, Hayes (1981) plantea que si hay una brecha entre el lugar presente y el lugar en que se desea estar y no se sepa cómo encontrar el camino para llegar, entonces se tiene un problema. Para Charles y Lester (1982), un problema es una situación donde se le pide a un individuo realizar una tarea para la que no tiene un algoritmo accesible fácilmente que determine completamente el método de solución. Schoenfeld (1985) menciona que la relación entre el resolutor y la situación es la que hace que la tarea a resolver sea un problema, afirmación que es compartida por Charnay (1994) y Parra (1990), esta última además afirma que

Un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata. (p. 23)

Blum y Niss (1991) manifiestan que si no se conoce un procedimiento o algoritmo ante una situación, esta es un problema; semejante definición que da Abrantes (2002), al considerar que los métodos para resolver la situación son desconocidos, coincidiendo con la definición

dada por Carrillo (1996). Campistrous y Rizo (1996), señalan que un problema es una situación que tiene un planteamiento inicial y una exigencia que requiere que se transforme dicho planteamiento, y cuyo camino a la solución es desconocido, añadiendo que el que resuelve debe querer hacer la transformación. Similar visión que entrega De Guzmán (1991), al distinguir dos situaciones, una inicial y una final. Por otro lado, Mazarío (2002) coincide con Campistrous y Rizo al mencionar la componente motivacional del sujeto que resuelve. Gaulin (2001) considera que un problema es una situación en la que se debe tener una estrategia de resolución, la que no necesariamente conduce a una respuesta inmediata. Según Vila y Callejo (2004), un problema no es simplemente una tarea matemática, sino una herramienta para pensar matemáticamente, un medio para crear un ambiente de aprendizaje que forme sujetos autónomos, críticos y creativos, capaces de preguntarse por los hechos, las interpretaciones y las explicaciones, de tener su propio criterio estando a su vez abiertos a los de otras personas.

Una distinción que es importante hacer notar es aquella que dice relación con la diferencia entre un ejercicio y un problema (Butts, 1980; Pozo, Del Puy Pérez, Domínguez, Gómez y Postigo 1994; Swenson, 1994; D'Amore, 1997; Santos, 1997; Gaulin, 2001; Fuentes, 2008; Pérez, 2008). En general, la literatura reporta que un ejercicio es una tarea para la que se conoce previamente un método de resolución o algoritmo, que no demanda una dificultad superior al resolutor, distinto de un problema en el que, como se mencionó antes, la resolución no sigue algoritmos previamente establecidos y el nivel de dificultad es alto, tanto que tiene una mayor exigencia para el resolutor. Salinas y Sgreccia (2007) realizan una tabla (Tabla 2.7) que muestra las diferencias entre problemas y ejercicios, teniendo en cuenta las nociones de los mismos propuestas por Pozo, Del Puy, Domínguez, Gómez y Postigo, (1994), D'Amore (1997) y Gaulin (2001).

Tabla 2.7. Diferencia entre ejercicio y problema. Fuente: Salinas y Sgreccia (2007, p. 28)

<i>Aspecto</i>	<i>Problema</i>	<i>Ejercicio</i>
Comprensión	Su comprensión lleva tiempo y análisis. No se cuenta con una solución inmediata. Puede tener distintos caminos de resolución y múltiples soluciones.	Se comprende de inmediato y su resolución se concreta mediante la aplicación de una técnica o destreza ya aprendida. Su solución generalmente es única.
Objetivos	Que el alumno busque, investigue, utilice la intuición, profundice en el conjunto de conocimientos y experiencias anteriores para elaborar y poner en práctica un plan para resolverlo y posteriormente revise sus resultados; que construya nuevos conocimientos matemáticos.	Que el alumno aplique de forma mecánica conocimientos y algoritmos ya adquiridos y fáciles de identificar.
Aplicación	Abiertos a posibles variantes, generalizaciones y nuevos problemas.	Son actividades cerradas.
Motivación	Fuerte inversión de energía y afectividad. A lo largo de la resolución del problema se suelen experimentar diversos sentimientos: frustración, ansiedad, entusiasmo, alegría, confianza. Es importante que exista un interés por resolverlo.	No suele implicar la afectividad.
Tiempos	No se puede saber de antemano, no es de resolución inmediata.	Se puede determinar con antelación un tiempo estimado de resolución, el cual es relativamente breve.
Textos	Son pocos los libros escolares que cuentan con este tipo de actividad y, en los casos que sí lo tienen, su presencia es escasa.	La mayoría de la literatura escolar tiene este tipo de actividad.

Como vemos en la Tabla 2.7, las diferencias entre un ejercicio y un problema son muy marcadas y no cabe duda de las potencialidades que tiene un problema, pero no debemos

dejar de lado la importancia de la resolución de ejercicios debido a que ellos son los que permiten tener un idea inicial de los procedimientos establecidos en la matemática por la aplicación inmediata de conceptos que estos tienen.

Para la creación de problemas hay que tener claro lo que es un “buen problema”, de manera que aquellos problemas que se plantean tengan esta riqueza y sean motivantes para que se desee resolverlos. En este sentido, Eisntein e Infeld (1938), afirmaron que el planteamiento de un problema interesante generalmente tiene mayor importancia que la solución del mismo, también Hadamard (1945), planteaba que la creación de buenos problemas es una parte importante de la alta calidad de las matemáticas, es por ello que el hecho de que tanto los docentes como los estudiantes sepan crear buenos problemas, parece ser relevante cuando se pretende fortalecer la creación de problemas desde el currículo de matemáticas. Por otro lado, Crespo y Sinclair (2008) plantean la metáfora de que un buen problema debe ser nutritivo y sabroso (nutritious and tasty), por el interés de las personas de comer alimentos que cumplan estas características, ellas afirman que ocurre lo mismo con los problemas matemáticos, nosotros podemos agregar que, además, de nutritivo y sabroso, un problema debe ser “hecho en casa”, para aludir a que deben ser creados por los mismos estudiantes, de manera que apliquen todos los conocimientos que ellos mismos poseen y obtengan un producto realmente bueno.

Malaspina (2012) considera que un buen problema desde el punto de vista didáctico, basado en los criterios de idoneidad del EOS, debe cumplir con:

- La dificultad no debe ser demasiado grande y se percibe que la solución es alcanzable. (idoneidad cognitiva)
- Favorece intuir un camino para obtener la solución o conjeturar una solución. (idoneidad interaccional, emocional y cognitiva)
- Favorece hacer algunas verificaciones – eventualmente con ayuda de calculadoras o computadoras – para mantener o rechazar las conjeturas. (idoneidad interaccional y mediacional)

- Se percibe que es interesante o útil resolver el problema. (idoneidad emocional y ecológica)
- Favorece establecer conexiones matemáticas, ya sea entre varios temas matemáticos, con situaciones reales o con otros campos del conocimiento. (idoneidad epistémica y ecológica)
- Se percibe claramente en qué consiste el problema (determinar algo, demostrar, mostrar, etc.). (idoneidad interaccional y cognitiva)
- Favorece el uso de relaciones lógicas antes que el uso mecánico de algoritmos (idoneidad epistémica)
- Favorece crear nuevos problemas, haciendo de manera natural algunas variaciones que llevan a situaciones significativas, tanto didáctica como matemáticamente. (idoneidad epistémica). (p. 177)

Por otro lado, para determinar si un enunciado es un problema Malaspina (2013c) afirma que todo problema tiene cuatro elementos fundamentales:

- Información: datos cuantitativos o relacionales.
- Requerimientos: lo que se pide encontrar.
- Contexto: intra-matemático o extra-matemático.
- Entorno matemático: conceptos u objetos matemáticos involucrados.

En nuestro estudio tendremos en cuenta los criterios y elementos antes mencionados propuestos por Malaspina, para determinar si un enunciado, dado como ejemplo, es un problema y si lo es, para saber si es un buen problema.

2.3.2 Creación de problemas matemáticos

La creación de problemas es definida por Stoyanova y Ellerton (1996) como un proceso en el que los estudiantes formulan problemas basándose en sus experiencias matemáticas, las que corresponden a interpretaciones personales de situaciones concretas. Para Malaspina

(2013a) la creación de problemas es “un proceso mediante el cual se obtiene un nuevo problema a partir de un problema conocido... o a partir de una situación dada” (p. 1). Kamii y De Vries (1981) definen la creación de problemas como un proceso que puede inducir la abstracción reflexiva de quienes la realizan, facilitando habilidades relacionadas con el conocimiento lógico matemático. Para Martínez (2015) la creación de problemas es:

La capacidad que tiene el hombre, a partir de sus experiencias personales, de plasmar vivencias y dificultades en un enunciado, el mismo que le permita efectuar operaciones a través de estrategias y procedimientos, y, de esa manera, obtener una o varias soluciones, las mismas que le permitan resolver sus problemas planteados y aplicarlos en circunstancias que se les presenten en la vida cotidiana. (p. 24)

La creación de problemas, como la resolución de estos, es un tema fundamental en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Malaspina (2016) afirma que “la creación de problemas debe formar parte esencial en los procesos de aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos” (p. 322), pues provee oportunidades únicas para que los estudiantes puedan evidenciar la comprensión de distintos objetos matemáticos contribuyendo al dinamismo en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Según Castro (2011) “cuando un individuo inventa un problema ha alcanzado niveles de reflexión complejos, por tanto ha llegado a una etapa de razonamiento que hace posible la construcción de conocimiento matemático” (p. 1). Respecto de la creación de problemas, Hansen y Hana (2015) mencionan que esta puede “dar una mayor apropiación de su ambiente de aprendizaje, ya que es un componente natural de la instrucción orientada a la indagación y se basa en la creencia de dar prioridad a la pregunta sobre la respuesta” (p. 40). Según Castro (2011) la creación de problemas promueve el logro de niveles de reflexión complejos favoreciendo la construcción del conocimiento matemático, además, este autor reconoce varios aspectos positivos de la creación de problemas, apoyados en las distintas investigaciones que se han generado en relación con el tema, estos aspectos son:

- Incremento del conocimiento matemático.
- Motivación que favorece una actitud positiva.

- Contribuye a rebajar la ansiedad ante la matemática.
- Superación de errores matemáticos habituales.
- Ayuda al desarrollo de la creatividad.
- Sirve como instrumento evaluativo para los docentes.

La creación de problemas por estudiantes es mencionada por Ayllón y Gómez (2014), donde hacen un recorrido por las investigaciones agrupando los aportes que se han hecho como: Invención y resolución de problemas, invención de problemas y desarrollo de habilidades, invención de problemas a través de la tecnología, invención de problemas como evaluación y la invención de problemas como método de enseñanza.

Para crear problemas se proponen distintas estrategias y escenarios en los que es posible la realización efectiva de dicha tarea. Brown y Walter (1990) afirman que se pueden crear problemas modificando elementos del problema o atributos del mismo, planteando nuevos enunciados. Silver (1994), planteaban que se pueden crear problemas generando problemas nuevos o reformulando problemas dados y que este proceso puede ocurrir antes, durante o después de la resolución de un problema.

Stoyanova (1998) y Silver (1994) conciben la creación de problemas a partir de distintas situaciones, entre las que se consideran: creación de problemas sin ninguna restricción, creación de un problema con una respuesta dada, creación de problemas conociendo cierta información, creación de problemas con una situación problemática dada o con un cálculo dado.

Cázares, Castro y Rico (1998) afirman que la creación de problemas puede ocurrir “durante el proceso llevado a cabo para su resolución o cuando el individuo se enfrenta a una situación cualquiera que no cuenta con una formulación matemática” (p. 22), ya que ellos asumen que un problema se crea por formulación o reformulación. Santos (2001) propone cuatro estrategias para la creación de problemas, estas son: estrategia espontánea, estrategia de tema generativo, estrategia de incentivo y estrategia de analogía.

Por su parte, Ellerton (2003) formula, como parte de las acciones del Marco de aprendizaje activo, que se pueden crear problemas siguiendo la estructura de un ejemplo dado por el docente como parte de una clase.

Christou, Mousoulides, Pittalis y Pitta-Pantazi (2005) mencionan cinco tipos de problemas que los estudiantes pueden plantear: problema de libre planteo, problema conociendo la respuesta, problema en que se conoce cierta información, problema en que se conocen las preguntas a plantear y problema considerando un cálculo dado, además proponen cuatro procesos para la creación de problemas: edición, selección, comprensión y traducción, los que se relacionan con las estrategias.

Castro (2008, 2011), Espinoza, Lupiañez y Segovia (2014) formulan la creación de problemas que se pueden inventar utilizando situaciones determinadas ya sea antes, durante o después de la creación del problema. Chapman (2012) plantea que se puede crear un problema: de elección propia, similar a un problema dado, con una pregunta abierta, relacionado con un concepto matemático, basado en un problema que haya sido mal planteado o derivado de una figura dada.

Malaspina (2013a, 2013b) plantea que la creación de problemas se puede lograr haciendo variaciones a problemas planteados, o bien, planteando nuevos problemas, manifestando que esta estrategia se ha trabajado con profesores en formación y en ejercicio para fomentar en ellos la valoración por la creación de problemas, al mismo tiempo que refuerza la relación entre resolución y creación de problemas, además propone las estrategias EPP (Episodio, Problema Pre, Problema Pos), ERPP (Episodio, Reflexión didáctica, Problema pre, Problema Pos) y SPRP (Situación, Problema, Reflexión didáctica, Problema pre o pos) (Malaspina, 2017).

Blanco, Cárdenas y Caballero (2015) afirman que se pueden inventar problemas a partir de: distintos algoritmos o procesos, una situación concreta, una fórmula o expresión matemática, determinadas preguntas o datos explícitos. Espinoza (2018) identifica diversas situaciones en las que se puede realizar la creación de problemas: crear problemas sin restricciones, por completación agregando preguntas, conociendo partes del problema (solución, enunciado, contexto, pregunta, operaciones aritméticas, datos, modelo, proceso de resolución, concepto

o procedimiento matemático, imágenes), basándose en un problema dado o que no fue bien formulado, reformulación de un problema, reformular luego de haber realizado cambios para crear problemas más complejos. Son varias las estrategias y escenarios en los que se pueden crear problemas y la elección de una de ellas va a depender de la que conozca el docente que va a aplicarla en el aula.

Para evitar confusiones debemos clarificar que la invención de un cuento matemático y la creación de problemas no son lo mismo, sin embargo, Blanco y Blanco (2009) presentan una investigación en la que se aplica correctamente la noción de “cuento matemático” logrando mejorar las actitudes de los estudiantes hacia las fracciones; en dicha investigación se contempla que los cuentos matemáticos pueden servir para plantear problemas.

En este estudio entenderemos la creación de problemas como una actividad intelectual que conlleva procesos matemáticos complejos en los que se pueden utilizar experiencias personales y cotidianas para la redacción de enunciados y preguntas motivantes que favorezcan habilidades lógico matemáticas, tanto en el inventor como en el resolutor. Por otro lado, considerando las investigaciones, concebiremos que un problema se puede crear por distintas situaciones: por variación de un problema bien planteado que se ha dado, por la corrección de un problema mal planteado, mediante una imagen dada, mediante datos entregados, mediante el conocimiento de la respuesta que debe tener el problema, mediante el conociendo de los valores numéricos involucrados en la situación.

Considerando las investigaciones revisadas, entenderemos que un problema se puede crear planteando un problema completamente nuevo (con o sin información condicionante) o reformulando uno dado. En este sentido, haremos una clasificación para las distintas estrategias formulando sub-clasificaciones para cada una dependiendo del tipo de información que se conoce para crear el problema, quedando de la siguiente forma:

Tabla 2.8. Tipo de información que se conoce para la creación del problema. Fuente: Elaboración propia.

<i>Creación de un nuevo problema</i>	<i>Reformulación de un problema dado</i>
No se entrega información previa, por lo que la creación del problema es libre.	Se da un problema mal planteado y se pide reformularlo.
Se conoce una imagen o una grafica para el problema.	Se daa un problema con una pregunta mal planteada y se pide reformularla.
Se conoce el objeto matemático involucrado en la solución.	Se da un problema bien planteado con una pregunta bien formulada y se pide reformular la pregunta de manera que sea de mayor complejidad.
Se conoce la pregunta.	
Se conocen los valores numéricos del problema.	
Se conoce la operación de la solución.	
Se solicita plantear una pregunta.	

2.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

Dado que hemos evidenciado, del estudio de la literatura y de diversas propuestas curriculares a nivel internacional, que la creación de problemas es muy relevante tanto para el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, así como para potenciar la creatividad y la motivación de los mismos en el estudio de las matemáticas, es que en esta investigación nos hemos planteado los siguientes objetivos de investigación.

Objetivo general

OG: Analizar cómo se promueve la creación de problemas matemáticos en el currículo de matemáticas de enseñanza básica y media chileno.

Objetivos específicos

OE1: Identificar, con base en estudio de la literatura, las características y/o tipologías de creación de problemas.

OE2: Determinar los niveles educativos, de enseñanza básica y media, para los cuales el currículo de matemáticas chileno promueve la creación de problemas.

OE3: Analizar cómo se aborda la creación de problemas matemáticos en los programas de estudio de educación básica y media chilenos, en los cuales se promueve la creación de problemas.

OE4: Analizar cómo se aborda la creación de problemas matemáticos en los libros de texto propuestos por los planes de estudio que promueven esta actividad.

2.5 METODOLOGÍA

2.5.1 Descripción de la metodología

La metodología de la investigación se basa en el análisis de libros de texto y programas de estudio de la enseñanza básica y enseñanza media en Chile, se analizan 12 programas de estudio y 12 libros de texto que corresponden a la propuesta del MINEDUC para el año en curso. Es un estudio cualitativo realizado mediante el análisis de contenido (López, 2002). En los programas de estudio se identifican los objetivos que tienen relación con la creación de problemas y se analizan las actividades propuestas para la enseñanza de este tema. En los libros de texto se identifican las actividades propuestas en las que los estudiantes deben crear problemas y se analiza el tipo de actividad propuesta para determinar si realmente

corresponde a la creación de problemas, no es posible analizar el tipo de problema creado por los estudiantes ya que ese no es el objetivo de esta investigación.

2.5.2 Muestra

La muestra de la investigación la constituyen tanto los programas de estudio como los libros de textos que forman parte del currículo chileno de educación matemática. Cabe mencionar que no existe material similar para la educación pre-básica, es por ello que se analiza solamente el currículo de educación básica y media. Los documentos analizados corresponden a la propuesta realizada por el MINEDUC para establecimientos de dependencia del estado chileno (municipales y particulares subvencionados), por lo que los establecimientos particulares pagados no utilizan estos elementos del currículo.

Los programas de estudio y libros de texto que se analizan son:

Programas de estudio:

- P1: MINEDUC. (2013). Programa de estudio para primer año básico, Matemática. Unidad de curriculum y evaluación. Santiago, Chile.
- P2: MINEDUC. (2013). Programa de estudio para segundo año básico, Matemática. Unidad de curriculum y evaluación. Santiago, Chile.
- P3: MINEDUC. (2013). Programa de estudio para tercer año básico, Matemática. Unidad de curriculum y evaluación. Santiago, Chile.
- P4: MINEDUC. (2013). Programa de estudio para cuarto año básico, Matemática. Unidad de curriculum y evaluación. Santiago, Chile.
- P5: MINEDUC. (2013). Programa de estudio para quinto año básico, Matemática. Unidad de curriculum y evaluación. Santiago, Chile.
- P6: MINEDUC. (2013). Programa de estudio para sexto año básico, Matemática. Unidad de curriculum y evaluación. Santiago, Chile.

- P7: MINEDUC. (2016). Programa de estudio para séptimo año básico, Matemática. Unidad de curriculum y evaluación. Santiago, Chile.
- P8: MINEDUC. (2016). Programa de estudio para octavo año básico, Matemática. Unidad de curriculum y evaluación. Santiago, Chile.
- P9: MINEDUC. (2016). Programa de estudio para primer año medio, Matemática. Unidad de curriculum y evaluación. Santiago, Chile.
- P10: MINEDUC. (2016). Programa de estudio para segundo año medio, Matemática. Unidad de curriculum y evaluación. Santiago, Chile.
- P11: MINEDUC. (2015). Programa de estudio para tercer año medio, Matemática. Unidad de curriculum y evaluación. Santiago, Chile.
- P12: MINEDUC. (2015). Programa de estudio para cuarto año medio, Matemática. Unidad de curriculum y evaluación. Santiago, Chile.

Libros de texto:

- L1: Cortés, C., (2018). Matemática. Texto del estudiante 1° básico. Ediciones Cal y Canto. Santiago. Chile.
- L2: Ayala, C., Benavides, M., Frías, M., (2018). Matemática. Texto del estudiante 2° básico. SM. Santiago. Chile.
- L3: Urra, A., Córdova, C., Quezada, C., (2018). Matemática. Texto del estudiante 3° básico. Santillana. Santiago. Chile.
- L4: Rodríguez, R., García, D., Romante, M., Verdejo, A., (2018). Matemática. Texto del estudiante 4° básico. SM. Santiago. Chile.
- L5: Ho Kheong, F., Kee Soon, G., Ramakrishnan, C., (2018). Matemática. Texto del estudiante 5° básico. Santillana y Marshall Cavendish Education. Santiago. Chile.

- L6: Maldonado, L., Castro, C., (2018). Matemática. Texto del estudiante 6° básico. Santillana. Santiago. Chile.
- L7: Merino, R., Muñoz, V., Pérez, B., Rupin, P., (2018). Matemática. Texto del estudiante 7° básico. SM. Santiago. Chile.
- L8: Catalán, D., Pérez, B., Prieto, C., Rupin, P., (2018). Matemática. Texto del estudiante 8° básico. SM. Santiago. Chile.
- L9: Maldonado, L., Marambio, V., Galasso, B., (2017). Matemática. Texto del estudiante 1° medio. Santillana. Santiago. Chile.
- L10: Chacón, A., García, G., Rupin, P., Setz, J., Villena, M., (2018). Matemática. Texto del estudiante 2° medio. SM. Santiago. Chile.
- L11: Saiz, O., Blumenthal, V., (2018). Matemática. Texto del estudiante 3° medio. Ediciones Cal y Canto. Santiago. Chile.
- L12: Muñoz, G., Gutiérrez, V., Muñoz, S., (2018). Matemática. Texto del estudiante 4° medio. Santillana. Santiago. Chile.

Cabe señalar que cada uno de estos libros de texto cuenta con una “Guía didáctica para el docente” (GD), la cual contiene sugerencias metodológicas para los docentes y los solucionarios de las tareas propuestas en los libros de texto y un “Cuaderno de ejercicios” para los estudiantes que sirve para reforzar las tareas que hay en el libro de texto. En esta tesis haremos referencia a alguno de los documentos antes mencionados para reforzar ideas del análisis realizado de los libros de texto.

2.5.3 Fases de la investigación

Para lograr los objetivos propuestos, la investigación pasa por las siguientes fases:

- Fase uno: Realizar un estudio de la literatura para la identificación de las características y/o tipologías de creación de problemas.
- Fase dos: Crear y aplicar instrumentos para analizar la creación de problemas matemáticos los programas de estudio y en los libros de texto que se utilizan en el currículum chileno, basados en los criterios de idoneidad del Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS).

- Fase tres: Analizar los programas y libros de texto en que se promueve la creación de problemas.
- Fase cuatro: Una vez que se han analizado los programas y libros de texto, se determinan los niveles educativos en los que se promueve la creación de problemas.
- Fase cinco: Redacción de informe con resultados de los análisis realizados, con énfasis en los niveles en los que se promueve la creación de problemas y sugerencias para promoverla en aquellos niveles en los que aún no se realiza.

Capítulo 3

ANÁLISIS DE LA CREACIÓN DE PROBLEMAS EN EL CURRÍCULO CHILENO

3.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo damos cuenta de los instrumentos utilizados para el análisis de los programas y libros de texto, basándonos en los criterios de idoneidad del EOS y las tablas mencionadas en el capítulo anterior. Analizamos cómo se promueve la creación de problemas en los distintos niveles en los que se encuentran presentes, tanto en los objetivos de aprendizaje como en las tareas de los libros de texto.

3.2 CREACIÓN DE PROBLEMAS EN NUESTRO ESTUDIO

Antes de presentar el análisis de los programas de estudio y libros de texto propuestos por el Ministerio de Educación de Chile para los niveles de enseñanza básica y media, es preciso señalar que fue necesario diseñar instrumentos para llevar a cabo tal análisis de manera ordenada y abarcando la mayor cantidad de criterios de idoneidad del EOS. En este análisis tuvimos en cuenta los siguientes aspectos relevantes en el estudio de presencia y promoción de la creación de problemas en el currículo chileno.

- Presencia de tareas de creación de problemas en los distintos ejes temáticos: determinamos aquellos objetivos de aprendizaje en los programas y tareas en libros de texto, en las que se aplica la creación de problemas, esperando que esta actividad se realice en todos los ejes temáticos y con distinto grado de complejidad.

- Estrategia de creación de problemas: determinamos el tipo de estrategia propuesta, ya sea por creación de un nuevo problema o por reformulación de un problema dado, para la creación de problemas.
- Tipo de información que se entrega según la estrategia mencionada: dependiendo de la estrategia clasificamos los problemas que se solicita crear según la información que se entrega para la creación.
- Análisis del enunciado de la tarea de creación de problemas: para poder clasificar la noción de creación de problema con una determinada palabra: creación, formulación, invención, etc.
- Presencia de ejemplos en las tareas dadas: para establecer la estrategia considerada por los autores de los programas y libros de texto y la información entregada en el ejemplo para poder analizar si los ejemplos son problemas, según lo estudiado en la literatura, y si lo son, analizamos si son buenos problemas según los criterios de idoneidad del EOS.

3.3 DISEÑO DE UN INSTRUMENTO PARA ANALIZAR LA CREACIÓN DE PROBLEMAS EN LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO Y LIBROS DE TEXTO EN EL CURRÍCULO CHILENO

Para el análisis de los programas y libros de texto utilizamos las herramientas que nos entregan los criterios de idoneidad del EOS, pero antes de aplicarlos hacemos un resumen de los objetivos y tareas que involucran la creación de problemas, para ello aplicaremos las Tablas 3.1 y 3.2. Luego, analizamos aquellos casos en los que hay presencia de creación de problemas aplicando los instrumentos creados mediante los criterios de idoneidad del EOS.

3.3.1 Presencia de objetivos y tareas de creación de problemas

Para dar cuenta de la presencia de objetivos relacionados con la creación de problemas, en los distintos ejes temáticos, en los programas de estudios utilizaremos la Tabla 3.1, la que completamos la columna “Programa” con aquellos niveles en los que los programas incluyen, de manera explícita o implícita, la creación de problemas, y en la columna “Objetivo por

Habilidad/Eje temático” mencionaremos los objetivos, tanto de habilidades como de ejes temáticos, en los que aparece la creación de problemas.

Tabla 3.1. Presencia de objetivos relacionados con creación de problemas en los programas de estudio. Fuente: Elaboración propia.

<i>Programa</i>	<i>Objetivo por Habilidad/Eje temático</i>
P1	
P2	
P3	
P4	
P5	
P6	
P7	
P8	
P9	
P10	
P11	
P12	

Para constatar la presencia de tareas de creación de problemas en los distintos ejes temáticos en los libros de texto, en los diferentes niveles, utilizamos la Tabla 3.2, la que completamos solamente haciendo mención a la unidad con el nombre que aparece en el libro de texto y que clasificamos en una de las unidades propuestas en los programas de estudio, para luego realizar la comparación entre lo que declara el programa y lo que se aplica en los libros de texto. En la columna “Texto” escribimos el nivel en que aparecen tareas de creación y en la columna “Unidad” mencionamos el número y nombre de la unidad en la que aparecen tareas de creación de problemas.

Tabla 3.2. Presencia de tareas relacionadas con creación de problemas en Libros de Texto.

Fuente: Elaboración propia

<i>Texto</i>	<i>Unidad</i>
L1	
L2	
L3	
L4	
L5	
L6	
L7	
L8	
L9	
L10	
L11	
L12	

3.3.2 Instrumento para analizar la creación de problemas en Programas de estudio

Teniendo como base las tablas para los criterios de idoneidad del EOS, mencionadas en el capítulo anterior, hicimos adecuaciones a los componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica que se analizaron en nuestra investigación, lo que realizamos solamente con aquellos criterios que son observables en los programas de estudio. En las Tablas 3.3 a 3.8 se mencionan dichos componentes e indicadores.

Tabla 3.3. Componentes e indicadores de la Idoneidad Epistémica de creación de problemas en Programas de estudio. Fuente: Elaboración propia.

<i>IDONEIDAD EPISTÉMICA (MATEMÁTICA)</i>	
<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Errores	<ul style="list-style-type: none"> • No se observan incoherencias en el planteamiento de los objetivos en relación con los indicadores de evaluación y las actividades sugeridas.
Ambigüedades	<ul style="list-style-type: none"> • Los objetivos se entregan de manera que sean comprensibles para los profesores. • Se utilizan sinónimos de la creación de problemas: formulación, planteamiento, invención, etc. • Se diferencia claramente la resolución de problemas de la creación de problemas.
Riqueza de procesos	<ul style="list-style-type: none"> • La secuencia de actividades sugeridas contempla la realización de procesos relevantes, asociados a la creación de problemas (modelización, argumentación, conexiones, creatividad, etc.)
Representatividad	<ul style="list-style-type: none"> • Se sugieren distintos procedimientos y estrategias para que los docentes lleven a cabo la creación de problemas en el aula. • Los procedimientos y estrategias sugeridos son claros, correctos y están adaptados de modo que los docentes los comprendan. • La creación de problemas se encuentra presente en al menos un objetivo en todos los ejes temáticos que proponen los programas de estudio.

Tabla 3.4. Componentes e indicadores de la Idoneidad Cognitiva de creación de problemas en Programas de estudio. Fuente: Elaboración propia.

<i>IDONEIDAD COGNITIVA</i>	
<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none"> • Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo para que los docentes puedan aplicar la creación de problemas en el aula. • Se promueve el desarrollo de distintas actividades de manera que el docente pueda adaptar su planificación.
Alta demanda cognitiva	<ul style="list-style-type: none"> • Se activan procesos cognitivos relevantes asociados a la creación de problemas. • Se promueven procesos meta-cognitivos.

Tabla 3.5. Componentes e indicadores de la Idoneidad Afectiva de creación de problemas en Programas de estudio. Fuente: Elaboración propia.

<i>IDONEIDAD AFECTIVA</i>	
<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Intereses y necesidades	<ul style="list-style-type: none"> • Los objetivos y tareas propuestas son interesantes para el docente desde el punto de vista didáctico. • Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de la creación de problemas en la vida cotidiana y profesional.
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> • Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. • Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.

Tabla 3.6. Componentes e indicadores de la Idoneidad Interaccional de creación de problemas en Programas de estudio. Fuente: Elaboración propia.

IDONEIDAD INTERACCIONAL	
COMPONENTES:	INDICADORES:
Autonomía	<ul style="list-style-type: none"> • Se evidencia que el docente es quien decide la metodología de enseñanza de la creación de problemas en la sala de clases.
Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Se promueve la creación de problemas como instrumento útil en la evaluación de aprendizajes.

Tabla 3.7. Componentes e indicadores de la Idoneidad Mediacional de creación de problemas en Programas de estudio. Fuente: Elaboración propia.

IDONEIDAD MEDIACIONAL	
COMPONENTES:	INDICADORES:
Recursos materiales (manipulativos, calculadoras, ordenadores)	<ul style="list-style-type: none"> • Se sugieren actividades en que se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas a la creación de problemas.
Tiempo (de la enseñanza colectiva/tutorización, tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> • El programa permite evidenciar que el tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida.

Tabla 3.8. Componentes e indicadores de la Idoneidad Ecológica de creación de problemas en Programas de estudio. Fuente: Elaboración propia.

<i>IDONEIDAD ECOLÓGICA</i>	
<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Adaptación al currículo	<ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.
Apertura hacia la innovación didáctica	<ul style="list-style-type: none"> • Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva. • Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo.
Conexiones intra e interdisciplinarias	<ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios

3.3.3 Instrumento para analizar la creación de problemas en los Libros de texto

Teniendo como base las tablas mencionadas en el capítulo anterior, hemos hecho adecuaciones a los componentes e indicadores de los criterios de idoneidad que vamos a analizar en nuestra investigación, lo que realizaremos solamente con aquellos criterios que son observables en los libros de texto. En las Tablas 3.9 a 3.14 se mencionan dichos componentes e indicadores.

Tabla 3.9. Componentes e indicadores de la Idoneidad Epistémica de creación de problemas en Libros de texto. Fuente: Elaboración propia.

<i>IDONEIDAD EPISTÉMICA (MATEMÁTICA)</i>	
<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Errores	<ul style="list-style-type: none"> • No se observan incoherencias en el planteamiento de los enunciados de las tareas • No se observan errores en las posibles soluciones para las tareas propuestas.
Ambigüedades	<ul style="list-style-type: none"> • No se observa ni se induce a ambigüedades por la forma de presentar la creación de problemas ni los procedimientos y estrategias que esta involucra • Las instrucciones se encuentran adaptadas al nivel educativo al que se dirigen
Riqueza de procesos	<ul style="list-style-type: none"> • La secuencia de tareas propuestas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).
Representatividad	<ul style="list-style-type: none"> • Se presentan, de manera clara y comprensible, ejemplos de distintas estrategias y procedimientos para la creación de problemas. • Uso de diferentes datos para crear problemas mediante distintas representaciones: imagen, gráfico, conjunto numérico, operación, etc. • Se proponen situaciones donde los alumnos puedan proponer procedimientos para crear problemas. • Los objetos matemáticos se relacionan y conectan entre sí al crear problemas. • La creación de problemas se encuentra presente en al menos una tarea en cada unidad y eje temático del libro de texto.

Tabla 3.10. Componentes e indicadores de la Idoneidad Cognitiva de creación de problemas en Libros de texto. Fuente: Elaboración propia.

<i>IDONEIDAD COGNITIVA</i>	
<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes. • Se proponen tareas que permitan evidenciar que los estudiantes tienen los contenidos previos para la realización de las tareas.
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none"> • Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo (ejemplos y soluciones posibles a las tareas) • Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes.
Alta demanda cognitiva	<ul style="list-style-type: none"> • Se activan procesos cognitivos relevantes (generalización, conexiones intra-matemáticas, cambios de representación, conjeturas, etc.) • En las tareas se promueven procesos meta-cognitivos.

Tabla 3.11. Componentes e indicadores de la Idoneidad Afectiva de creación de problemas en Libros de texto. Fuente: Elaboración propia.

<i>IDONEIDAD AFECTIVA</i>	
<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Intereses y necesidades	<ul style="list-style-type: none"> • Se proponen tareas que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> • Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. • Se favorece la argumentación en las tareas propuestas.

Tabla 3.12. Componentes e indicadores de la Idoneidad Interaccional de creación de problemas en Libros de texto. Fuente: Elaboración propia.

<i>IDONEIDAD INTERACCIONAL</i>	
<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Interacción entre discentes	<ul style="list-style-type: none"> • En las tareas se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes • Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión
Autonomía	<ul style="list-style-type: none"> • En las tareas de creación de problemas se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad de su aprendizaje.
Evaluación formativa	<ul style="list-style-type: none"> • Se promueve la creación de problemas como instrumento de evaluación. • La evaluación propuesta tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia. • Se proponen formas de evaluación que fomentan la relevancia de la creación de problemas.

Tabla 3.13. Componentes e indicadores de la Idoneidad Mediacional de creación de problemas en Libros de texto. Fuente: Elaboración propia.

<i>IDONEIDAD MEDIACIONAL</i>	
<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Recursos materiales (manipulativos, calculadoras, ordenadores)	<ul style="list-style-type: none"> • Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas a la creación de problemas matemáticos.
Tiempo (de la enseñanza colectiva/tutorización, tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> • El tiempo asignado para las tareas es suficiente para la enseñanza pretendida.

Tabla 3.14. Componentes e indicadores de la Idoneidad Ecológica de creación de problemas en Libros de texto. Fuente: Elaboración propia.

<i>IDONEIDAD ECOLÓGICA</i>	
<i>COMPONENTES:</i>	<i>INDICADORES:</i>
Adaptación al currículo	<ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con los objetivos planteados en el programa de estudio.
Apertura hacia la innovación didáctica	<ul style="list-style-type: none"> • Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en las tareas propuestas.
Conexiones intra e interdisciplinarias	<ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios.

3.4 ANÁLISIS DE LA CREACIÓN DE PROBLEMAS EN EL CURRÍCULO CHILENO

3.4.1 Programas de estudio

Dada la relevancia de la creación de problemas, que ha quedado de manifiesto en las investigaciones referenciadas en este trabajo, hemos hecho una revisión general de los programas de estudio de enseñanza básica y enseñanza media del currículo chileno, los resultados de esta revisión los resumimos en la Tabla 3.15. Hemos omitido aquellos programas en los que no hay presencia explícita ni implícita de creación de problemas, ya sea en los objetivos o en los indicadores de evaluación.

Los programas de estudio contienen objetivos de aprendizaje, habilidades, contenidos, actividades sugeridas para cada objetivo de aprendizaje y estrategias de evaluación sugeridas para algunos objetivos de aprendizaje. Las actividades y las evaluaciones son sugerencias que se hacen para orientar la práctica del docente de manera que se logre alcanzar la mayor

cantidad de objetivos de aprendizaje y donde los estudiantes puedan trabajar la mayor cantidad de habilidades de la asignatura.

La Tabla 3.15 resume aquellos objetivos, habilidades y ejes temáticos en los que se encuentra presente la creación de problemas, más adelante presentamos el análisis de lo que se plantea en los cursos señalados en la tabla mencionada, considerando que hemos resumido aquellos en los que ésta se encuentra de manera explícita en algún objetivo o de manera implícita en alguno que se relaciona o que debiera conllevar la realización de esta tarea. Cabe señalar que hay objetivos señalados para habilidades y otros para los ejes temáticos, y lo que pretende el currículo es que los estudiantes logren ambos mediante el estudio de distintos objetos matemáticos. Debido a lo anterior es que en dicha tabla se mencionan objetivos para las habilidades y para los ejes temáticos.

Tabla 3.15. Presencia de objetivos relacionados con la creación de problemas en Programas de estudio. Fuente: Elaboración propia.

<i>Programa</i>	<i>Objetivo por Habilidad/Eje temático</i>
P1	<ul style="list-style-type: none"> • Habilidad: Resolver problemas Objetivo: OA_c: Expresar un problema con sus propias palabras. • Habilidad: Representar Objetivo: OA_j: Crear un relato basado en una expresión matemática simple. • Eje temático: Números y operaciones Objetivo: OA9: Demostrar que comprenden la adición y la sustracción de números del 0 al 20 progresivamente, de 0 a 5, de 6 a 10, de 11 a 20 con dos sumandos: <ul style="list-style-type: none"> - usando un lenguaje cotidiano para describir acciones desde su propia experiencia. - representando adiciones y sustracciones con material concreto y pictórico, de manera manual y/o usando software educativo. - representando el proceso en forma simbólica. - resolviendo problemas en contextos familiares. - creando problemas matemáticos y resolviéndolos.

-
- P2
- Habilidad: Representar
Objetivo: OA_i: Crear un relato basado en una expresión matemática simple.
 - Eje temático: Números y operaciones
Objetivo: OA9: Demostrar que comprende la adición y la sustracción en el ámbito del 0 al 100:
 - usando un lenguaje cotidiano y matemático para describir acciones desde su propia experiencia.
 - resolviendo problemas con una variedad de representaciones concretas y pictóricas, de manera manual y/o usando software educativo.
 - registrando el proceso en forma simbólica.
 - aplicando los resultados de las adiciones y sustracciones de los números del 0 a 20 sin realizar cálculos
 - aplicando el algoritmo de la adición y sustracción sin considerar reserva.
 - creando problemas matemáticos en contextos familiares y resolviéndolos

-
- P3
- Habilidad: Resolver problemas
Objetivo: OA_a: Resolver problemas dados o creados.
 - Habilidad: Representar
Objetivo: OA_m: Crear un problema real a partir de una expresión matemática, una ecuación o una representación.
 - Eje temático: Números y operaciones
Objetivo: OA6: Demostrar que comprenden la adición y la sustracción de números del 0 al 1000:
 - usando estrategias personales con y sin material concreto.
 - creando y resolviendo problemas de adición y sustracción que involucren operaciones combinadas, en forma concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o por medio de software educativo.
 - aplicando los algoritmos con y sin reserva, progresivamente, en la adición de hasta cuatro sumandos y en la sustracción de hasta un sustraendoObjetivo: OA9: Demostrar que comprenden la división en el contexto de las tablas 3 de hasta 10x10:
 - representando y explicando la división como repartición y agrupación en partes iguales, con material concreto y pictórico.
 - creando y resolviendo problemas en contextos que incluyan la repartición y la agrupación.
 - expresando la división como una sustracción repetida.
 - describiendo y aplicando la relación inversa entre la división y la multiplicación.
-

	<ul style="list-style-type: none"> - aplicando los resultados de las tablas de multiplicación hasta 10x10, sin realizar cálculos
--	---

P4	<ul style="list-style-type: none"> • Habilidad: Resolver problemas Objetivo: OA_a: Resolver problemas dados o creados. • Habilidad: Representar Objetivo: OA_m: Crear un problema real a partir de una expresión matemática, una ecuación o una representación.
----	---

P5	<ul style="list-style-type: none"> • Habilidad: Resolver problemas Objetivo: OA_n: Imaginar una situación y expresarla por medio de modelos matemáticos.
----	---

P7	<ul style="list-style-type: none"> • Eje temático: Números y operaciones. Objetivo: OA3: Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con software educativo). Tiene entre los indicadores de evaluación: <ul style="list-style-type: none"> - Crean problemas de la vida cotidiana que se modelan y se resuelven con operaciones matemáticas en el ámbito de números enteros y fracciones. - Crean problemas a partir de datos.
----	---

P9	<ul style="list-style-type: none"> • Habilidad: Resolver problemas Objetivo: a. Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes: <ul style="list-style-type: none"> - Simplificar el problema y estimar el resultado. - Descomponer el problema en subproblemas más sencillos. - Buscar patrones. - Usar herramientas computacionales.
----	--

P10	<ul style="list-style-type: none"> • Habilidad: Resolver problemas Objetivo: a. Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes: <ul style="list-style-type: none"> - Simplificar el problema y estimar el resultado. - Descomponer el problema en subproblemas más sencillos. - Buscar patrones. - Usar herramientas computacionales.
-----	--

El análisis con detalle, de los programas en que aparece la creación de problemas, se desarrolla a continuación, realizándolo con cada una de las idoneidades didácticas del EOS, teniendo en cuenta los componentes e indicadores de cada idoneidad que se mencionan en las Tablas 3.3 a 3.8.

Idoneidad epistémica

El currículo de matemática hace especial énfasis en la resolución de problemas desde los primeros niveles, evidenciándolo en cada uno de los programas analizados, lo que hace que la calidad de las matemáticas que se enseña esté pretendida para promover el desarrollo de competencias asociadas a ella.

Los programas, en general, proponen objetivos relacionados con la creación de problemas. Ya sea de manera explícita o implícita se sugiere que esta actividad se realice en la sala de clases.

Los programas de estudio incurren en *ambigüedades de lenguaje*, ya que objetivos están planteados con un lenguaje poco comprensible para los docentes, confundiendo el lenguaje utilizado en la creación de problemas, no estableciendo relación entre la resolución y creación de problemas, no se explican *procedimientos, significados ni estrategias* para la creación de buenos problemas, lo cual disminuye la idoneidad epistémica pues no promueve la realización de buenas matemáticas en los programas de estudio; más aun, teniendo en cuenta que estos son los referentes para la confección de los libros de texto.

Las actividades que se sugieren contemplan la realización de *procesos relevantes*, pero en un lenguaje tan simple que da lugar a confundir la creación de un problema con la creación de un ejercicio, en el que no se realizan *conexiones intra ni interdisciplinarias*. Desde este punto de vista hay una pobreza de procesos matemáticos, puesto que la literatura evidencia que una creación de problemas bien formulada puede llevar a una riqueza de procesos en los estudiantes y desarrollar la creatividad tanto en los inventores como en los resolutores de problemas (Malaspina 2013a, 2017).

La *representatividad* de la creación de problemas es baja, pues a pesar de que hay objetivos que hacen alusión a ella, esta no se encuentra en todos los ejes temáticos, siendo el eje

Números y operaciones el que más utiliza la creación de problemas en sus objetivos de aprendizaje. Los cursos o niveles en los que es posible evidenciar la creación de problemas son en su mayoría de enseñanza básica, primero a tercero básico, a pesar de que en las Bases curriculares de enseñanza básica no se hace mención a que la creación de problemas sea una habilidad o competencia a desarrollar en los estudiantes. Por otro lado, las Bases curriculares de enseñanza media hacen especial mención a que “es importante que las y los estudiantes desarrollen la capacidad de plantearse problemas y de hacer preguntas” (Bases curriculares 7° básico a 2° medio, 2015, p. 97), lo que contrasta con la *representación* que estos tienen en los programas de estudio, en los que no hay ningún objetivo de aprendizaje que considere la creación de problemas como una de las habilidades o competencias a desarrollar en los estudiantes.

Al no poder valorar si los docentes conocen estrategias para la creación de problemas, resultó complejo establecer si los procesos asociados a esta actividad son relevantes, puesto que en los programas no se sugieren estrategias para realizar esta tarea, sino que únicamente hay ejemplos de actividades.

En el programa P1, no se sugieren *distintos procedimientos y estrategias* para la creación de problemas, por lo que los docentes que quieran aprender a realizar la creación de problemas en la sala de clases no tienen ninguna orientación de lo que el currículo espera de ellos. Lo mismo ocurre en todos los programas.

En el programa P2 se confunde la creación de problemas con la invención de cuentos matemáticos, lo que induce a *ambigüedades*, confundiendo a los docentes que no conocen la creación de problemas. Otro error en los objetivos se puede notar en el error existente al citar el objetivo OA_i “Crear un relato basado en una expresión matemática simple” (P3, p. 41), en las páginas 76 (que se repite en las páginas 77 y 78) y 130, lo que se aprecia concretamente en las Imágenes 3.1 y 3.2

OA_i	Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para representar enunciado.
------	---

Imagen 3.1. Objetivo de aprendizaje – Habilidad. Fuente: P2. p. 76.

OA_i Utilizar representaciones concretas para representar enunciados.

Imagen 3.2. Objetivo de aprendizaje – Habilidad. Fuente: P2, p. 130

El *error* antes mencionado es una *incoherencia* que puede llevar a errores en la planificación de los aprendizajes, ocasionando que la tarea de creación de problemas no se desarrolle de manera efectiva.

En el programa P3, al igual que en el programa P2, se confunde la creación de problemas con cuento matemático, ya que en la página 57 de este texto se propone, en el objetivo OA6, que un indicador de evaluación puede ser “*Crean un cuento matemático para una suma dada*”, lo que evidencia la confusión del lenguaje utilizado en la creación de problemas, debido a la diferencia entre la creación de problemas, donde debe haber alguna pregunta involucrada, y un cuento matemático que no necesariamente es un problema. En este mismo programa hay un *error* en la redacción del objetivo OA9, el que aparece redactado de manera distinta en la misma unidad de contenidos, para la unidad 3 este objetivo debiera ser el mismo en las páginas 48, 116, 124 y 139, sin embargo, es igual en las páginas 48 y 139, que es distinto al que aparece en las páginas 116 y 124, lo que evidentemente confunde a los docentes que conocen la creación de problemas y sobre todo a los que no la conocen, debido a que esta *ambigüedad* en el objetivo hace que se pierda la visión global de la creación de problemas.

En el programa P4 hay *incoherencias* en el planteamiento del objetivo OA_m que se encuentra mal redactado en la página 135, y al ser un objetivo relacionado con las habilidades, esto induce a error en la planificación de la evaluación. En este programa, y en los demás, no hay un nivel de *representatividad* alto de la creación de problemas ni en los objetivos de aprendizaje ni como habilidad.

Idoneidad cognitiva

En nuestro estudio no podemos evidenciar que los docentes cuentan con los *conocimientos* necesarios para poder realizar tareas de creación de problemas en la sala de clases, sobre todo considerado que los programas no explican claramente la diferencia entre la resolución de problemas y la creación de problemas, ya que promueven que la creación es parte de la

resolución, lo que tiende a confundir a los docentes, sobre todo a aquellos que no han recibido formación en creación de problemas.

Los programas de estudio carecen de distintas actividades para fomentar la creación de problemas en el aula y no realizan *adaptaciones curriculares* considerando las diferencias y diversidad de los estudiantes, lo que no colabora en la planificación de la enseñanza que realizan los docentes.

Como se ve en la Tabla 3.15, el programa P3 es aquel en que más se encuentra presente la creación de problemas, ya que hay dos objetivos y habilidades que la involucran, sin embargo, al analizar las actividades propuestas para el logro del objetivo OA6, ninguna de ellas es de creación de problemas. En el mismo programa, en el objetivo OA9, se propone una actividad (Imagen 3.3) en la que se sugiere que los estudiantes creen un problema para una división dada, la que a pesar de que no promueve *procesos cognitivos* relevantes, da luces al docente de lo que se espera que los estudiantes realicen al momento de crear problemas.

4
Inventan una situación para la división 15:3. Demuestran la solución en forma pictórica y simbólica.

Imagen 3.3. Actividad relacionada con objetivo OA9. Fuente: Programa P3. p. 103.

En general, al analizar los programas de estudio nos encontramos con actividades en las que se da a los docentes la sugerencia de que se entregue una operación (como el caso de la Imagen 3.3) o una ecuación (Imagen 3.4) o se solicita crear un problema nuevo (sin entregar datos) a los estudiantes para que estos creen un problema, con lo que no están cubiertos todos los tipos de información que se entregan en la Tabla 2.8.

7
Crean problemas asociados a ecuaciones. Por ejemplo, crean un problema para las ecuaciones siguientes:
> $x + 500 = 1\ 000$
> $c + 380 = 2\ 500$
> $2x = 1\ 000$
> $3\ 500 = 4\ 500 - x$
Observaciones al docente:
Se sugiere al docente que, para que el alumno comprenda el proceso de modelamiento, no solo es importante que obtenga la ecuación que representa una situación, sino también el proceso inverso: que a partir de una ecuación, cree una situación asociada a ella.

Imagen 3.4. Actividad de evaluación. Fuente: P5, p. 80

Idoneidad afectiva

En los programas, desde el punto de vista valorativo, las tareas que se proponen no son interesantes, no invitan al docente a planificar clases en las que la creación de problemas sea la actividad central, impidiendo valorar esta tarea y restringiendo todos los aportes que puede traer y que fueron mencionados en los capítulos anteriores. A pesar de que los programas en sí promueven actitudes de *esfuerzo y perseverancia, creatividad* en la búsqueda de soluciones a problemas, trabajo ordenado y metódico, y responsabilidad, estas no se ven reflejadas en las actividades que se sugieren y que están relacionadas con la creación de problemas, esta pobre promoción de *actitudes* positivas puede perjudicar la planificación de los aprendizajes al no ser claras las directrices para que la creación de problemas influya de manera relevante en procesos tan ricos como el desarrollo de la creatividad en los estudiantes, coartando incluso la creatividad del docente al momento de generar la planificación de las actividades a realizar en la sala de clases.

Idoneidad interaccional

Los programas de estudio declaran la *autonomía* del docente al momento de planificar los aprendizajes, y eso se valora como un componente fundamental en las prácticas que se llevan a cabo en la sala de clases. Sin embargo, al analizar las actividades de creación de problemas no se puede evidenciar que la *autonomía* sea relevante, puesto que por un lado hay objetivos que incluyen la creación de problemas, las actividades son restringidas y no muestran la amplia gama de posibilidades que tienen al introducir esta tarea en las salas de clases.

Todos los programas de estudio tienen sugerencias de *evaluación* y en algunas de ellas se sugiere evaluar mediante creación de problemas, pero en concreto no se utiliza para realizar las evaluaciones, dado que probablemente se dificulta en la evaluación decidir si un enunciado cumple con ser un buen problema matemático, en esta investigación se sugiere que esto se evalúe utilizando los criterios de idoneidad que propone el EOS, tal como plantea Malaspina (2012).

La Imagen 3.5 muestra un ejemplo de actividades de *evaluación* sugerida para primero básico (programa P1) en la que se pretende evaluar los objetivos OA9 y OA_c, la inconsistencia es

que en la actividad no consiste en crear problemas, sino que en resolver un problema planteado.

<p>Actividad</p> <p>Los alumnos escuchan la historia de Pedro y José. Pedro y José son amigos y coleccionan 1 álbum de fútbol. Pedro ha aportado con 8 láminas nuevas hoy y José con 7 láminas nuevas hoy. ¿Cuántas láminas nuevas tienen ahora los dos? ¿Cuántas láminas más debe aportar José para tener las mismas que Pedro?</p> <p>CRITERIOS DE EVALUACIÓN</p> <p>Al momento de evaluar, se sugiere considerar los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> > Logran representar la situación con material concreto o en un dibujo. > Utilizan la información necesaria para responder las preguntas.
--

Imagen 3.5. Actividad de evaluación. Fuente: P1, p. 144

Otro elemento relacionado con la *evaluación*, que tienen los programas de estudio, son los indicadores de evaluación sugeridos, los cuales para tercero y séptimo básico, incluyen la creación de problemas, tal como muestran las Imágenes 3.6 y 3.7, pero en la práctica estos indicadores no son ejemplificados en los programas a los que se hace referencia.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
OA_9	
<p> Demostrar que comprenden la división en el contexto de las tablas hasta 10 x 10:</p> <ul style="list-style-type: none"> > representando y explicando la división como repartición y agrupación en partes iguales, con material concreto y pictórico > creando y resolviendo problemas en contextos que incluyan la repartición y la agrupación > expresando la división como un sustracción repetida > describiendo y aplicando la relación inversa entre la división y la multiplicación > aplicando los resultados de las tablas de multiplicación hasta 10x10, sin realizar cálculos 	<ul style="list-style-type: none"> > Identifican situaciones de su entorno que implican repartir en partes iguales. > Representan con fichas un "cuento matemático" que se refiere a una situación de repartición en partes iguales por medio de una expresión numérica. > Crean un "cuento matemático" de división dada; por ejemplo: para 6 : 3. > Relacionan la multiplicación con la división, utilizando una matriz de puntos y describiéndola con expresiones numéricas. > Aplican la relación inversa entre la división y la multiplicación en la resolución de problemas.

Imagen 3.6. Objetivo de aprendizaje e indicadores de evaluación OA9. Fuente: P3, p. 116

UNIDAD 1	
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
OA 3 Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con <i>software</i> educativo).	<ul style="list-style-type: none"> › Descubren el efecto que tienen los factores 10, 100 y 1 000 en la multiplicación y la división de números decimales. › Utilizan diferentes metáforas (como repartición, cubrimiento) para describir la división entre fracciones. › Resuelven problemas que involucran la división de números decimales o la multiplicación de fracciones, de manera concreta, pictórica y simbólica. › Crean problemas de la vida cotidiana que se modelan y se resuelven con operaciones matemáticas en el ámbito de números enteros y fracciones. › Identifican procedimientos de la vida diaria con operaciones matemáticas; por ejemplo: agregar y reducir con sumar y restar, repartir con dividir, etc. › Crean problemas a partir de datos.

Imagen 3.7. Objetivo de aprendizaje e indicadores de evaluación OA3. Fuente: P7, p. 65

Como hemos argumentado, no se promueve la creación de problemas como un instrumento útil para la evaluación de los aprendizajes, es por ello, que los programas de estudio carecen de idoneidad interaccional.

Idoneidad mediacional

Todos los programas de estudio promueven el uso de *recursos manipulativos e informáticos*, con especial énfasis en los materiales concretos en los primeros años de enseñanza básica, ya que esto favorece el paso de lo concreto a lo pictórico (icónico) y luego a lo simbólico (abstracto), conocido como método COPISI (Concreto, Pictórico, Simbólico) que se trabaja en todos los cursos de enseñanza básica y media.

Respecto a los *tiempos* de enseñanza y aprendizaje, los programas de estudio sugieren una cantidad de horas lectivas por unidad, pero no lo hacen por cada contenido o estrategia, por lo que no es posible mencionar cuánto tiempo es el sugerido para la creación de problemas.

Idoneidad ecológica

Los contenidos de los programas promueven la relación entre las distintas disciplinas, pero en las actividades sugeridas para la creación de problemas, estas son matemáticas en su mayoría, excepto aquellas en las que se entrega una operación y los docentes podrían inducir

a los estudiantes a crear problemas relacionando las otras asignaturas con los objetos matemáticos estudiados.

Los contenidos que se abordan en los programas de estudio corresponden a las directrices curriculares indicadas en el marco curricular, pero descuida adecuaciones a las diferencias de los estudiantes. También hace énfasis en la *integración de la tecnología* en la realización de las prácticas, pero no enfatiza en la investigación y práctica reflexiva.

3.4.2 Libros de texto

Los libros de texto son el material con que, en muchos casos, se realiza el proceso de enseñanza y aquellos que incluyen la creación de problemas son mencionados en la Tabla 3.16, donde se resume la unidad y el eje temático abordado.

Luego se analiza el contenido, considerando el instrumento de análisis y los criterios de idoneidad del EOS, considerando los componentes e indicadores mencionados en las Tablas 3.9 a 3.14.

Tabla 3.16. Presencia de tareas relacionadas con la creación de problemas en Libros de texto.

Fuente: Elaboración propia.

<i>Texto</i>	<i>Unidad</i>
L1	Unidad 6: Números hasta el 100. (Eje temático: Números y operaciones)
L2	Unidad 1: De 1 a 50, ¿cuánto te cuidas? (Eje temático: Números y operaciones) Unidad 3: Y esto, ¿también es matemática? (Eje temático: Números y operaciones) Unidad 4: Chi, chi, chi, ¿matemática estás ahí? (Eje temático: Números y operaciones)
L3	Unidad 1: Nuestro barrio (Eje temático: Números y operaciones) Unidad 2: Nuestro colegio (Eje temático: Números y operaciones; Patrones y álgebra) Unidad 3: Vida saludable (Eje temático: Números y operaciones) Unidad 4: Medios de comunicación (Eje temático: Números y operaciones)
L4	Unidad 1: Matemática en el día a día (Eje temático: Números y operaciones) Unidad 3: ¿Es saludable tu alimentación? (Eje temático: Números y operaciones) Unidad 5: Y tú, ¿proteges el medio ambiente? (Eje temático: Datos y probabilidades)
L5	Unidad 1: Números naturales, operaciones y patrones (Eje temático: Números y operaciones) Unidad 2: Geometría y medición (Eje temático: Geometría y medición) Unidad 3: Fracciones, números decimales y álgebra (Eje temático: Números y operaciones) Unidad 4: Datos y probabilidades (Eje temático: Datos y probabilidades)
L6	Unidad 1: Números y operaciones (Eje temático: Números y operaciones) Unidad 2: Patrones y álgebra (Eje temático: Patrones y álgebra) Unidad 3: Geometría y medición (Eje temático: Geometría y medición) Unidad 4: Datos y probabilidades (Eje temático: Datos y probabilidades)
L7	Unidad 1: Números (Eje temático: Números) Unidad 2: Álgebra y relaciones proporcionales (Eje temático: Álgebra y funciones) Unidad 4: Estadística y probabilidad (Eje temático: Probabilidad y estadística)
L8	Unidad 1: Números (Eje temático: Números) Unidad 2: Álgebra y funciones (Eje temático: Álgebra y funciones) Unidad 3: Geometría (Eje temático: Geometría) Unidad 4: Estadística y probabilidad (Eje temático: Probabilidad y estadística)
L9	Unidad 1: Números (Eje temático: Números)
L12	Unidad 1: Inecuaciones lineales (Eje temático: Álgebra)

Idoneidad epistémica

Las soluciones que se plantean para las tareas de creación de problemas que hay en los libros de texto son similares en todos los niveles, eso a pesar de que se puede pensar que a medida que aumenta el nivel escolar podría aumentar el nivel de complejidad de los problemas creados, debido a las progresiones del aprendizaje en forma de espiral que posee el actual currículo. Teniendo en cuenta lo anterior, no se observan *errores* desde el punto de vista matemático. El planteamiento de las tareas no tiene *incoherencias* por lo que los estudiantes pueden llevar a cabo la práctica sin problemas. La forma en que se presenta la creación de problemas no induce a *ambigüedades* y las instrucciones están planteadas en un lenguaje comprensible para los estudiantes. Las tareas que se plantean conllevan la realización de *procesos relevantes* asociados a la creación de problemas, como son procesos de resolución de problemas, procesos argumentativos, conexiones entre distintos objetos matemáticos y otros, los que si se llevan a cabo en la sala de clases pueden enriquecer la creación de problemas logrando el desarrollo de la competencia en el estudiante (Castro, 2011).

La *representatividad* de los procedimientos y estrategias para la creación de problemas está prácticamente ausente en los libros de texto, y solamente en dos textos se da un ejemplo de cómo se realiza la creación de problemas, lo que se muestra en las Imágenes 3.8 y 3.9. La Imagen 3.8 muestra lo que se puede entender como un procedimiento para la creación de problemas, que incluye solamente la información y el requerimiento, dejando de lado el contexto y el entorno matemático; como plantea Malaspina (2013c), es posible que esto ocurra debido a que es un procedimiento para estudiantes de primer año básico, sin embargo, es desde los primeros niveles que se debe realizar correctamente la tarea de creación de problemas, de manera que en los niveles siguientes se aplique correctamente. Por otro lado, la Imagen 3.9 corresponde a un ejemplo dado para estudiantes de sexto año básico, en donde se enseña que un problema tiene todos los elementos propuestos por Malaspina (2013c), pero no se invita al estudiante a identificarlos antes de la práctica matemática de crear problemas.

CONOZCO

Para crear situaciones problemas debes considerar:

- Los datos
- La pregunta

Camila tiene 21 latas para reciclar y Enzo tiene 22

¿cuántas latas tienen entre los dos?

Imagen 3.8. Procedimiento para creación de problemas. Fuente: L1, p. 232

Ejemplo 2

Crea un problema que se pueda resolver con la siguiente ecuación:

$$3z + 970 = 2500$$

¿Cómo lo hago?

- 1 Define el contexto del problema. Este podría tratarse de la compra de ciertos útiles escolares.
- 2 Relaciona los valores de la ecuación con los datos que entregarás en el enunciado del problema.
- 3 Escribe el problema.

z: precio de un lápiz. \$ 970: precio de un cuaderno. \$ 2500: total de la compra.

Matías compró 3 lápices idénticos y un cuaderno de \$ 970. Si gastó en total \$ 2500, ¿cuál es el precio de un lápiz?

Imagen 3.9. Procedimiento para creación de problemas. Fuente: L6, p. 121.

Para la creación de problemas se pueden entregar distintos datos, como se ve en la Tabla 2.8, de estos los que aparecen representados en los libros de texto son: se conoce una Imagen o una grafica para el problema, se solicita plantear una pregunta, se conocen los valores numéricos del problema, se conoce la operación de la solución, se conoce el objeto matemático involucrado en la solución, con lo que únicamente se solicita crear nuevos problemas sin dar importancia a que la creación de problemas se puede realizar también reformulando un problema dado. Las *representaciones* de datos para la creación de problemas se ejemplifican en las siguientes Imágenes (3.10 a 3.19)

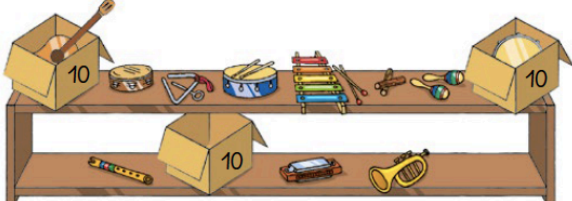
PRACTICO 34.

- 2 Crea una pregunta a partir de los datos. Luego, resuelve.
 - a. Miguel vendió 12 libros y Alicia vendió 17 libros.

¿_____?

Imagen 3.10. Tarea de creación de problemas. Fuente: L1, p. 233

5 Crea un problema de adición y uno de sustracción a partir de la imagen. Luego, pídele a un compañero o compañera que los resuelva en su cuaderno.



Antes de comenzar, piensen en qué **meta** quieren lograr y cómo lo harán. ¿Qué puede ser lo más difícil? ¿Qué puede resultar fácil?

Imagen 3.11. Tarea de creación de problemas. Fuente: L2, p. 155

9. Crea en tu cuaderno un problema que se pueda resolver con cada una de estas ecuaciones. Luego resuélvelos.

a. $15 + \triangle = 45$ b. $\square - 12 = 26$ c. $36 - \square = 17$

Imagen 3.12. Tarea de creación de problemas. Fuente: L3, p. 75

4 A partir del siguiente ejercicio, crea un problema en tu cuaderno.

$$16 \cdot 23$$

$$16 \cdot (12 + 11)$$

$$16 \cdot 12 + 16 \cdot 11$$

$$192 + 176$$

$$368$$

Escribe con letra clara y separando las palabras con un espacio para que puedan ser leídas por otros.




Imagen 3.13. Tarea de creación de problemas. Fuente: L4, p. 63

5 Crea un problema que se pueda resolver con el siguiente diagrama. Luego, pídele a un compañero o una compañera que lo resuelva. Finalmente, revísenlo y corríjanlo si es necesario.

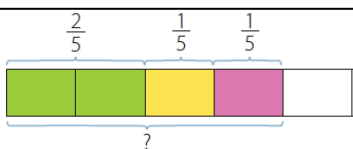


Imagen 3.14. Tarea de creación de problemas. Fuente: L5, p. 202

7. Crea una pregunta para cada problema que se pueda responder resolviendo divisiones de números decimales. Luego, resuélvelo.

a. En un saco hay 13,5 kg de lentejas, los que se quieren distribuir en bolsas de 0,75 kg.

b. Nicolás saldrá de viaje en su automóvil, por eso compra 22,8 L de bencina, por los que pagó \$ 16 644.

c. Lucía es una ciclista que todos los días recorre la misma distancia y en 15 días ha recorrido 262,5 km.

Imagen 3.15. Tarea de creación de problemas. Fuente: L6, p. 64

4 A partir del gráfico crea un problema. Luego genera dos preguntas referentes a medidas de tendencia central.

Edad (años)	Frecuencia
12	2
13	5
14	4
15	3

Intercambia tu creación y preguntas con un compañero o compañera y responde sus preguntas. (3 puntos)

Imagen 3.16. Tarea de creación de problemas. Fuente: L7, p. 364

15. Crea. Inventa un problema que involucre la multiplicación de enteros de distinto signo, utilizando un contexto de puntos a favor o en contra. Propón a un compañero o a una compañera que lo resuelva y describe la estrategia que ocupó. ¿Fue la estrategia más adecuada?, ¿por qué?

Imagen 3.17. Tarea de creación de problemas. Fuente: L8, p. 15

d. Remarca en cada caso la igualdad correcta. Luego, crea un problema a partir de la situación inicial.

$195,3 + 97,7 + 97,7 + 75,1 = 455,8$

$195,3 + 97,7 + 97,7 + 75,1 = 465,8$

Imagen 3.18. Tarea de creación de problemas. Fuente: L9, p. 14

2. Inventa una situación que se pueda modelar con la inecuación $300x + 5000 < 12000$, donde x es un número natural. Luego, pídele a un compañero que resuelva la inecuación y que responda en función del contexto.

Imagen 3.19. Tarea de creación de problemas. Fuente: L12, p. 49

Como se puede ver en las Imágenes anteriores (3.10 a 3.19) en los distintos niveles escolares en que se promueve la creación de problemas en los libros de texto, se entrega distinta información para poder crear un problema, pero si analizamos la cantidad de unidades en las que se promueve dicha tarea, siguen siendo pocas, siendo la unidad Números y Operaciones aquella en la que más se realiza dicha tarea, tal como lo resume la Tabla 3.16. El hecho de que la creación de problemas se realice mayormente en una sola unidad resta

representatividad a la tarea y no favorece la conexión que se pueda realizar entre los distintos objetos matemáticos que se estudian en los distintos momentos del año escolar, disminuyendo la probabilidad de dar contexto a los conceptos y procedimientos que se enseñan durante el año (Silver, 1994; Akay y Boz, 2010; Ayllón, 2012). Por otro lado, no se promueve que los estudiantes propongan *procedimientos* de creación de problemas lo que contribuye a disminuir la idoneidad epistémica de la creación de problemas.

Idoneidad cognitiva

Los contenidos que se pretende que los estudiantes trabajen a través de la creación de problemas son alcanzables en la medida que ellos, al menos, sepan cómo resolver problemas, de manera que tengan la noción de los elementos que se deben tener en cuenta al momento de crear un problema. No se proponen tareas en las que los estudiantes puedan evidenciar que son capaces de crear problemas, sino que se solicita que ellos realicen la tarea guiados por el docente.

En la mayoría de los libros de texto no hay ejemplos de creación de problemas, no se especifica una pauta a seguir para realizar este proceso, sino que, tal como lo muestra las Imágenes 3.8 y 3.9, son solamente dos textos en los que se da un ejemplo que los estudiantes deben seguir, pero al momento de que los estudiantes realizan la tarea de crear problemas estas no son similares a las que se da en el ejemplo lo que puede confundirlos en la realización de la tarea. Dado que en la creación de problemas no todos los estudiantes obtienen las mismas creaciones es que en los libros de texto aparecen posibles respuestas a las tareas planteadas, las que en su mayoría no constituyen un problema matemático, tal como se entiende un problema con el *nivel de complejidad* y riqueza de procesos que estos conllevan, como quedó de manifiesto en capítulos anteriores. Un ejemplo de lo anterior es el que se ve en las Imágenes 3.20 y 3.21, donde se muestra la tarea propuesta. En la Imagen 3.20 y la solución posible (Imagen 3.21), se evidencia que la solución propuesta no clasifica como un problema según la definición que se da en esta tesis (Malaspina, 2013c), no obstante, es posible que para un estudiante que no tiene un buen dominio del objeto matemático involucrado, la situación planteada sea un verdadero problema.


 9. Reúnete con un compañero o una compañera y cada uno cree un problema relacionado con múltiplos y factores. Luego, intercambia y resuelve el problema creado por tu compañero o compañera.

Imagen 3.20. Tarea de creación de problemas. Fuente: L6, p. 23

9. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.
Ejemplo 1: Si al doble del tercer múltiplo de 18 se le resta el quinto múltiplo de 4, ¿cuánto se obtiene?
Ejemplo 2: ¿Qué par de números pares son factores de 24 y a su vez uno es múltiplo del otro?

Imagen 3.21. Solución de tarea propuesta. Fuente: L6, p. 267

Situación similar a la ejemplificada se aprecia en los distintos libros de texto que tienen tareas de creación de problemas, incluso en varios libros de texto de enseñanza básica no se dan las soluciones a las tareas planteadas por lo que es aún más complejo que los estudiantes tengan la certeza de que están realizando correctamente las tareas solicitadas en las distintas unidades.

Por lo anteriormente descrito, podemos afirmar que no hay una *alta demanda cognitiva* en las tareas de creación de problemas propuestas en los libros de texto, ya que no se activan procesos cognitivos relevantes y no se promueven *procesos meta-cognitivos* debido a la simplicidad de las tareas propuestas, lo que se puede constatar en las soluciones posibles a las tareas planteadas.

Idoneidad afectiva

Las tareas propuestas para la creación de problemas permitirán valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana en la medida que los objetos matemáticos a los que se hace alusión estén contextualizados. Lo que se observa en las tareas dadas en los libros de texto es que se da libertad para que los estudiantes puedan realizar la contextualización, guiados por el docente, para dar sentido a las tareas de creación de problemas.

Las tareas propuestas en los libros de texto promueven la participación de los estudiantes en las actividades, así como también *actitudes* como la perseverancia y la responsabilidad al momento de realizar la creación de problemas. Por otro lado, se favorece la *argumentación*,

ya que en algunos casos se deben comunicar las distintas formas de resolución de problemas creados por el propio estudiante y también por otros. En general, se puede observar que en los libros de texto se plantean tareas de creación de problemas para mejorar la *actitud* y el *interés* de los estudiantes por la matemática, que es una de las riquezas de estas tareas (Blanco y Blanco, 2009).

Idoneidad interaccional

En las tareas propuestas se promueve la *participación de los estudiantes*, en forma individual para fomentar la *autonomía* y también de manera grupal para promover el diálogo y la comunicación entre los estudiantes. Lo ideal es que la tarea de creación de problemas pueda aportar a la *interacción entre los estudiantes*, pero eso no se aprecia en todas las tareas propuesta de los libros de texto. Algunas de las tareas de creación de problemas contemplan distintos momentos durante su desarrollo, favoreciendo la *inclusión* de los estudiantes e invitándolos primero a realizar sus propias creaciones, para luego reunirse en grupos pequeños y compartirlas, pero no es una constante en los libros analizados. Como se puede ver en las Imágenes 3.22 a 3.24 solamente se invita al trabajo individual y en parejas, lo que si bien es cierto favorece la integración, podría enriquecerse mucho más si se invita a analizar los problemas creados en grupos más grandes de manera que se puedan encontrar similitudes y diferencias en los procedimientos utilizados para crear los problemas y poder evaluar, entre los mismos estudiantes, las tareas realizadas.

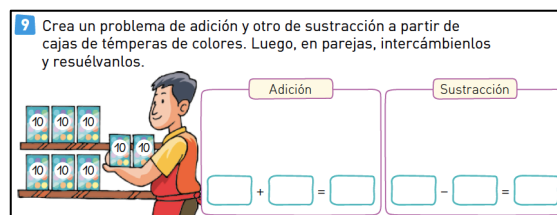


Imagen 3.22. Tarea de creación de problemas. Fuente: L2, p. 159

Trabajo colaborativo 🧑🧑🧑

5. Crea un problema que pueda resolverse usando la siguiente operación combinada.

$$(350 + 250) - (140 + 420)$$

Luego pídele a un compañero o a una compañera que lo resuelva explicando, paso a paso, su procedimiento.

Imagen 3.23. Tarea de creación de problemas. Fuente: L3, p. 75

Idoneidad mediacional

En las tareas propuestas no se promueve el uso de *materiales manipulativos* ni informáticos, solamente el uso del libro de texto, el que a pesar de tener ilustraciones en colores y bien impresas, podría ser complementado con otros materiales para lograr una mejor apropiación de los objetos matemáticos involucrados en la creación de problemas y que, evidentemente, se puede promover de mejor manera con materiales concretos para abarcar las necesidades de todos los estudiantes.

No se designan *tiempos* para la realización de las tareas de creación de problemas, lo que es positivo ya que esta tarea no debe estar limitada por el tiempo de su realización, pues para que fomente procesos cognitivos relevantes esta debe ser libre y en donde los estudiantes sean los que controlen los tiempos.

Idoneidad ecológica

En las tareas de creación de problemas propuestas en los libros de texto no hay una *adaptación al currículo*. En los programas de estudio P1 a P3 se proponen explícitamente algunos objetivos de aprendizaje de creación de problemas y en los demás niveles es una habilidad o competencia que se trabaja implícita en distintos objetivos de aprendizaje. Al establecer la comparación entre lo que se declara en los programas y lo que se propone en los libros de texto observamos que en los programas P4 y P5 no hay objetivos de aprendizaje relacionados con la creación de problemas, lo que contrasta con las tareas del libro de texto, en los que hay una gran cantidad de tareas de creación de problemas. Por el contrario, en los niveles cuyos programas promueven la creación de problemas, podemos ver que la cantidad de tareas es menor. Otra inconsistencia observada es que en los ejes temáticos en los que se promueve la creación de problemas, es el eje Números y operaciones el que concentra la mayor cantidad de objetivos. Además, hay programas en los que se declaran más objetivos relacionados con la creación de problemas y en los libros de texto de ese nivel son los que tienen menos tareas relacionadas con el tema.

La *innovación didáctica* no se observa en las tareas de creación de problemas propuestas ya que no hay inclusión de herramientas tecnológicas y tampoco es posible la *conexión intra e*

interdisciplinar pues las tareas de creación de problemas son planteadas para algunas unidades y como tareas de desarrollo de los objetos matemáticos, no se plantean como tareas de cierre en que se integren todos los objetos matemáticos estudiados en una unidad de aprendizaje o en algún eje temático.

3.5 ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS SUGERIDOS COMO SOLUCIÓN DE LAS TAREAS PROPUESTAS

Los autores de los libros de texto sugieren soluciones posibles a las tareas de creación de problemas, y para valorar dichas soluciones, utilizaremos los criterios propuestos por Malaspina (2013c) para determinar si un enunciado es un problema y para analizar si el enunciado es un buen problema aplicaremos los criterios propuestos por Malaspina (2012), para ello analizaremos un problema de cada libro de texto. Cabe mencionar que en algunos de los libros, las soluciones posibles no se encuentran en el texto del estudiante, sino que en la Guía docente, esta será señalada con las siglas GD, en caso de que deba ser nombrada.

En el libro de texto L1 se encuentra la tarea de la Imagen 3.27, en la que se entrega una operación como dato para que los estudiantes creen un problema y la solución posible para la tarea se muestra en la Imagen 3.28.

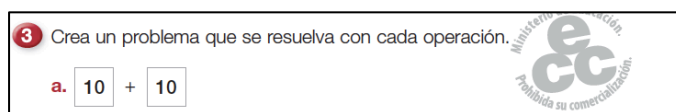


Imagen 3.27. Tarea de creación de problemas. Fuente: L1, p. 233

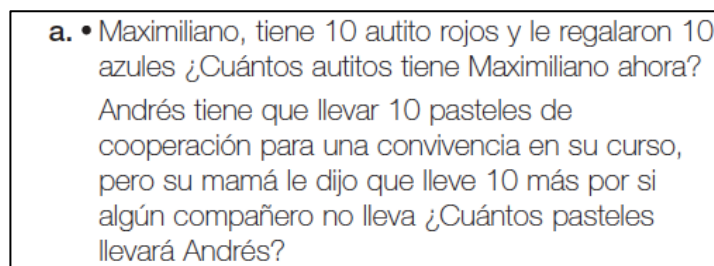


Imagen 3.28. Solución de tarea propuesta. Fuente: L1, p. 260

En la solución (Imagen 3.28) podemos observar que los dos enunciados que se proponen corresponden a problemas matemáticos, ya que tienen todos los elementos que Malaspina considera para un problema: información (datos cuantitativos), requerimiento (se pide encontrar la cantidad de autitos o pasteles), contexto (extramatemático) y entorno matemático (adición de números naturales). Sin embargo, no cumplen con los requisitos para ser buenos problemas, ya que no permiten hacer conexiones matemáticas entre varios temas matemáticos ni favorecen el uso de relaciones lógicas puesto que simplemente se debe aplicar un algoritmo para resolver el problema, lo que le resta idoneidad epistémica. Los demás ejemplos de soluciones del mismo libro de texto son similares, con similares características y semejantes falencias.

En Libro de texto de tercer año básico (L3) se propone la tarea de la Imagen 3.29 en la que se entrega una imagen como dato para la creación del problema, y en la Imagen 3.30 se da una solución posible.



Imagen 3.29. Tarea de creación de problemas. Fuente: L3, p. 279.

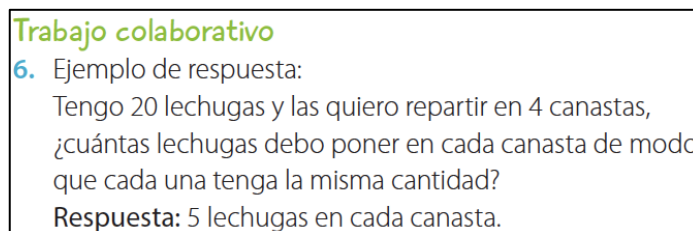


Imagen 3.30. Solución de tarea propuesta. Fuente: GD 3, p. 333

El enunciado de la Imagen 3.30 corresponde a un problema pues tiene todos los elementos para serlo: información (datos relacionales), requerimiento (se pide encontrar la cantidad de lechugas que se debe poner en cada canasto), contexto (extramatemático) y entorno

matemático (división). El enunciado no es un buen problema, ya que no favorece el uso de relaciones lógicas sino que se resuelve aplicando un algoritmo que los estudiantes aprendieron luego de ejercitar en las páginas anteriores del libro, además, no favorece la creación de nuevos problemas, a pesar que la representación entregada en la Imagen 3.29 podría dar lugar a la creación de un buen problema, teniendo en cuenta la creatividad de los estudiantes. Por otro lado, la instrucción de la tarea sugiere que los estudiantes intercambien su problema con un compañero o una compañera sin antes haber pasado por la revisión del docente, considerando que la instrucción debe ser clara para que se logren los objetivos planteados.

En el libro de texto de cuarto año básico (L4) se propone la tarea de la Imagen 3.31, en la que el dato entregado para la creación del problema es el objeto matemático involucrado en la solución. La solución posible se muestra en la Imagen 3.32, esta es de la Guía Didáctica del Docente (GD)

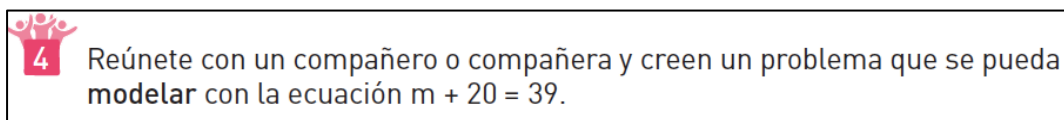


Imagen 3.31. Tarea de creación de problemas. Fuente: L4, p. 101

3. Respuesta variable. Ejemplo 1: Yo tengo una caja para 39 lápices, tengo 20 y me dijeron que me iban a regalar los suficientes para llenar la caja. ¿Cuántos lápices me darán? Ejemplo 2: la edad de María y Diana suman 39 años. Si la edad de María es 20 años. ¿Cuántos años tiene Diana?

Imagen 3.32. Solución de tarea propuesta. Fuente: GD4, p. 117

En el enunciado de la Imagen 3.32 podemos afirmar que se trata de un problema, cuyos elementos son: información (datos cuantitativos), requerimiento (se pide encontrar la cantidad de lápices o la edad de una persona), contexto (extramatemático) y entorno matemático (ecuaciones). Los problemas propuestos no son interesantes, a pesar del grado de complejidad que puede tener para algunos estudiantes, carecen de la realización de conexiones matemáticas y se resuelven mecánicamente por lo que no son buenos problemas. Sin embargo, se puede apreciar que el eje temático en el que se aplica la creación de

problemas no es únicamente el eje Números y operaciones, sino que se trata del eje Álgebra, lo que posibilita que el estudiante considere la creación de problemas como una componente que se puede aplicar para el aprendizaje en distintas áreas de las matemáticas.

En el libro de texto de quinto básico (L5) se propone la tarea de la Imagen 3.33 en la que se entrega una imagen como dato para crear el problema, y la solución propuesta se muestra en la Imagen 3.34

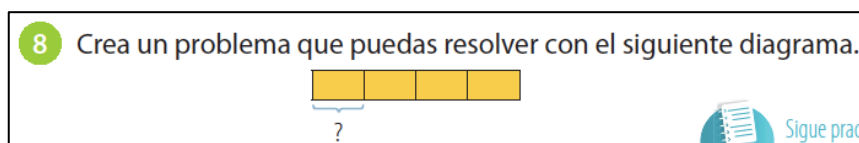


Imagen 3.33. Tarea de creación de problemas. Fuente: L5, p. 112

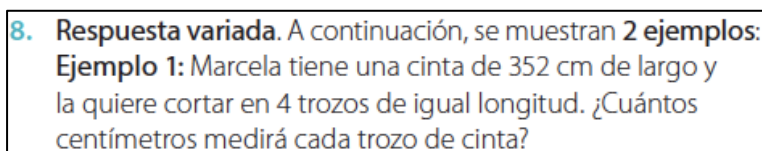


Imagen 3.34. Solución de tarea propuesta. Fuente: GD5, p. 335

En la solución propuesta en la Imagen 3.34, podemos verificar que el enunciado representa un problema, debido a que tiene los 4 elementos señalados por Malaspina: información (datos numéricos), requerimiento (se pide encontrar la medida de cada trozo de cinta), contexto (extramatemático) y entorno matemático (división). Al igual que en los casos anteriores, el problema no es bueno, por la relación que tiene con la imagen mostrada para su creación (la tarea de la Imagen 3.33), ya que tiene una dificultad muy baja. Podría plantearse un problema que no se resuelva con una simple división (aplicación de un algoritmo) para poder realizar una conexión con las fracciones y otros objetos matemáticos, para enriquecer el problema creado, pero la solución propuesta hace que los estudiantes confundan la creación de un problema con la creación de un ejercicio, restandole importancia a los procesos que se activan al momento de crear problemas.

En sexto básico se propone la tarea de la Imagen 3.35 que es una sugerencia de evaluación mediante la creación de un problema, esta tiene una información para la creación del

problema que se muestra en la Imagen 3.36 y la solución posible se muestra en la Imagen 3.37.

4. Crea un problema con una de las expresiones dadas para calcular la medida del fémur de una persona. Representa la ecuación asociada al problema en una balanza y explica paso a paso tu resolución. (4 puntos)

Imagen 3.35. Tarea de creación de problemas. Fuente: L6, p. 130

Los científicos, después de muchos estudios, observaron que en los seres humanos existe una relación entre la estatura de una persona y la longitud de sus huesos.

Si se conocen la estatura de una persona y las longitudes de los huesos, como el fémur o el húmero, se pueden obtener expresiones matemáticas que relacionan ambas medidas.

La estatura (E), en centímetros, se puede aproximar expresando la longitud del fémur (f) mediante la siguiente expresión:

Mujer $E = 2 \cdot f + 73$

Hombre $E = 2 \cdot f + 82$



Imagen 3.36. Cuadro con información para creación de problemas. Fuente: L6, p. 130

4. Respuesta variada. A continuación se muestran 2 ejemplos.

Ejemplo 1: Si una mujer mide 171 cm, ¿cuánto mide su fémur?

$$171 = 2 \cdot f + 73$$

$$171 - 73 = 2 \cdot f + 73 - 73$$

$$98 = 2 \cdot f$$

$$98 = 2 \cdot 49$$

$$f = 49$$

El fémur de la mujer mide 49 cm.

Ejemplo 2: El fémur de un joven mide 50 cm. ¿Cuál es su estatura?

$$E = 2 \cdot 50 + 82$$

$$E = 100 + 82$$

$$E = 182$$

La estatura del joven es 182 cm.

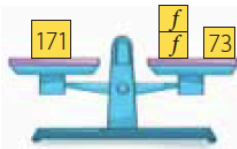
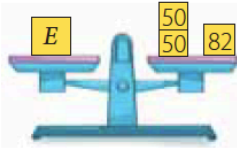



Imagen 3.37. Solución de tarea propuesta. Fuente: L6, p. 283

Para la creación del problema se entrega un objeto matemático y datos numéricos, y la solución propuesta en la Imagen 3.37 es un problema, pues cuenta con los elementos para

serlo: información (datos numéricos), requerimiento (se pide encontrar la longitud de un fémur o la estatura), contexto (extramatemático) y entorno matemático (ecuaciones). La carencia de las soluciones propuestas es similar a los casos anteriores: no son buenos problemas, ya que a pesar de ser útil para los estudiantes, no permiten establecer conexiones entre varios temas matemáticos, sino que queda en la aplicación de una fórmula y despejar una variable, lo que enmascara un ejercicio que se puede resolver aplicando un algoritmo aprendido previamente. La representación en la balanza podría enriquecer el problema pero no tiene justificación en el nivel en que se encuentran los estudiantes. La solución propuesta no permite que se puedan crear otros problemas con un nivel de dificultad mayor para llegar a situaciones más significativas, tanto didáctica como matemáticamente.

En general, en los casos anteriores, los ejemplos que se ofrecen como posible respuesta representan problemas matemáticos, pero el camino a la solución es demasiado evidente, considerando que los estudiantes de esos niveles ya pueden realizar procesos más complejos. Además, no favorecen el uso de relaciones lógicas, las soluciones a los problemas propuestos se obtienen aplicando un algoritmo y no favorecen la realización de conexiones matemáticas significativas, lo que conlleva a que no sean buenos problemas, desde el punto de vista planteado por Malaspina (2012) con los criterios de idoneidad del EOS.

En el libro de texto de séptimo básico (L7) se plantea la tarea de la Imagen 3.38, en la que se entregan valores numéricos para la creación del problema, y la solución posible se muestra en la Imagen 3.39

17. Crea. A partir de la siguiente operación, plantea un problema y resuélvelo.
 $(-13\,000) - 6500$

Imagen 3.38. Tarea de creación de problemas. Fuente: L7, p. 27




17. Por ejemplo, al ir de compra gasté \$ 13 000 en ropa y \$ 6500 en comida. En total gasté \$ 19 500.

Imagen 3.39. Solución de tarea propuesta. Fuente: L7, p. 371

La solución que se presenta no es un problema, debido a que no tiene un requerimiento, lo que ahí se plantea es una situación en la que hay una operación involucrada, pero aún así el objeto matemático al que hace referencia se encuentra mal aplicado, ya que tiende a confundir al estudiante al cambiar el signo de los números que se encuentran en la tarea planteada en la Imagen 3.38. Es evidente que al ser un gasto hay cantidades que se restan, esto puede no ser tan obvio para un estudiante que no domina los números enteros.

En el libro de texto de primer año medio (L9) se plantea la tarea de la Imagen 3.40, en la que se dan imágenes como datos para la creación de un problema. La posible solución se muestra en la Imagen 3.41.

2. En la imagen se muestran algunas monedas que se usan en Estados Unidos y sus equivalencias.

<p>1 dólar</p> 	<p>50 centavos</p>  <p>50 centavos = 0,5 dólar</p>	<p>Quarter</p>  <p>1 quarter = 25 centavos = 0,25 dólar</p>
--	---	--

Usa los datos para crear y resolver un problema que involucre una operación combinada. Luego, resuélvela utilizando las propiedades de la adición y multiplicación de números racionales. (4 puntos)

Imagen 3.40. Tarea de creación de problemas. Fuente: L9, p. 35

2. Respuesta variada, a continuación se muestran dos posibles problemas.

Ejemplo 1: Juan me ha regalado 7 dólares y 75 centavos para cambiarlos a pesos chilenos. Además yo tenía guardados 3,5 dólares que también he decidido cambiar. Si un quarter equivale a \$ 175, ¿cuánto dinero recibiré al efectuar el cambio?

Respuesta: \$ 7 875

Ejemplo 2: Francisca junta un dinero que le regaló su tía de Estados Unidos con el de su hermano, para hacerle un regalo a su mamá. Si Francisca tiene 5 dólares 60 centavos y 6 quarter, y su hermano tiene el doble de dólares y la tercera parte de centavos que su hermana, ¿cuánto dinero lograrán juntar?

Respuesta: 17 dólares y 30 centavos.

Imagen 3.41. Solución de tarea propuesta. Fuente: L9, p. 287

Las soluciones que se presentan son problemas, ya que tienen todos los elementos para serlo: información (datos relacionales), requerimiento (se pide calcular una cantidad de dinero en

cada ejemplo), contexto (extramatemático) y entorno matemático (operatoria combinada). Podemos afirmar que son buenos problemas, ya que cumplen con los criterios propuestos por Malaspina (2012) para serlo, no obstante, el grado de dificultad no se encuentra adecuado al nivel que corresponde, ya que para primer año medio se debería tener una dificultad mayor, sin embargo, al ser buenos problemas se puede deducir que es posible que los estudiantes puedan realizar reformulaciones que hagan que la riqueza didáctica de los problemas aumente.

En los demás niveles no se proponen soluciones posibles a las tareas de creación de problemas que son planteadas en los libros de texto. Cabe mencionar que las tareas propuestas en los programas de estudio no tienen las soluciones posibles sugeridas al docente, para que este compruebe que domina alguna estrategia de creación de buenos problemas.

En general, los enunciados que se proponen como solución a las tareas de creación planteadas en los libros de texto corresponden a problemas matemáticos, debido a que cumplen con los elementos que Malaspina (2013c) propone para ello: información, requerimiento, contexto y entorno matemático.

Los contextos que se abordan son mayormente extramatemáticos, pero al ser un texto de distribución nacional, estos no se encuentran contextualizados a la realidad de los estudiantes, es por ello que muchos de los problemas planteados no se perciben como interesantes para los estudiantes y carecen de utilidad, lo que evidentemente afecta la idoneidad emocional e idoneidad ecológica del problema. Otra falencia de los problemas propuestos es que, si bien es cierto, la dificultad de un problema no debe ser demasiado grande, ocurre que la dificultad en ellos es demasiado baja respecto al nivel en que se encuentran los estudiantes, y por otro lado, podemos verificar que la dificultad no aumenta a medida que aumenta el nivel (o curso) de los estudiantes, lo que, de acuerdo con los criterios propuestos por Malaspina (2012), resta idoneidad cognitiva al problema. La idoneidad epistémica se ve afectada en aquellos casos en que el problema propuesto no favorece el uso de relaciones lógicas, sino que propicia la aplicación de algoritmos en la solución; y en los casos en que no se favorece la creación de nuevos problemas que lleven a establecer situaciones significativas didácticamente y matemáticamente, lo que ocurre en la mayoría de los problemas analizados. Por todo lo expuesto, podemos afirmar que, según los criterios propuestos por Malaspina (2012), los

problemas propuestos como solución no son “buenos problemas”, atendiendo a que carecen de idoneidad didáctica.

Para los docentes y estudiantes que no dominan la creación de problemas, el dejarse llevar solamente por las soluciones que sugiere el Libro de texto para la realización de dicha tarea, puede llevarlos a cometer el error de creer que un simple enunciado es un buen problema, y tal como muestran los ejemplos expuestos en esta investigación, es posible que lo que enuncian sea un problema por el hecho de cumplir con los elementos mencionados, pero lo que se espera es que los estudiantes sean capaces de crear buenos problemas, con los ingredientes nutritivos y sabrosos que hacen que la tarea de crear problemas pueda generar el logro de competencias y fomentar la creatividad que la literatura afirma que se puede lograr (Castro, 2011; Malaspina, 2013a, 2017).

Analizando lo que proponen los libros de texto se evidencia que en la tarea de creación de problemas aun tenemos mucho que aprender, para poder introducirla en el currículo de matemática y llevarla a las aulas de matemáticas, ya sea como un complemento de la resolución de problemas o para trabajarla como una competencia en sí misma, mejorando lo que ocurre dentro de las salas de clase al utilizar el Libro de texto como referente para la planificación de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas.

Capítulo 4

CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo sintetizamos las conclusiones obtenidas a partir del análisis realizado a los programas de estudio libro de texto y realizamos sugerencias de cómo se puede complementar esta investigación para tener un estudio de la creación de problemas en el currículo chileno que abarque las creaciones de los estudiantes y el conocimiento del docente para aplicar la creación de problemas en el aula de matemáticas.

4.2 CONCLUSIONES

Analizando la relación existente entre los programas de estudio y los libros de texto de cada nivel, fue posible identificar en qué niveles se promueve la creación de problemas y, a partir de la literatura, hemos establecido que para que haya una real intención de promover la creación de problemas debe haber concordancia entre lo que se declara en los objetivos de los Programas de Estudio y lo que se lleva a la práctica con los Libros de Texto, de lo que podemos concluir que:

- En el programa P1 y el libro de texto L1 hay concordancia en el eje temático en que se aborda la creación de problemas, el que a su vez fomenta el logro del objetivo de aprendizaje propuesto, pero el libro de texto carece de variedad de datos entregados para la creación de problemas. En consecuencia, en este nivel se promueve vagamente la creación de problemas.
- El programa P2 y el libro de texto L2 concuerdan en el eje temático y objetivos de aprendizaje, pero en la práctica, en el libro de texto, los datos que se entregan para resolver los problemas no son contextos familiares para los estudiantes, con lo que no se fomenta el logro del objetivo propuesto en el programa. Por otro lado, la cantidad

de tareas de creación de problemas evidencia que en este nivel no se promueve la creación de problemas como una tarea relevante en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

- En el programa P3 y libro de texto L3 hay concordancia en el eje temático en que se aborda la creación de problemas, pero a pesar de que el programa es el que tiene mayor cantidad de objetivos relacionados con la creación de problemas, esto no se refleja en el libro de texto, el cual tiene una escasa cantidad de tareas cuyo propósito es la creación de problemas, y tales tareas no aportan en calidad a fomentar la creación de problemas como actividades relevantes en las clases de matemáticas. Es por ello que en tercer año básico se promueve vagamente la creación de problemas, ya que no hay concordancia entre lo que se declara en el programa y lo que se evidencia en el libro de texto.
- En el programa P4 y el libro de texto L4, no hay relación entre lo que se declara en el programa y lo que evidencia el libro de texto, pues en el programa no hay objetivos de aprendizaje que fomenten la creación de problemas, sin embargo, en el libro de texto se proponen varias tareas en las que se deben crear problemas en distintos ejes temáticos, siendo este el primer curso en que no sólo se crean problemas en el eje Números y Operaciones, sino también en el eje Datos y probabilidades. A pesar de ello, no podemos afirmar que en cuarto año básico se promueva la creación de problemas como una tarea relevante en las matemáticas.
- El programa P5 y el libro de texto L5, no son consistentes en cuanto a que el programa no tiene objetivos de aprendizaje relacionados con la creación de problemas en ningún eje temático, sino que está implícito en la habilidad de resolución de problemas. Sin embargo, en el libro de texto aparecen tareas de creación de problemas en distintos ejes temáticos y los datos que se entregan son variados con lo que podemos afirmar que el libro de texto promueve la creación de problemas pero como el programa de estudio no lo hace, no podemos afirmar que esta tarea sea relevante en quinto año básico.
- En el programa P6 y el libro de texto L6, se puede observar que el programa no promueve la creación de problemas, lo que contrasta con lo que propone el libro de texto que tiene distintas tareas propuestas relacionadas con la creación de problemas,

en distintos ejes temáticos en las que se entregan distintos datos para crear los problemas y cuyo nivel de complejidad es variado. Pero como no hay concordancia entre el programa y el libro de texto no podemos afirmar que se promueva la creación de problemas en sexto año básico.

- En el programa P7 y el libro de texto L7, los ejes temáticos abordados por el libro de texto son más que los que se proponen en el programa de estudio, sin embargo la representatividad que logra la creación de problemas en los ejes temáticos es baja debido a que hay pocas tareas propuestas. En el programa de estudio no hay un objetivo de aprendizaje relacionado con la creación de problemas, sino que esta se sugiere como indicador de evaluación, lo que se contradice con lo que se encuentra en el libro de texto en que solamente hay una tarea de creación de problemas propuesta como parte de un instrumento de evaluación. Por lo que podemos concluir que en séptimo año básico no se promueve la creación de problemas.
- En el programa P8 y el libro de texto L8 no hay una relación entre lo que propone el programa y lo que se aborda en el libro de texto, ya que el primero no tiene objetivos en los que se considere la creación de problemas y el último tiene tareas de creación de problemas en distintos ejes temáticos, con distinto grado de dificultad. Lo positivo en el libro de texto es que invita a los estudiantes a comentar las estrategias utilizadas en la creación del problema, lo que no se hace en ningún otro libro de texto. Un aspecto relevante a considerar en este curso es que en la “Guía Didáctica del Docente” se sugieren artículos científicos que el docente puede leer para conocer las potencialidades de la creación de problemas, con lo que éste puede tener una noción de procedimientos y estrategias para llevar a cabo dicha tarea. Un punto en contra en este curso es que el libro de texto no tiene ejemplos de creación de problemas, ni como introducción a la creación de problemas ni como solución posible a las tareas planteadas. La carencia de objetivos de aprendizaje relacionados con la creación de problemas nos permite afirmar que en octavo año básico no se promueve la creación de problemas.
- En el programa P9 y el libro de texto L9 no se hace mención explícitamente a la creación de problemas como objetivo de aprendizaje, sino que se hace de manera implícita en la habilidad de resolución de problemas al sugerir que un problema se

puede descomponer en subproblemas más sencillos, lo que supone la creación de problemas por reformulación de un problema dado. En cuanto al libro de texto, este tiene solamente dos tareas de creación de problemas planteadas en el eje temático Números. Debido a la escasa representatividad de la creación de problemas podemos concluir que esta tarea no se promueve en primer año medio.

- En el programa P10 y en el libro de texto L10, no se promueven objetivos de aprendizaje relacionados con la creación de problemas, ya que en el programa esta aparece en la habilidad de resolución de problemas con características similares al programa P9. En el libro de texto no hay ninguna tarea de creación de problemas por lo que podemos afirmar que en segundo año medio no se promueve la creación de problemas.
- En el programa P11 y en el libro de texto L11 no aparecen objetivos de aprendizaje, ni tareas relacionadas con la creación de problemas por lo que concluimos que en tercer año medio no se promueve la creación de problemas.
- En el programa P12 y en el libro de texto L12, no hay objetivos de aprendizaje relacionados con la creación de problemas en el programa de estudio, pero si hay cinco tareas de creación de problemas de inecuaciones lineales en el libro de texto, esta escasa representatividad nos permite concluir que en cuarto año medio no se promueve la creación de problemas.

A modo de conclusión general y retomando los objetivos señalados al comienzo de la investigación, podemos concluir y afirmar que el currículo chileno actual no promueve enfáticamente la creación de problemas como una tarea relevante en el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que ésta se encuentra presente en muy baja cantidad y calidad tanto en los programas estudio como en los libros de texto. Esta situación se ve agravada por la escasa relación que hay entre las Bases Curriculares de enseñanza básica y las de enseñanza media, pues en las Bases curriculares de enseñanza básica no se declara la creación de problemas como una de las habilidades o competencias a trabajar entre primero y sexto año básico, y estos son los cursos en los que hay objetivos de aprendizaje que hacen una explícita alusión a la creación de problemas. Por el contrario, las Bases curriculares de enseñanza media, que abarcan desde séptimo año básico hasta segundo año medio, declaran específicamente que se espera que los estudiantes “desarrollen la capacidad de plantearse problemas y de hacer

preguntas” (MINEDUC, 2015, p. 97) y son estos los cursos en los que no hay objetivos de aprendizaje relacionados con la creación de problemas y tampoco los libros de texto de dichos niveles tienen una cantidad de tareas de creación de problemas que permita lograr el objetivo planteado en las bases curriculares.

El análisis realizado a los programas de estudio y a los libros de texto evidencia que hay una carencia en cuanto a la idoneidad didáctica de la creación de problemas, ya que si bien hay elementos de los distintos criterios de idoneidad presentes en los programas y en los libros, aún queda mucho por hacer para que la creación de problemas tenga relevancia en el currículo chileno, y a pesar de que se declara en varios de los documentos oficiales que es importante que los estudiantes aprendan a crear problemas esto no se refleja en aquellos documentos que los docentes utilizan para la elaboración de la planificación de los aprendizajes.

Analizando el estudio realizado podemos mencionar que hemos encontrado limitaciones en lo que respecta a que hemos hecho un análisis exclusivamente a los Libros de Texto que son entregados por el estado, lo que acota nuestras conclusiones puesto que es bien sabido que en la educación chilena no solo se utilizan estos textos, sino que hay establecimientos educacionales que compran textos a distintas editoriales. Otra limitación es que los programas de estudio para tercero y cuarto medio cambiaron justamente luego de la realización de esta investigación, por lo que se sugiere realizar un análisis de estos textos en el futuro, ya que puede ocurrir que los resultados obtenidos para dichos niveles puedan cambiar. Por otro lado, debemos señalar que los programas de estudio se están actualizando constantemente, lo que limita nuestros resultados mientras estos sigan siendo los que analizamos en nuestra investigación. Finalmente, nos hemos encontrado con la limitante relacionada con que la creación de problemas no es un tema que sea dominado por docentes, lo que hace que no se promuevan en las aulas de matemáticas.

4.3 SUGERENCIAS

Para poder tener una visión más amplia de cómo se promueve la creación de problemas en el currículo chileno, se podría valorar la creación de problemas en los libros de texto que

utilizan los docentes y que no son entregados por el MINEDUC, para establecer si en ellos se promueve en mayor cantidad y calidad la tarea de crear problemas matemáticos o si estos han sido creados con una mayor concordancia con los programas de estudio.

Otro punto importante es el análisis de la implementación de las tareas de creación de problemas en el aula de matemáticas, ya que el hecho de que aparezca declarado que se debe realizar la tarea tanto en los programas de estudio como en los libros de texto, no implica necesariamente que se realice en las salas de clases, además se debe estudiar si los docentes que realizan esta implementación cuentan con la competencia didáctica y matemática para su efectiva realización. Al proponer que los docentes deben ser competentes en la aplicación de la creación de problemas en el aula, además apuntamos a que deben contar con las herramientas para valorar las creaciones de los estudiantes de manera que puedan establecer si un enunciado propuesto por un estudiante es un buen problema, tarea en la que se puede utilizar aquello que propone Malaspina (2012, 2013c)

Por otro lado, sería interesante que se pudieran proponer estrategias para introducir la creación de problemas desde los primeros niveles en todos los ejes temáticos y que esto siga aumentando en complejidad a medida que los estudiantes avanzan al nivel siguiente. También se puede estudiar lo que ocurre si se genera un proyecto en que se aplique la creación de problemas en forma transversal, incluyendo contenidos de distintas asignaturas, para darle un carácter global a las tareas de creación de problemas.

Dado que la creación de problemas no es una tarea que se realice fundamentalmente en las universidades, se pueden realizar talleres en los que participen docentes de distintos establecimientos, de manera que se pueda tener certeza de que los docentes van a realizar tareas de creación de problemas siendo capaces de valorar los problemas creados por los estudiantes y con el pleno conocimiento de lo que es la creación de problemas, pues en los ejemplos de actividades que aparecen en los programas de estudio no se entregan estrategias ni procedimientos para la creación de problemas. Además, sería interesante poder proponer la creación de problemas como una forma de enriquecer la resolución de problemas, permitiendo crear problemas más sencillos o más complejos, a partir de un problema dado. Por otro lado, si los docentes conocen los elementos para determinar si un enunciado es un problema y los criterios para determinar si un problema es bueno didáctica y

matemáticamente, tienen la posibilidad que surjan otros indicadores que ellos consideren relevantes. La evidencia mostrada en la literatura permite afirmar que la realización de talleres de creación de problemas es útil para promover la creación de problemas en las aulas de matemática.

REFERENCIAS

- Aamotsbakken, B. (2006). *Capacitación docente en el uso de libros de texto*. Primer seminario internacional de textos escolares. Santiago: Ministerio de Educación.
- Abrantes, P. (2002). El papel de la resolución de problemas en un contexto de innovación curricular. En F. López (Ed.). *La resolución de problemas en matemáticas*. (pp. 95-109). Barcelona: Graó.
- Aguilar, A. (2018). *Estimulación de la capacidad de crear problemas sobre sistemas de inequaciones lineales con dos incógnitas. Un estudio de caso en un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior*. Tesis de Magister no publicada. Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Akay, H., y Boz, N. (2010). The effect of problem posing oriented analyses-II course on the attitudes toward mathematics and mathematics self-efficacy of elementary prospective mathematics teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 35(1), 6.
- Alfaro, C., y Barrantes, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. 3(4). 83-98.
- Alonso, I., Gorina, A., Iglesias, N., y Álvarez, J. (2018). Pautas para implementar la enseñanza de la Matemática a través de la resolución de problemas. *Maestro y Sociedad*, 1(3), 66-81.
- Ayllón, M. (2005). *Invencción de problemas con números naturales, enteros negativos y racionales. Tarea para profesores de educación primaria en formación*. Trabajo de investigación tutelada no publicado, Universidad de Granada.
- Ayllón, M. (2012). *Invencción-resolución de problemas por alumnos de educación primaria*. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Granada.

- Ayllón, M., y Gómez, I. (2014). La invención de problemas como tarea escolar. *EA, Escuela abierta: revista de Investigación Educativa*, (17), 29-40.
- Blanco Otano, B., y Blanco Nieto, L. J. (2009). Cuentos de Matemáticas como recurso en la Enseñanza Secundaria Obligatoria. *Innovación Educativa*, 19, 193-206.
- Blanco, L., y Cárdenas, J. (2013). La resolución de problemas como contenido en el currículo de matemáticas de primaria y secundaria. *Campo Abierto*, 32(1), 137-156.
- Blanco, L. J., Cárdenas, J. A., y Caballero, A. (2015). *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria*. Cáceres: Universidad de Extremadura.
- Blum, W., y Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Bouvier, A., y George, M. (1979). *Diccionario de matemáticas*. Madrid: Akal.
- Braga, G. M., y Belver, J. L. (2016). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación*. 27(1). 199-218.
- Brown, S., y Walter, M. (1990). *The Art of problem posing*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Butts, T. (1980). Posing problems properly. En S. Krulik y R. E. Reys (Eds.), *Problem solving in school mathematics* (pp. 23-33). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cai, J., Jiang, C., Hwang, S., Nie, B., y Hu, D. (2016). How do textbooks incorporate mathematical problem posing? An international comparative study. En *Posing and solving mathematical problems* (pp. 3-22). Cham: Springer.

- Campistrós, L., y Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Cárdenas, J. (2015). *Análisis de problemas de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales, creados por estudiantes del 6 grado de primaria en una experiencia didáctica*. Tesis de magister no publicada, Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Carrillo, J. (1996). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones*. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Sevilla.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. En Luengo, Ricardo; Gómez, Bernardo; Camacho, Matías; Blanco, Lorenzo (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 113-140). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Castro, E., (2011). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación. En J. L. Lupiañez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en pensamiento numérico y algebraico e historia de la matemática y educación matemática*. (pp. 1-15). Granada: Universidad de Granada.
- Cázares, J., Castro, E., y Rico, L. (1998). La invención de problemas en escolares de primaria: un estudio evolutivo. *Aula: Revista de Pedagogía de la Universidad de Salamanca*, (10), 19-39.
- Ceballos, J.P., y Blanco, J. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones: Facultad de Educación y Humanidades del Campus de Melilla*, 38, 63-88.

- Chamorro, M., y Vecino, F. (2003). El tratamiento y la resolución de problemas. En M. Chamorro (2003). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson Educación.
- Chapman, O. (2012). Prospective Elementary School Teacher's Ways of Making Sense of Mathematical Problem Posing. *PNA*, 6, 135–146.
- Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C, Parra e I. Saiz, *Didáctica de la Matemática. Aportes y reflexiones* (pp. 51-63). Buenos Aires: Paidós.
- Charles, R., y Lester, F., (1982). *Teaching problem solving. What, Why, How*. Australia: Dale Seymour Pub.
- Chen, L., Van Dooren, W., y Verschaffel, L. (2015). Enhancing the development of Chinese fifth-graders' problem-posing and problem-solving abilities, beliefs, and attitudes: a design experiment. *Mathematical problem posing* (pp. 309-329). New York: Springer.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., y Pitta-Pantazi, D. (2005). Problem solving and problem posing in a dynamic geometry environment. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 2(2), 125–143.
- Choppin, A. (1980). L'histoire des manuels scolaires. Un bilan bibliométrique de la recherche français. *Histoire de l'Education*, 58, 165-185.
- Cifarelli, V. y Sevim, V. (2015). Problem posing as reformulation and sense-making within problem solving. En *Mathematical Problem Posing* (pp. 177-194). New York: Springer.
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las Matemáticas si cuentan*. Londres: HMSO.
- Contreras, L., y Carrillo, J. (1997). La resolución de problemas en la construcción del conocimiento. Un ejemplo. *Suma*, 24, 21-25.

- Crespo, S., y Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(5), 395-415.
- De Guzmán, M. (1984). El papel de la Matemática en el proceso educativo inicial. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 2(2), 91-95
- De Guzmán, M. (1991). *Para pensar mejor*. Barcelona: Ed. Labor.
- Díaz, V, y Poblete, A. (2013). Resolución de Problemas en Matemática y su Integración con la Enseñanza de Valores Éticos: el caso de Chile. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 27(45), 117-141.
- Einstein, A., y Infeld, L. (1938). *The evolution of physics*. New York: Simon & Schuster.
- Ellerton, N. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 87–101.
- Ellerton, N. (2015). Problem posing as an integral component of the mathematics curriculum: A study with prospective and practicing middle-school teachers. En *Mathematical Problem Posing* (pp. 513-543). New York: Springer.
- Espinosa, M. E. (2004). *Tipologías de resolutores de problemas de álgebra elemental y creencias sobre la evaluación con profesores en formación inicial*. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Granada.
- Espinoza, J. (2018). *Caracterización de estudiantes con talento en matemática mediante tareas de invención de problemas*. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Granada.
- Espinoza, J., Lupiañez, J. y Segovia, I. (2013). Ámbitos de investigación en invención de problemas matemáticos. *Educación Científica y Tecnológica*, 187–191.
- Espinoza, J., Lupiañez, J. y Segovia, I., (2014). Caracterización de estudiantes con talento en matemática mediante tareas de invención de problemas: un estudio exploratorio. En J.

- L. González, J. A. Fernández-Plaza, E. Castro-Rodríguez, M. T. Sánchez-Compañía, C. Fernández, J. L. Lupiañez, L. Puig (Eds.). *Investigaciones en pensamiento numérico y algebraico e historia de las matemáticas y educación matemática – 2014* (pp. 45-54). Málaga: Departamento de didáctica de la matemática, de las ciencias sociales y de las ciencias experimentales y sociedad española de investigación en educación matemática.
- Espinoza, J., y Segovia, I. (2013). *La invención de problemas como actividad matemática*. Comunicación presentada en IV Encuentro de Enseñanza de la Matemática, UNED 2013. San José, Costa Rica.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Springer Science & Business Media.
- Fuentes, X. V. (2008). Resolución de problemas matemáticos: un cambio epistemológico con resultados metodológicos. *REICE: Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 6(3), 36-58.
- Gascón, J. (1994). El papel de la Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas. *Educación matemática*, 6(3), 37-51.
- Gaulin, C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Sigma*, 19, 51-63.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 8(11), 111-132.
- Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de Granada. Disponible en, http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/sintesis_EOS_2abril2016.pdf
- Godino, J. D. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*.

- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M., (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas, *Paradigma*, 27(2), 221-252
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 39, 127-135. Doi: 10.1007/s11858-006-0004-1
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y de Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 27(1), 59-76.
- Gómez, B. (2011). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *PNA*, 5(2), 49-65.
- Gonzalez, T. y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas: los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389-408.
- Guernica Consultores S.A. (2016). *Estudio de Uso y Valoración de Textos Escolares: Informe final*. Encargado por MINEDUC y Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (UNESCO). Santiago: María Pía Olivera Vidal.
- Hadamard, J. W. (1945). *Essay on the psychology of invention in the mathematical field*. Princeton: Princeton University Press.
- Hansen, R. y Hana, G. M. (2015). Problem Posing from a Modelling Perspective. En F.M. Singer, N. F. Ellerton y J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice* (pp. 35–46). Cham: Springer International Publishing.
- Hayes, J. R. (1981). *The complete problem solver*. Filadelfia: Franklin Institute Press.

- Kamii, C. y De Vries, R. (1981). *La teoría de Piaget y la educación preescolar*. Madrid: Visor.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from?. *Cognitive science and mathematics education*, 123-147.
- Kontorovich, I. (2009). Essential aspects for inclusion in future consolidated problem posing frameworks. *6th International Conference on Excellence in Academia*. Israel: Ariel University Center of Samaria.
- Krulik, S., y Rudnick, K. (1980). *Problem solving in school mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lesh, R. y Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. En F. Lester (Ed.). *The Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 763-804). Charlotte: Information Age Publishing,
- López, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *XXI, Revista de educación, Universidad de Huelva*, 4, 167-179.
- Malaspina, U. (2012). Resolución de problemas y estímulo del pensamiento optimizador en la educación básica. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 7(10), 165-181.
- Malaspina, U. (2013a). La creación de problemas de matemáticas en la formación de profesores. *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM)* (pp. 117–128). Montevideo: Sociedad de Educación Matemática Uruguay.
- Malaspina, U. (2013b). Nuevos horizontes matemáticos mediante variaciones de un problema. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 35, 135-143.
- Malaspina, U. (2013c). Variaciones de un problema: El caso de un problema de R. Douady. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, (34), 141-149.

- Malaspina, U. (2016). Creación de problemas: sus potencialidades en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 321-331.
- Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html
- Martínez, C. (2015). *Estrategias para estimular la creación de problemas de adición y sustracción de números naturales con profesores de educación primaria*. Tesis de magister no publicada, Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Mazarío, I. (2002). *La resolución de problemas en la Matemática I y II de la carrera de Agronomía* Tesis doctoral no publicada. Universidad de Matanzas.
- Ministerio de Educación - MINEDUC. (2009). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la educación Básica y Media*. Actualización 2009. Santiago: Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación - MINEDUC. (2015). *Bases Curriculares 7° básico a 2° medio. Matemática*. 93-126. Santiago: Ministerio de Educación.
- Nathan, M. J., y Koedinger, K. R. (2000). An investigation of teacher beliefs of students algebra development. *Cognition and Instruction*, 18(2), 209-237.
- National Council of Teachers or Mathematics NCTM, (1989). *Curriculo and evaluation standards for school mathematic*. Reston: NCTM
- Otte, M. (1997). What is a text?, en Christiansen, B., How- son, A.G., Otte, M. (Eds). *Perspectives on mathematics education*, (pp. 173-203). Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

- Parra, B., (1990). Dos concepciones de resolución de problemas, *Revista Educación Matemática*, 2(3), 22-31.
- Pérez, R., (2008). *Propuesta de un manual para el uso docente, orientado al tratamiento de la resolución de problemas, en la educación matemática de enseñanza media*. Tesis de Magister no publicada, Universidad de Talca.
- Pérez, Y., y Beltrán, C., (2011). ¿Qué es un problema en Matemática y cómo resolverlo? Algunas consideraciones preliminares. *EduSol*, 11(34), 74-89.
- Pino, J., y Blanco, L. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones*, 38, 63-88
- Platero, G. (2017). *Aplicación del programa de creación de problemas para mejorar la competencia matemática en estudiantes universitarios*. Informe Final. Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann. Perú
- Polya, G. (1962). *Mathematical discovery: on understanding, learning, and teaching problem solving*. Nueva York: John Wiley and Sons.
- Pozo, J.I., Del Puy Pérez, M., Domínguez, J., Gómez, M.A., y Postigo, Y. (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Aula XXI Santillana.
- Puig, L., (1992). Aprender a resolver problemas, aprender resolviendo problemas. *Revista Aula de Innovación Educativa*, 6, 10-12
- Puig, L. (2006). La resolución de problemas en la historia de las matemáticas En Aymerich, José y Macario, Sergio (Eds.) *Matemáticas para el siglo XXI*. (pp. 39-57). Castellón: Publicacions de la Universitat Jaume I.
- Ramírez, M. C. (2006). A mathematical problem-formulating strategy. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 79-90.

- Rico, L. (1988). Didáctica activa para la resolución de problemas. *Sociedad Andaluza Educación Matemática. Grupo EGB de Granada*. España.
- Rico, L. (1990). Diseño curricular en educación matemática. Una perspectiva cultural. En Llenares, S. y Sánchez, M.V. (Eds.) *Teoría y práctica en educación matemática*. (pp. 53-55). Sevilla: Alfar.
- Rico, L. (1997). Los Organizadores del Currículo de Matemáticas. En Rico, L. (Coord.), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*, (pp. 39–59). Barcelona: ICE Universidad de Barcelona – Horsori.
- Rodríguez, J. (2006). *La investigación sobre los libros de texto y materiales curriculares*. Primer seminario internacional de textos escolares. Santiago: Ministerio de Educación.
- Salazar, L. (2015). Creación de problemas como recurso didáctico en cursos de matemática formal dirigidos a futuros profesores de matemática de secundaria. *Revista del Congrés Internacional de Docència Universitària i Innovació (CIDUI)*, 2.
- Salinas, N., y Sgreccia, N., (2007). Concepciones docentes acerca de la resolución de problemas en la escuela secundaria. *Números*. 94. 23-45
- Santos, M. C. (2001). Problem posing and problematization in learning and teaching mathematics. *Adult Education and Development*, 57, 107-121
- Santos, L. M., (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México DF: Iberoamérica.
- Santos, L. M., (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho & L. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII*. (pp. 159-192). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Scattarética, F. (2017). *Caracterización de tareas multiplicativas a partir de la invención de problemas matemáticos*. Tesis doctoral no publicada. Universidad Católica del Norte, Chile.

- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Sepúlveda, A., Medina, C., y Sepúlveda, D. I. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*, 21(2), 79-115.
- Schubring, G. (1987). On the methodology of Analysing Historical Textbooks: Lacroix as Textbook Author. *For the learning of mathematics*, 7(3), 41-51.
- Sierra, M., González, M.T. y López, C. (1999). Evolución histórica del concepto de *límite funcional* en los libros de texto de bachillerato y curso de orientación universitaria, 1940-1995. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(3), 463-476.
- Silver, E. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, 14(1), 19-28.
- Silver, E. A., y Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521-539.
- Singer, F. M., y Voica, C. (2013). A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 9-26.
- Stanic, G. y Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics currículo. En R. Charles & E. Silver (Eds.), *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. (pp. 1-22). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stoyanova, E., y Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. In Clarkson (Ed.), *Technology in Math. Educ.*, (pp. 518-525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Stoyanova, E. (1998). Problem posing in mathematics classrooms. *Research in mathematics education: A contemporary perspective*, 164-185.

- Swenson, E. J. (1994). How much real problem solving? *Arithmetic Teacher*, 41(7), 400-403.
- Torres, C., (2016). *Creación de problemas sobre funciones cuadráticas por profesores en servicio, mediante una estrategia que integra nociones del análisis didáctico*. Tesis de magister no publicada, Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Tosi, C. (2012). El texto escolar como objeto de análisis. Un recorrido a través de los estudios ideológicos, didácticos, editoriales y lingüísticos. *Lenguaje*, 39(2).
- Valencia, A., y Valenzuela, J. (2017). ¿A qué tipo de problemas matemáticos están expuestos los estudiantes de Cálculo? Un análisis de libros de texto. *Educación matemática*, 29(3), 51-78.
- Van Harpen, X., y Presmeg, N. (2015). An investigation of high school students' mathematical problem posing in the United States and China. In *Mathematical problem posing*. (pp. 293-308). New York: Springer.
- Vila, A., y Callejo, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar*. Madrid: Narcea Ediciones.