



UNIVERSIDAD DE LOS LAGOS

VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO
DIRECCIÓN DE POSTGRADO

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS

**VALORACIÓN DE LA IDONEIDAD EPISTEMICA Y ECOLÓGICA DEL TEXTO
ESCOLAR DE PRIMER AÑO MEDIO PARA LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES.**

POR

PRISCILA MARILYN GRANDÓN CAMPOS

Tesis presentada para optar al grado académico de Magíster en Educación Matemática

Profesora guía: Dra. Silvia Retamal Cisterna

Osorno, sur de Chile. Marzo 2022

Se autoriza la reproducción y/o divulgación total o parcial, con fines académicos, mediante cualquier forma, procedimiento y/o tecnología de la presente obra, incluyendo la cita bibliográfica que reconoce la obra y a su autor/ autora.”

A mi hijo Lucas, por su amor, dulzura, por ser mi motor y mi norte.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Lucas, por llegar a mi vida y darle sentido, por elegirme como tú mamá mi pequeño.

A mis padres, Sonia Campos y Juan Grandón porque sin ellos nada sería posible, por decirme: ¡Hija tu puedes! cuando pensé en renunciar y porque cada vez que las cosas se ponen cuesta arriba ellos están ahí para brindarme su apoyo incondicional.

A mi bonito, Fernando Santana por apoyarme y ser mi compañero de vida, por tu amor y entrega incondicional. Porque a tu lado el camino es mucho más llevadero.

A mi hermana Romina por ser mi mejor amiga y saber que en ti puedo confiar.

A mi hermano Jacques, por ser como eres.

A mis estudiantes y ex estudiantes, quienes son mi constante motivación para ser mejor profesora.

A mi directora de tesis, Dra. Silvia Retamal, por su gran apoyo en la dirección y realización de la siguiente investigación.

Al Doctor Luis Pino Fan, por su gran disposición y apoyo constante, por escucharme y brindarme sabios consejos, por su constante preocupación y empatía, muchas gracias Profe Luis.

RESUMEN

La siguiente investigación tiene por objetivo valorar la idoneidad epistémica asociada a la complejidad matemática del objeto matemático función y la idoneidad ecológica relacionada con aspectos curriculares y de contexto de dicho objeto matemático, presentes en el texto escolar de matemáticas de primer año medio del Ministerio de Educación en Chile desde el discurso del profesor. Se utiliza una metodología cualitativa basada en un estudio de casos descriptivo, pues se enfoca en procesos reflexivos y críticos del profesor hacia el texto escolar de primer año medio para el objeto matemático de funciones abordado desde “relaciones lineales en dos variables”.

La investigación se lleva a cabo en cinco fases: Una primera fase consiste en estudiar la idoneidad epistémica y ecológica de la dupla texto escolar/programa de estudios de primer año medio para la enseñanza de funciones. En la segunda fase, con base en la literatura científica y particularmente en el artículo “Criterios para orientar el diseño y la reflexión de clases sobre funciones” se crea una entrevista semiestructurada la cual recaba información importante sobre la experiencia de los profesores siendo usuarios del texto de primer año medio para la enseñanza de funciones. En la tercera fase, se seleccionan a tres profesores de matemática de enseñanza media, docentes titulados de Pedagogía en Matemática que se encuentren activamente ejerciendo la profesión y que sean usuarios del texto escolar de primero medio entregado por el Ministerio de Educación en Chile, a cada uno de ellos se les aplica la entrevista. La cuarta fase consiste en describir y analizar la información obtenida en las entrevista. Finalmente, la quinta fase contrasta la información emanada de las entrevistas con el estudio llevado a cabo con anterioridad.

La importancia de esta investigación radica en la reflexión constante que debe tener el profesor sobre su práctica, y por consecuencia, sobre el uso texto escolar, mejorar la misma y entregar lineamientos que orienten a futuros profesores con respecto a diversas experiencias del uso del texto para la enseñanza de funciones.

En cuanto a las principales conclusiones de la investigación, destacan las concordancias que existen entre la mayoría de las valoraciones dadas por los profesores y el estudio llevado a cabo sobre el análisis epistémico y ecológico del texto escolar de primero medio para la

enseñanza de funciones. En cuanto al análisis epistémico se deja en manifiesto como el texto escolar otorga énfasis principalmente a problemas no contextualizados, privilegiando cálculos rutinarios y procesos algorítmicos, y, en este mismo sentido se enmarca el análisis ecológico pues al abordar el objeto matemático de forma mecánica, este pierde utilidad.

Palabras claves: idoneidad epistémica, idoneidad ecológica, texto escolar, funciones.

ABSTRACT

The following research aims to assess the epistemic suitability associated with the mathematical complexity of the mathematical object function and the ecological suitability related to curricular aspects and context for the study of it, present in the math textbook of 9th grade of the Ministry of Education in Chile, from the teacher's speech is used a qualitative methodology based on a descriptive case study and it focuses on reflective and critical processes of the teacher towards the first-year high school text for the content of functions approached from "linear relationships in two variables".

The research is carried out in five phases: A first phase consists of studying the epistemic and ecological suitability of the double textbook / first-year study program for the teaching of functions. In the second phase, based on the scientific literature and particularly on the article "Criteria to guide the design and reflection of classes about functions", a semi-structured interview is created which collects important information about the experience of teachers being users of the text first-year high school for teaching roles. In the third phase, three math teachers of high schools are chosen, teachers with degrees in Mathematic pedagogy who are actively practicing the profession and who are users of the secondary school textbook delivered by the Ministry of Education in Chile, to all of them apply the interview. The fourth phase consists of describing and analyzing the information obtained in the interviews. Finally, the fifth phase contrasts the information collected from the interviews with the study carried out previously.

The importance of this research lies in the constant reflection that the teacher must have on his or her practice, and consequently, on the use of school text, improve it and provide guidelines that guide future teachers with respect to various experiences of the use of the text for teaching functions.

Regarding the main conclusions of the research, the concordances that exist among the majority of the evaluations given by the teachers and the study carried out on the epistemic and ecological analysis of the primary school textbook for the teaching of functions stand out. Regarding the epistemic analysis, it is made clear how the school text mainly gives emphasis to non-contextualized problems, privileging routine calculations and algorithmic

processes, and, in this same sense, the ecological analysis is framed because when approaching the mathematical object in a mechanical way, this loses utility.

Keywords: epistemic suitability, ecological suitability, school textbook, functions

ÍNDICE

RESUMEN.....	5
ABSTRACT	7
ÍNDICE DE FIGURAS	11
ÍNDICE DE TABLAS.....	12
INTRODUCCIÓN.....	13
Capítulo 1: Antecedentes y Problemática	15
1.1 El currículum en Chile	15
1.2 El texto escolar.....	16
1.3 Libros de texto y tecnología de la información y comunicación (TIC).....	17
1.4 Funciones presentes en el libro de texto	19
1.5 Significados parciales asociados al concepto de función	21
1.5.1 La función como correspondencia:.....	21
1.5.2 La función como relación entre magnitudes variables:	21
1.5.3 La función como representación gráfica:	22
1.5.4 La función como expresión analítica:.....	22
1.5.5 La función como correspondencia arbitraria:	22
1.5.6 La función a partir de la teoría de conjuntos:	23
Capítulo 2: Marco Teórico	26
2.1 El enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática.	26
2.1.1 Sistemas de prácticas operativas relacionadas a campos o tipos de problemas:....	27
2.1.2 Objetos intervinientes y emergentes de sistemas de prácticas.	28
2.1.3. Noción de idoneidad didáctica, componentes e indicadores.....	29
2.1.4 Criterios para orientar el diseño y la reflexión de clases sobre funciones	32
Capítulo 3: Objetivos y Metodología.	34
3.1 Objetivos.....	34
3.1.1 Objetivo general:	34
3.1.2 Objetivos específicos:	34

3.2 Metodología	35
3.2.2 Muestra.....	36
3.2.3 Fases de la investigación:	37
Capítulo 4: Análisis de Resultados.	40
4.1 Análisis epistémico y ecológico del texto escolar sugerido por el Programa de Estudios.....	40
4.1.1 Análisis epistémico del texto escolar sugerido por el Programa de Estudios.	40
4.2 Análisis epistémico y ecológico del programa de estudios.	45
4.3 Análisis de Entrevistas.....	52
4.3.1 ANÁLISIS DE ENTREVISTA: CASO 1	53
4.3.2 ANÁLISIS DE ENTREVISTA: CASO 2.....	55
4.3.3 ANÁLISIS DE ENTREVISTA: CASO 3.....	59
4.3 Consideraciones finales.	64
4.3.1 En relación al caso 1 y el estudio llevado a cabo	64
4.3.2 En relación al caso 2 y el estudio llevado a cabo	67
4.3.3 En relación al caso 3 y el estudio llevado a cabo.	69
CONCLUSIÓN	71
Bibliografía.....	75
Anexo	79
Anexo. 1	79
Entrevista Caso 1	79
Anexo 2	86
Entrevista Caso 2	86
Anexo 3	94
Entrevista Caso 3	94

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Relación entre elementos simbólicos y gráficos.	18
Figura 2.1 Significados como sistemas de prácticas	27
Figura 4. 1. Ejemplo de problema verbal-verbal	42
Figura 4. 2. Ejemplo de problema verbal-simbólico	42
Figura 4. 3. Ejemplo de problema simbólico-verbal	42
Figura 4.4. Ejemplo de problema simbólico-simbólico- gráfico.....	43
Figura 4. 5. Ejemplo de problema simbólico-simbólico	43
Figura 4. 6. Ejemplo de problema simbólico-tabular	43
Figura 4. 7. Ejemplo de problema tabular- simbólico	44
Figura 4. 8. Ejemplo de conexiones interdisciplinarias.....	45
Figura 4. 9. Evaluación sugerida por el Programa	48
Figura 4. 10. Ejemplo de procedimientos.....	49
Figura 4. 11. Objetivos priorizados. Nivel 1	50
Figura 4. 12. Objetivos priorizados. Nivel 2	51
Figura 4. 13. Conexiones propuestas en el programa de Estudios.	51
Figura 4. 14. Sugerencias uso de software	52

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Componentes e indicadores de idoneidad epistémica.	31
Tabla 2.2. Componentes e indicadores de idoneidad ecológica	31
Tabla 2. 3. Criterios para considerar sobre la complejidad matemática de la función	32
Tabla 2.4. Dimensión curricular y contexto para el estudio de funciones.....	33
Tabla 4. 1. Representaciones previas y emergentes de la noción función.....	41
Tabla 4. 2. Resumen análisis epistémico.....	62
Tabla 4. 3. Resumen análisis ecológico.....	63

INTRODUCCIÓN

El profesor constantemente debe mejorar sus prácticas y tomar decisiones asertivas para llevar a cabo el proceso enseñanza aprendizaje con éxito, es por ello que surge la necesidad de favorecer procesos reflexivos y críticos. El libro de texto en tanto, es el material pedagógico más utilizado en los salones de clases, y en él se encuentran plasmado no solo contenidos sino que también incorpora una forma de transmitir el currículum. Martínez (1998) señala: “El texto refleja, en las tareas que determina, una teoría curricular; por tanto, no sólo es el soporte técnico de la información, es también, un modo de hacer el currículum”(p.3).

Por otro lado, encontramos la noción de función, cuya importancia de abordarlas de manera propicia radica en la utilidad de este contenido en el desarrollo de procesos de modelación, resolución de problemas y la comprensión de las principales nociones del cálculo (Parra-Urrea, 2015). Las dificultades asociadas a este objeto matemático surgen principalmente por la variedad de registros asociadas a él, el poco uso de situaciones significativas para los estudiantes, la construcción deficiente del concepto, favorecer procesos algorítmicos donde prevalece la ejercitación de los simbólico con procesos mecánicos y rutinarios (Castro, Díaz y Céspedes, 2011).

La siguiente investigación pretende dilucidar cómo valora el profesor el texto escolar de primer año medio entregado por el Ministerio de Educación para la enseñanza de funciones. Para lograrlo, se ha organizado en 4 capítulos, los cuales se describen a continuación brevemente:

Un primer capítulo hace referencia a los antecedentes y problemática, dando cuenta como se origina el problema y reuniendo antecedentes necesarios desde las siguientes aristas: profesor, libro de texto y el objeto matemático de funciones, dejando entrever la necesidad que el profesor reflexione sobre el texto escolar de matemáticas y específicamente sobre el objeto matemático de función.

El capítulo dos, corresponde al marco teórico, el cual incorpora un sustento teórico que permitirá abordar el problema, principalmente el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS).

El tercer capítulo presenta los objetivos y la metodología a tratar, lo cual proporciona una visión clara de lo que se pretende lograr, además se describe el diseño y la forma en la cual se pretenden lograr los objetivos establecidos.

Un cuarto capítulo hace relación al análisis de los resultados obtenidos, en primera instancia se presenta el análisis epistémico y ecológico tanto del texto escolar como el programa de estudios de primer año medio para la enseñanza de funciones, luego se presenta el análisis de las valoraciones dadas por los profesores a través de las entrevistas incorporando un cuadro de resumen que facilita el manejo de la información obtenida, por último se contrasta ambas informaciones y se presentan las conclusiones dando respuesta a la pregunta de investigación y estableciendo en qué medida se lograron los objetivos propuestos. Este último capítulo incorpora las principales aportaciones del estudio.

Capítulo 1.

Antecedentes y Problemática

El capítulo que se presenta a continuación, tiene como objetivo conocer los principales estudios y concepciones que permitieron dar origen a la formulación del problema.

1.1 El currículum en Chile

La educación es la base de cualquier sociedad. Si queremos una sociedad justa, democrática, con ciudadanos críticos y reflexivos, dependerá en gran medida de la educación que se brinde hoy en día en la escuela, en ella se sientan los pilares de la sociedad del mañana. En este sentido, el currículum juega un rol fundamental en la formación de cualquier persona, en él se plasman aquellos aprendizajes que debiesen alcanzar los estudiantes, además, de manera implícita se incorporan una serie de creencias, valores y una ideología social y política sobre aquellos ciudadanos que queremos formar. Para Gimeno (2010), el currículum es “el contenido cultural que las instituciones educativas tratan de difundir en quienes las frecuentan, así como los efectos que dicho contenido provoque en sus receptores” (p.2).

En Chile, el currículum se expresa en un marco curricular, cuyo carácter es obligatorio, donde se encuentra aquello que los estudiantes de los distintos niveles educativos deben aprender en el transcurso del año escolar. El marco curricular contempla cinco instrumentos distintos, los cuales son: planes de estudio, programas de estudio, mapas de progreso, niveles de logro del SIMCE y textos escolares. Los planes de estudio contemplan la organización del tiempo y las actividades curriculares. Los programas de estudio entregan la organización didáctica definiendo los aprendizajes esperados (objetivos de aprendizaje). Los mapas de progreso indican el crecimiento de las competencias constituyendo un marco para la observación y evaluación del aprendizaje. Los niveles de logro del SIMCE (Sistema de medición de la calidad de la educación) describen los logros alcanzados por los estudiantes. Y por último, los textos escolares que desarrollan los contenidos establecidos en el marco curricular, constituyendo una propuesta metodológica para apoyar la labor docente en la implementación del currículum. Para los estudiantes en tanto, entrega explicaciones y proporciona actividades para favorecer su aprendizaje. (Mineduc, 2009).

1.2 El texto escolar

A pesar de la incorporación de las nuevas tecnologías en el aula, las denominadas TICS, el libro de texto sigue siendo el material de apoyo pedagógico más utilizado (García Mateos & Caballero García, 2005).

Martínez (1998) señala: “El texto refleja, en las tareas que determina, una teoría curricular; por tanto, no sólo es el soporte técnico de la información, es también, un modo de hacer el currículum”(p.3).

Para Braga y Belver (2014), la función de los libros de textos en el desarrollo curricular es realizar una determinada selección cultural, pues se encargan de transmitir una determinada visión de la realidad, representando el saber oficial y siendo considerados como una fuente de información legítima. Una segunda función recae en ser un producto de consumo, al que se le pueden asociar intereses económicos. Por último, se convierten en el currículum real, y si bien debiesen ser considerados como mediadores del aprendizaje, la realidad es que se posicionan como la más importante propuesta curricular que interpreta y concreta el currículum oficial para el profesorado.

Cooney (1985) en tanto, pone de manifiesto que los textos escolares son la principal influencia para las concepciones curriculares de los profesores y también para su estilo de instrucción matemática.

En Chile, las políticas públicas establecen la entrega gratuita a través del Ministerio de Educación (MINEDUC) a todos los establecimientos municipales y subvencionados del país. Mientras que en el sector privado, los textos escolares son seleccionados e indicados por el establecimiento y adquiridos por los apoderados de dichos colegios directamente. Un informe Nacional de la Fiscalía, señala que el aporte del estado llega alrededor de un 92% del total de estudiantes del país, sin embargo, el gasto generado en materia de textos escolares del 8% de colegios particulares es mayor en relación al gasto generado en el Estado para el otro 92% de estudiantes, pues la comparación en el precio de un texto del MINEDUC versus uno en el mercado privado puede llegar a ser de \$1,200 a \$29,400 (Castro et al., 2019). Para la siguiente investigación se escoge el texto escolar entregado de forma gratuita por el Ministerio de Educación por ser aquel texto que tiene un mayor alcance, sin embargo, profesores y alumnos

no tienen la posibilidad de elegir, y donde es válido preguntarnos ¿Será el texto escolar entregado aquel material idóneo para llevar a cabo las clases con éxito?

En este mismo sentido, el texto escolar restringe la autonomía que pueda tener el profesor en los salones de clases, condiciona su práctica, se ejerce un cierto tipo de control curricular desde instancias ajenas al establecimiento. Al respecto, Ángulo y Nieves (1994) mencionan:

“Los libros de textos, representan unos de los instrumentos fundamentales a través de los que se ejerce el control técnico en la enseñanza. En ellos se especifican los objetivos a cubrir, la selección, secuenciación y organización del contenido a enseñar, las actividades más adecuadas para aprenderlo y los criterios de evaluación de su aprendizaje” (p. 266).

En este mismo sentido, Martínez (2008) menciona: “personas ajenas a la situación de enseñanza deciden, desde un nivel superior del sistema, la práctica de la enseñanza. Planificación y ejecución se separan y el trabajo del profesor es expropiado de su propio control profesional” (p. 69).

Por lo antes mencionado, la importancia y necesidad de que el profesorado reflexione de manera crítica la naturaleza y contenidos presentes en el texto escolar, y la forma propicia de integrarlos en el proceso enseñanza aprendizaje, pues de manera implícita detrás de cada texto escolar existe un mecanismo de control, una forma de abordar contenidos, objetivos, secuenciación del contenido, etc., que necesitan procesos reflexivos por parte del profesor, es él quien mejor puede juzgar cómo y cuándo debe utilizar o modificar el texto escolar de acuerdo a las necesidades de sus estudiantes.

1.3 Libros de texto y tecnologías de la información y comunicación (TIC).

Si nos hacemos la pregunta, ¿Qué elementos o características consideran los profesores que debiesen tener los libros de textos ideales? ¿De qué forma, considera el profesor que los libros de textos responden a las necesidades actuales de los procesos educativos? Resulta complejo intentar responder a estas interrogantes, sin embargo, no cabe duda que, debiese ser aquel texto que va a en directo beneficio del desarrollo del proceso enseñanza/aprendizaje

siendo un aporte significativo en él, con el fin de que los estudiantes sean capaces de explorar su máximo potencial para desenvolverse en la sociedad actual y futura.

Para el año 2000, la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM) ya incorporaba el principio de la tecnología dentro de sus estándares como una herramienta esencial para enseñar, aprender y hacer matemáticas enfatizando que, con el uso apropiado de la tecnología, los estudiantes pueden aprender más matemática y en mayor profundidad. (NCTM, 2000)

La incorporación de las nuevas tecnologías de la información y comunicación, las denominadas “TICS” han planteado grandes desafíos. Gómez (2005) en su artículo titulado “Complejidad de las matemáticas escolares y diseño de actividades de enseñanza y aprendizaje con tecnología” se enfoca en la relación entre el diseño y desarrollo curricular y el papel que la tecnología puede jugar en esos procesos. Señala que el énfasis al articular tecnología y aprendizaje de las matemáticas se basa en qué matemáticas deben aprender los estudiantes y la mejor manera para hacerlo. De manera particular, supone por ejemplo el trabajo con la noción de función cuadrática, cuya experiencia demuestra que los estudiantes poseen dificultades para establecer la relación entre las diferentes representaciones simbólicas y la representación gráfica de la función, de forma particular, por ejemplo, identificar las coordenadas del vértice a través de los parámetros h y k en la expresión $f(x) = (x - h)^2 + k$, o que es posible identificar los cortes de la gráfica con el eje x a partir de los parámetros r_1 y r_2 en la expresión $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$. (Ver figura 1)

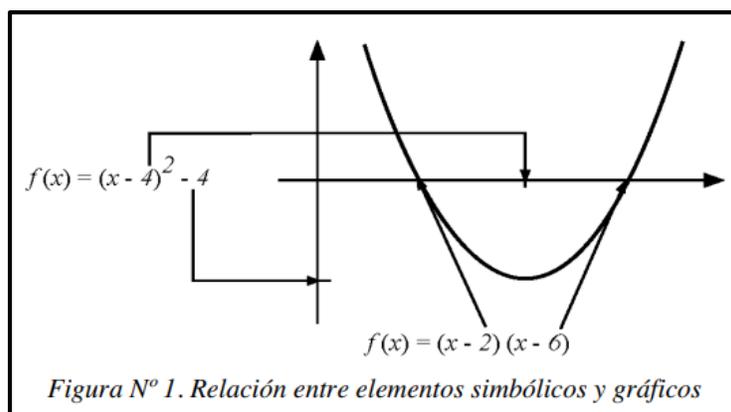


Figura 1.1. Relación entre elementos simbólicos y gráficos. (Gómez, 2005, p.356)

Se mencionan algunas estrategias de actividades que permitirían afrontar dichas dificultades, por ejemplo, se propone dar dos listas de objetos una de representaciones gráficas y otra simbólica solicitando realizar los emparejamientos correspondientes y, una vez realizados utilizar tecnología para verificar respuestas. Otra propuesta es que a través de un computador o calculadora gráfica realizar cambios en el parámetro “a” de la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$ implican cambios en la dilatación de la gráfica resultante.

Nuestra intención no es ahondar en aquellas estrategias propuestas para el caso particular antes mencionado, sino más bien tener presente que no basta solo con el uso de recursos tecnológicos en los salones de clases, sino más bien, se trata de la coherente articulación entre un diseño curricular adecuado y dichos recursos.

Ahora bien, por un lado se encuentra el libro de texto siendo el recurso pedagógico más utilizado en la enseñanza, por otro, los recursos tecnológicos que se han masificado considerablemente en las últimas décadas trayendo consigo beneficios en el proceso educativo, pero a la vez, necesitando actividades propicias para su uso. Entonces, ¿De qué forma los planes y programas y a modo particular el libro de texto promueven el uso de las nuevas tecnologías en el aula?

1.4 Funciones presentes en el libro de texto

El texto escolar de matemáticas en Chile, se organiza según 4 unidades para cada nivel: Números, álgebra, geometría y por último datos y azar en conjunto con estadística y probabilidad. El contenido de función se aborda en el eje Álgebra. Cuya importancia radica en considerarse como una puerta de entrada a matemáticas más complejas, pues los estudiantes aprenden a razonar simbólicamente, habilidad que permite entender conceptos más complejos, también organizar la manera de pensar y logra que adquieran herramientas útiles cuando se enfrentan a situaciones complicadas o dinámicas. El razonamiento algebraico, según Godino et al. (2003) “está en el corazón de las matemáticas concebida como la ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de las matemáticas en la que formalizar y generalizar no sea central”(p.774). Por otra parte, el traspaso de la aritmética al álgebra, causa dificultades en los estudiantes, pues conciben el

álgebra como una mera generalización de la aritmética, al respecto Kieran y Filloy (1989) mencionan:

“El álgebra no es simplemente una generalización de la aritmética. Aprender álgebra no es meramente hacer explícito lo que estaba implícito en la aritmética. El álgebra requiere un cambio en el pensamiento del estudiante de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más generales sobre números y operaciones” (p.229).

Los profesores deben ser conscientes del rol central que juegan las ideas algebraicas en el desarrollo cognitivo de los estudiantes, de las dificultades que produce el traspaso de la aritmética al algebra pues siguen usando métodos que funcionaban en aritmética. En esta misma línea, se encuentra el concepto de función, pues se continúan usando procesos algorítmicos que restringen una función a una simple fórmula matemática, la cual carece de significado para los estudiantes. Además, un aspecto que acrecienta la complejidad sobre las ideas de función radica en la variedad de registros representativos asociados a él. Castro, Díaz y Céspedes (2011) al hacer un recorrido y generalizar las dificultades de los estudiantes asociadas al concepto de función, mencionan que se debe a cuatro principales razones:

- 1) La construcción deficiente que se realiza del concepto.
- 2) El poco uso de situaciones significativas, vinculado al uso de modelos tradicionales usados por parte del profesor.
- 3) Los diferentes registros de representación asociados al concepto, donde las actividades propuestas no benefician la comprensión de los elementos asociados al concepto.
- 4) Favorecer procesos algorítmicos a través de la ejercitación de lo simbólico, cálculos rutinarios y mecánicos, donde, al enfrentar a los estudiantes a situaciones contextualizados se generan dificultades para resolverlas dada la poca comprensión del contenido.

Al reflexionar sobre estos puntos, y en particular sobre la construcción deficiente que se realiza del concepto, se hace necesario considerar que, para lograr comprender el concepto de función de manera holística resulta imperioso tener presente los significados parciales asociados a él.

1.5 Significados parciales asociados al concepto de función

Un estudio realizado por Parra (2015) reconstruyó el significado holístico sobre la noción de función al realizar una revisión de los estudios histórico epistemológicos-didácticos desarrollados en relación a dicho objeto matemático, además, con la ayuda de herramientas del Enfoque Ontosemiotico del conocimiento y la instrucción matemática caracterizó el significado pretendido por el currículo chileno a partir de las prácticas matemáticas propuestas por la dupla planes de estudio/libros de texto desde octavo básico hasta cuarto medio. El propósito del estudio era evaluar la representatividad de los significados pretendidos por el currículo chileno para la noción de función con relación al significado holístico de referencia. Aportando nuevos conocimientos respecto a la caracterización de los conocimientos que los futuros profesores deben tener para gestionar idóneamente los aprendizajes sobre la noción de función. A partir de la investigación, surgen 6 significados parciales asociadas al objeto matemático de función, cuya síntesis se presenta a continuación:

1.5.1 La función como correspondencia:

Entendiendo por correspondencia aquello que asocia elementos entre dos conjuntos. Los orígenes se remontan a la matemática antigua, desarrollada en las antiguas civilizaciones de Egipto, Mesopotamia, China e India. Y, en particular a la idea de contar, al establecer una correspondencia entre un conjunto dado de objetos y una secuencia de números para contar. Su desarrollo continúa durante la época de los babilónicos, realizando avances matemáticos asociados principalmente al desarrollo astronómico, mediante el uso de tablas para progresiones geométricas y si bien no se puede dar cuenta de la utilización de tablas expresando resultados de modo general se reconocen elementos que se pueden asociar a la función vista como correspondencia.

1.5.2 La función como relación entre magnitudes variables:

Asociada principalmente al estudio de fenómenos que incluyen cambio, como el calor, la luz, la distancia, la velocidad, etc. Es decir, aquellas situaciones vinculadas a fenómenos naturales en los cuales intervienen magnitudes físicas variables.

Su origen se remonta a la época de los babilónicos cuyas tablas de cálculos evidencian los intentos por aritmetizar situaciones que resultaban difíciles de medir, orientados en la búsqueda de regularidades.

1.5.3 La función como representación gráfica:

Esta noción pretende representar la relación de variación entre magnitudes físicas por medio de gráficas. Al respecto destaca Nicole d'Oresme en el siglo XIV quien desarrollo una teoría geométrica de las latitudes de las formas, las funciones aparecen dibujadas por primera vez en su obra *Tractatus de latitudinibus formarum* cuyo objetivo era representar por una figura las intensidades de una cualidad que depende de otra.

1.5.4 La función como expresión analítica:

En esta acepción de la noción de función destaca la definición propuesta por Euler “una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier forma que sea, de esta cantidad y de números o cantidades constantes”. Además consideró que, una función vista como expresión analítica se obtiene mediante una clase de operaciones aritméticas, las potencias y raíces, estableciendo funciones algebraicas y trascendentes, las primeras formadas por operaciones algebraicas, y las últimas formadas por operaciones trascendentes, considerando como funciones trascendentales elementales: e , z , $\ln z$ y las funciones trigonométricas.

1.5.5 La función como correspondencia arbitraria:

Su origen se remonta a Dirichlet (1837), quién la enuncia de la siguiente manera “Si una variable y está relacionada con otra variable x de tal manera que se atribuye un valor numérico a x hay una regla según la cual queda determinado un único valor de y , entonces se dice que y es una función de la variable dependiente x ”. (Dirichlet, 1837, citado por Boyer, 1986, p. 687).

Considerando una función enmarcada bajo la acepción de “correspondencia arbitraria” a aquella que no está dada por una expresión analítica, ni tampoco posee una gráfica o curva que la represente. Posteriormente Riemann (1858) constituye la siguiente definición: “Se dirá

que y es función de x si a todo valor bien determinado de x corresponde un valor bien determinado de y cualquiera que sea la forma de la relación que una a x y a y ". (Riemann, 1858, citado en Ruiz, 1998, p. 183)

1.5.6 La función a partir de la teoría de conjuntos:

Surge a finales del siglo XIX a partir de la teoría de conjuntos de Georg Cantor, la importancia de dicha teoría sobre la noción en particular del objeto de función permitió establecer la siguiente definición:

"Sean X e Y dos conjuntos no vacíos. Una función f definida en un conjunto X y con valores en Y es una ley mediante la cual se hace corresponder a cada elemento de X un elemento de Y . Se dice también que f es una aplicación de X en Y . Para un elemento genérico $x \in X$ denotaremos habitualmente por $f(x)$ el elemento de Y correspondiente a ese x , y se dirá también que $f(x)$ es el valor de la función f en x , esto se expresa a veces mediante la igualdad $y = f(x)$. Para denotar que f es una aplicación de X en Y , se escribe ordinariamente $f: X \rightarrow Y$, y a veces también $x \rightarrow f(x)$, esta última indica, más bien la operación de pasar de un elemento cualquiera $x \in X$ a su transformado $f(x) \in Y$. En ocasiones, por emplear un lenguaje geométrico se habla de transformación de X en Y , en lugar de función o aplicación definida en X y con valores en Y ". (Fernández, 1976, citado en Ruiz, 1998, p. 186).

Ahora bien, teniendo presente los significados parciales asociados al concepto de función, otro elemento que genera grandes dificultades en los estudiantes al momento de abordar este objeto matemático surge por la variedad de registros asociados a él, dificultades para articular los diferentes registros, conversiones que existen de un registro a otros así como también el trabajo en un mismo registro (Duval, 1999).

Janvier (1987) menciona que:

"Las representaciones asociadas al concepto de función se pueden clasificar en cuatro clases (expresión analítica, tabla, gráfica y expresión verbal), que aunque idealmente contienen la misma información, ponen en acción diferentes procesos cognitivos,

cada uno de ellos estrechamente relacionado con los otros. La representación gráfica conecta con las potencialidades conceptualizadoras de la visualización y se relaciona con la geometría y la topología. La representación en forma de tabla pone de manifiesto los aspectos numéricos y cuantitativos. La expresión analítica conecta con la capacidad simbólica y se relaciona principalmente con el álgebra, mientras que la representación verbal se relaciona con la capacidad lingüística de las personas y es básica para interpretar las otras tres” (p. 169).

Duval en tanto, en la teoría de los registros de representación semiótica señala que se podrá tener acceso al objeto matemático a través de la producción de representaciones semióticas donde cada registro entrega aspectos parciales con respecto al objeto que representa, y, en la medida en la cual el estudiante logre vincular dos o más registros dará cuenta de su comprensión (Duval 2002).

Aún siendo conscientes de las dificultades en los estudiantes asociadas al concepto de función, la importancia de abordarlas de manera propicia radica en la utilidad de este contenido en el desarrollo de procesos de modelación, resolución de problemas y la comprensión de las principales nociones del cálculo (Parra-Urrea, 2015).

Un reciente artículo, Luis Pino y Yocelyn Parra (2021) denominado “Criterios para orientar el diseño y la reflexión de clases sobre funciones ¿Qué nos dice la literatura científica?” destaca elementos claves que permiten al profesor reflexionar sobre clases de funciones y mejorar las prácticas pedagógicas. En él se realiza un recorrido sobre los principales resultados de investigaciones asociados al proceso enseñanza aprendizaje de las funciones para luego aportar con una propuesta de criterios y descriptores que permiten ser un referente para el profesor a la hora de diseñar una clase sobre función o reflexionar sobre la misma.

La idea central nace por la importancia de la reflexión constante que debe tener el profesor hacia su práctica y a modo particular, sobre los instrumentos curriculares empleados en ella, y más específicamente sobre el objeto matemático de función, de manera tal que se puedan orientar idóneamente los procesos de enseñanza aprendizaje.

Con base en lo expuesto anteriormente, centrándonos en el profesor y considerando aspectos del texto escolar y el contenido de funciones, y también aspectos curriculares para dicho objeto matemático, es válido preguntarnos: *¿Cómo valora el profesor el texto escolar de primer año medio entregado por el Ministerio de Educación, en relación al objeto matemático de funciones y sobre la adaptación de este objeto con el curriculum?*

Capítulo 2.

Marco teórico

El presente capítulo, describe aspectos teóricos que sustentan el desarrollo de la investigación.

2.1 El enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática.

En didáctica de las matemáticas el enfoque ontosemiótico (EOS) de la cognición e instrucción matemática desarrollado en diversos trabajos de Godino y colaboradores (Godino & Batanero, 1994; Godino & Batanero, 1998; Godino, Batanero & Font, 2007) se encarga en gran medida de analizar el sistema de enseñanza de las matemáticas en su conjunto, considerando aspectos esenciales de diferentes ramas como son psicología, pedagogía, filosofía, o la sociología. Además los sistemas didácticos inmersos en una clase cuyos componentes principales son: el profesor, los alumnos y el saber enseñado, contemplando que se encuentra inmerso en un entorno social, cultural, tecnológico y científico que interviene en su funcionamiento.

En el EOS se encuentran tres puntos de vistas esenciales que conciben la matemática como:

- Actividad matemática socialmente compartida vinculada directamente a la resolución de problemas ya sean internos o externos a la matemática.
- Lenguaje simbólico particular de las matemáticas, el cual permite comunicar ideas y expresar conceptos matemáticos.
- Sistema conceptual que se encuentra organizado de manera lógica.

Además, centra interés en los objetos matemáticos que surgen a partir de prácticas matemáticas involucradas en la resolución de un problema, es precisamente aquí, donde cobra sentido la noción situación-problema, entendida como un problema, ejercicio, tarea, que requiere necesariamente a la actividad matemática para su solución. De esta manera, la noción situación problema introduce los conceptos: prácticas, objetos y significados.

2.1.1 Sistemas de prácticas operativas relacionadas a campos o tipos de problemas:

En el EOS se considera como práctica matemática a “toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas” (Godino y Batanero, 1994, p. 334). Estas prácticas pueden ser comunes dentro de una institución, al interesarse en resolver problemas de la misma índole de situaciones-problemáticas, o de otro modo, pueden ser particularidades del sujeto en específico. Sin embargo, en el estudio de la actividad matemática más allá de las prácticas en sí, lo que es interesante de estudiar son los sistemas de prácticas vinculados a las respuestas de la persona ante la resolución de determinados tipos de situaciones, en el caso de la presente investigación, develar los significados que un profesor posee para un determinado objeto matemático. Situaciones que tanto a nivel institucional como personal se responden a través de un análisis del sistema de prácticas, relacionadas con la resolución de una situación-problemática ante dicho objeto. Además, se hace necesario señalar que los significados otorgados por instituciones o sujetos tienen un carácter relativo, pues se verán influenciados por el contexto social y de los sujetos involucrados, dicho esto, se añade una tipología de significados institucionales y personales como los muestra la siguiente imagen:

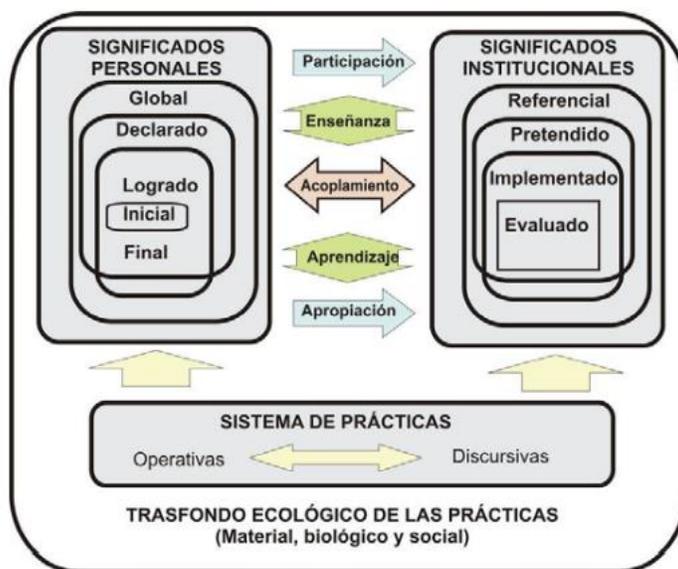


Figura 2.1 Significados como sistemas de prácticas (Godino, 2014, p. 13)

En la imagen se aprecia como el sistema de prácticas distingue los tipos de significados personales e institucionales. En cuantos a los significados personales respecta, hace referencia a significados de tipo global (considerando la totalidad del sistema de prácticas que es capaz de considerar respecto a un objeto matemático), declarado (referido a aquello que se puede evaluar del sujeto en relación a un objeto matemático), y logrado (corresponden a las prácticas que son conformes con la pauta institucional establecida). Por otro lado, están los significados institucionales, del tipo referencial (sistema de prácticas que se usa como referencia para lograr el significado que se espera), del tipo pretendido (sistema de prácticas incluido en la planificación del proceso de estudio), implementado (efectivamente llevado a cabo por el docente) y por último del tipo evaluado (aquello que es evaluado).

2.1.2 Objetos intervinientes y emergentes de sistemas de prácticas.

Para que una práctica matemática y la interpretación de sus resultados se desarrollen como satisfactorios es necesario poner en juego una serie de objetos primarios. Es decir, “cuando un agente realiza y evalúa una práctica matemática activa un conglomerado formado por situaciones problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos articulado en la configuración de la figura” (Font y Godino, 2006, p. 69).

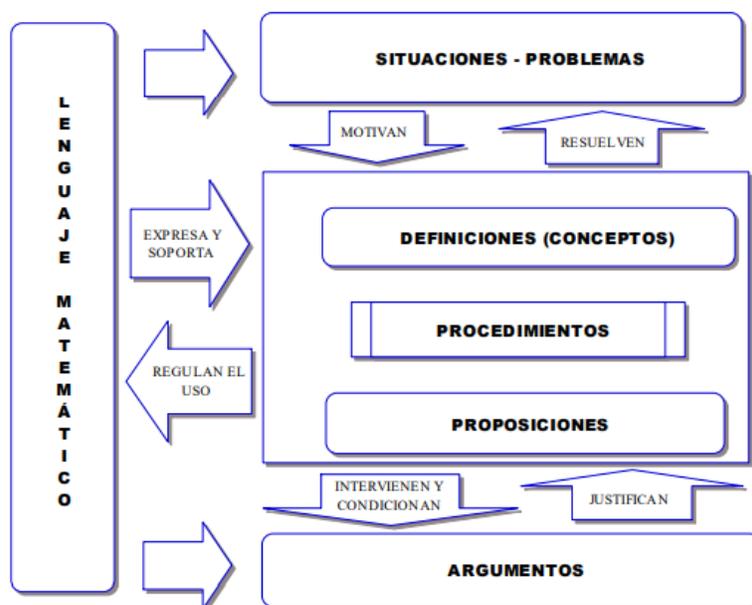


Figura 2.2. Configuración de objetos primarios (Font y Godino, 2006, p. 69)

A continuación se detalla la tipología de objetos primarios, los cuales son:

- **Elementos lingüísticos:** Entendidos como aquellos términos, expresiones, notaciones gráficas, que son empleadas para enunciar y resolver problemas en sus diversos registros.
- **Situaciones problemas:** Aplicaciones extra-matemática, ejercicios, tareas problemas, que hacen posible desarrollar una actividad matemática.
- **Conceptos-definiciones:** Conceptos y definiciones relacionados al objeto matemático que se deben recordar y aplicar para obtener una solución al problema matemático.
- **Proposiciones:** Enunciados sobre relaciones o propiedades de los objetos matemáticos involucrados.
- **Procedimientos:** Referido a los algoritmos y técnicas que se deben conocer y aplicar en la solución del problema matemático.
- **Argumentos:** Referidos a los enunciados que se utilizan para validar o explicar los procedimientos.

2.1.3. Noción de idoneidad didáctica, componentes e indicadores.

Otro elemento importante de analizar en el EOS es la noción de idoneidad didáctica, más aun considerando la naturaleza de esta investigación, pues resulta una valiosa herramienta para favorecer la reflexión del profesor hacia su práctica. Dicha noción permite orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas estableciendo principios y criterios generales, no se trata de recetas de actuación sino más bien elementos originales y significativos para elaborar una teoría de diseño instruccional. Godino y colaboradores definen la idoneidad didáctica como un criterio sistémico de adecuación y pertinencia con respecto al proyecto educativo global, a través de la coherente articulación de las siguientes 6 idoneidades (Godino, Wilhelmi y Bencomo, 2005), proponiendo entonces seis componentes esenciales relacionados en el proceso de idoneidad didáctica:

- **Idoneidad epistémica:** se refiere al grado de representatividad de los significados institucional es implementados o pretendidos, respecto al significado de referencia.

- **Idoneidad Cognitiva:** Referido al grado en el cual se logran los significados que se pretenden (o implementan) en un proceso de estudio, además la proximidad entre los significados adquirido por los estudiantes y los que pretende el profesor.
- **Idoneidad Interaccional:** Se considera una mayor idoneidad interaccional si en el proceso de estudio se detectan los conflictos semióticos potenciales, y luego se logra resolverlos.
- **Idoneidad Mediacional:** Se refiere al grado de disponibilidad de los recursos materiales y temporales necesarios para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- **Idoneidad Afectiva:** Hace referencia al interés y motivación de los estudiantes hacia el proceso de enseñanza aprendizaje, relacionándolo con factores que dependen de la institución así como también de la historia personal previa de cada estudiante.
- **Idoneidad Ecológica:** Se refiere a la concordancia entre el proceso enseñanza aprendizaje y el proyecto educativo de la escuela, la sociedad y el entorno en el cual se desarrolla.

Godino (2011) ha propuesto una serie de componentes e indicadores empíricos referidos a la idoneidad didáctica en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, dirigidos al diseño, implementación o evaluación de los procesos de estudio, también, se destaca la utilidad para analizar aspectos parciales de un proceso de estudio, como por ejemplo, un material didáctico, un manual escolar. Los componentes e indicadores permiten operativizar las seis idoneidades antes mencionadas.

Para fines de nuestra investigación, se detallan los componentes e indicadores involucrados con la idoneidad epistémica y idoneidad ecológica, el primero se sustenta por la complejidad propia del objeto matemático en estudio y el segundo por la importancia del ámbito curricular y de contexto asociado al objeto matemático.

Componentes e indicadores de la idoneidad epistémica: Como se ha descrito anteriormente, la idoneidad epistémica busca medir el grado de representatividad de los significados implementados respecto de un significado de referencia. Para lo cual Godino (2011) propone los siguientes indicadores, descritos en la tabla que se presenta a continuación:

Tabla 2.1. Componentes e indicadores de idoneidad epistémica.

<i>Componentes</i>	<i>Indicadores</i>
Situaciones Problemas	<ul style="list-style-type: none"> - Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación. - Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización).
Lenguajes	<ul style="list-style-type: none"> - Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica,...), traducciones y conversiones entre los mismos. - Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige. - Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación.
Reglas (definiciones, proposiciones y procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> - Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen. - Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado. - Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones, proposiciones o procedimientos.
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> - Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen. - Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar.
Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> - Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. - Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.

Fuente: Godino (2011, p. 9)

Componentes e indicadores de la idoneidad ecológica: La idoneidad ecológica se alcanza en tanto los procesos de enseñanza aprendizaje sean adecuados en relación al entorno en el cual se desarrollan, entendiendo por entorno la comunidad educativa, la sociedad, etc. Los componentes e indicadores propuestos para la idoneidad ecológica se exponen a continuación:

Tabla 2.2. Componentes e indicadores de idoneidad ecológica

<i>Componentes</i>	<i>Indicadores</i>
Adaptación al currículo	<ul style="list-style-type: none"> - Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.
Apertura hacia la innovación didáctica	<ul style="list-style-type: none"> - Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva. - Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo.
Adaptación socioprofesional y cultural	<ul style="list-style-type: none"> - Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes.

Educación en valores	- Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico.
Conexiones entre e interdisciplinarias	- Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios.

Fuente: Godino (2011, p. 14)

2.1.4 Criterios para orientar el diseño y la reflexión de clases sobre funciones

Pino y Parra (2021) en su artículo titulado “Criterios para orientar el diseño y la reflexión de clases sobre funciones ¿Qué nos dice la literatura científica?” basados en el EOS y la literatura científica establecen una serie de 6 cuadros con criterios y descriptores los cuales brindan aspectos que se deben tener en cuenta cuando se planifica una clase sobre funciones o permiten al profesor reflexionar sobre su práctica en torno a la enseñanza de funciones.

Dichos criterios y descriptores son una herramienta importante y útil para los fines de nuestra investigación, en particular, los dos cuadros que se presentan a continuación, el primero (tabla 2.3) considera los elementos sobre la complejidad matemática de la función y el segundo (tabla 2.4) incorpora aspectos tales como el currículo y el contexto en el que se desarrolla el proceso de enseñanza de las funciones.

Tabla 2. 3. Criterios para considerar sobre la complejidad matemática de la función

<i>Componente</i>	<i>Indicadores</i>
Situaciones Problemas	<ul style="list-style-type: none"> • Se presentan problemas que movilizan, representativamente, los seis significados de referencia de la función. • Se presentan problemas para reforzar conocimientos previos relacionados con la noción de función. • Se presentan problemas para ejemplificar distintas definiciones de la noción de función. • Se presentan problemas en contextos puramente matemáticos para reforzar el aprendizaje sobre funciones. • Se presentan problemas contextualizados provenientes de la vida cotidiana o de otras ciencias para reforzar el aprendizaje sobre funciones
Lenguajes	<ul style="list-style-type: none"> • Se movilizan las representaciones vinculadas a la función (verbal, simbólica/algebraica, tabular, gráfica e icónica). • Se promueven tratamientos en los diversos registros de representación (verbal, algebraico, tabular y gráfico). Por ejemplo, dada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + 2x + 1$ se aplica un tratamiento de factorización para obtener la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x+1)^2$, el tratamiento de la función original no debe alterar el dominio ni el rango de la función resultante, en caso contrario, la función no es la misma. • Se promueven conversiones entre los diversos registros de representación (verbal, algebraico, tabular y gráfico). Por ejemplo, para acceder a la idea de continuidad es conveniente utilizar un registro gráfico; para potenciar la idea de correspondencia es pertinente utilizar un registro algebraico
	<ul style="list-style-type: none"> • Las definiciones y los procedimientos consideran la arbitrariedad y la univalencia como características clave de la noción de función.

Definiciones, proposiciones, procedimientos, argumento	<ul style="list-style-type: none"> • Se presentan las nociones de dominio y codominio como elementos inherentes a la definición de función. • Se promueve el significado de la noción de función pretendido por el currículo escolar, para identificar y argumentar relaciones funcionales en sus diversas representaciones. • Se presentan enunciados y procedimientos fundamentales relativos a la noción de función adecuados al nivel educativo. • Se promueven situaciones en que los estudiantes deben justificar sus conjeturas y procedimientos. • Se identifican y articulan los diversos significados de la noción de función, es decir, la función como: correspondencia, relación entre magnitudes variables, representación gráfica, representación analítica, correspondencia arbitraria y desde la teoría de conjuntos
Errores, ambigüedades y creencias	<ul style="list-style-type: none"> • El trabajo con funciones no se limita al uso de representaciones algebraicas para evitar que se perciban solo como fórmulas y regularidades. • Se evita la creencia de que un cambio en la variable independiente implica necesariamente un cambio en la variable dependiente, pues de lo contrario una función constante podría no ser considerada una relación funcional. • Se presentan relaciones funcionales que no son graficables para evitar la creencia de que toda función admite una representación gráfica. • Se evita el error de utilizar curvas continuas para funciones discretas. • Se presentan relaciones funcionales que no tienen asociada una expresión algebraica, una fórmula o una ecuación para evitar la creencia de que toda función admite una representación algebraica. • Las funciones se presentan con dominios y codominios explícitos para evitar la creencia de que toda función tiene un dominio y un codominio natural o real. • Se presentan gráficas «irregulares» para evitar la creencia de que toda función representada gráficamente tiene «buen comportamiento» (simétrica, regular, suave y continua)

Fuente: Pino y Urrea (2021, p.50).

Tabla 2.4. Dimensión curricular y contexto para el estudio de funciones

<i>Componente</i>	<i>Indicadores</i>
Adaptación al currículo	<ul style="list-style-type: none"> • La noción de función se presenta como un principio básico y unificador de acuerdo con el currículo escolar secundario. • La instrucción matemática sobre funciones se desarrolla a partir de la modelación de situaciones de la vida cotidiana o de otras creencias, se interpretan soluciones de los problemas desde el punto de vista aritmético, algebraico y/o geométrico según corresponda.
Conexiones intra e interdisciplinarias	<ul style="list-style-type: none"> • Se vincula la noción de función con otros objetos matemáticos, tales como: regularidades, proporcionalidad, transformaciones isométricas, determinantes de matrices, límites, derivadas, etc. • Se utilizan funciones para dar respuesta a fenómenos físicos sencillos.
Utilidad sociolaboral	<ul style="list-style-type: none"> • Se presentan las funciones como la herramienta más adecuada para dar respuesta a situaciones provenientes de la matemática misma, de otras ciencias o de la vida cotidiana.
Apertura hacia la innovación didáctica	<ul style="list-style-type: none"> • Se promueve el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) fundamentalmente como un apoyo para la comprensión de la noción de función y para manipular representaciones vinculadas a dicho objeto matemático.

Fuente: Pino y Urrea (2021, p.53).

Capítulo 3.

Objetivos y Metodología

A continuación, se abordan los objetivos y la metodología a seguir, presentando los principales lineamientos con los cuales se dará respuesta a la pregunta planteada en la investigación.

3.1 Objetivos

3.1.1 Objetivo general:

Valorar la idoneidad epistémica y la idoneidad ecológica del texto escolar de primer año medio entregado por el ministerio de educación para la enseñanza de funciones desde el discurso del profesor.

3.1.2 Objetivos específicos:

OE-1 Estudiar la idoneidad epistémica y la idoneidad ecológica del texto escolar de primer año medio para la enseñanza de funciones.

OE-2 Describir las valoraciones de la idoneidad epistémica y la idoneidad ecológica del texto escolar para la enseñanza de funciones de primer año medio, desde el discurso del profesor.

OE-3 Contrastar las valoraciones entregadas por los profesores con el estudio sobre la idoneidad epistémica y la idoneidad ecológica presente en texto escolar de primer año medio para la enseñanza de funciones.

3.2 Metodología

La presente investigación se enmarca bajo el paradigma cualitativo, a través de un estudio de casos de carácter descriptivo, donde se analizan las valoraciones dadas por los profesores, constituyendo un modo particular de indagar, ver, analizar y comprender la realidad del fenómeno en estudio, sobre cómo valora el profesor el libro de texto en relación al objeto matemático de funciones abordado desde relaciones entre magnitudes variables y también, al considerar aspectos curriculares del mismo.

3.2.1 Contexto

En Chile, el currículum se expresa en un marco curricular, cuyo carácter es obligatorio, donde se encuentra aquello que los estudiantes de los distintos niveles educativos deben aprender en el transcurso del año escolar. El marco curricular contempla cinco instrumentos distintos, los cuales son: planes de estudio, programas de estudio, mapas de progreso, niveles de logro del SIMCE y textos escolares. Los planes de estudio contemplan la organización del tiempo y las actividades curriculares. Los programas de estudio entregan la organización didáctica definiendo los aprendizajes esperados (objetivos de aprendizaje). Los mapas de progreso indican el crecimiento de las competencias constituyendo un marco para la observación y evaluación del aprendizaje. Los niveles de logro del SIMCE (Sistema de medición de la calidad de la educación) describen los logros alcanzados por los estudiantes. Y por último, los textos escolares que desarrollan los contenidos establecidos en el marco curricular, constituyendo una propuesta metodológica para apoyar la labor docente en la implementación del currículum. Para los estudiantes en tanto, entrega explicaciones y proporciona actividades para favorecer su aprendizaje. (MINEDUC, 2009).

Nos enfocaremos en el análisis epistémico y ecológico del texto escolar de matemáticas de primer año medio, sin embargo, aun cuando nuestro foco es el texto escolar para la enseñanza de funciones es necesario analizar el programa de estudios, en congruencia con los estudios desarrollos de Pino-Fan, Castro, Godino y Font (2013) pues son considerados dos elementos complementarios en los procesos de planificación e implementación de las clases de matemáticas.

Dicho análisis se hará en función de las componentes e indicadores para la idoneidad epistémica y la idoneidad ecológica propuestos por Godino y descritos en el capítulo 2.

Por otro lado, la idea central de este estudio nace por la importancia de la reflexión constante que debe tener el profesor hacia su práctica y a modo particular, sobre los instrumentos curriculares empleados en ella. Entonces, con base a los mismos componentes e indicadores en estudio, se crea una entrevista semi-estructurada la cual pretende que los profesores valoren el texto escolar de primer año medio para la enseñanza de funciones, en relación al contenido matemático y también sobre aspectos curriculares.

3.2.2 Muestra

Para aplicar la entrevista se escoge una muestra por conveniencia de tres profesores, pues es necesario indagar y analizar con profundidad cada una de las experiencias y valoraciones dadas por ellos, los requisitos de selección son:

- ✓ Ser docentes titulados de Pedagogía en Matemática.
- ✓ Estar activamente ejerciendo la profesión.
- ✓ Hacer clases en primer año medio.
- ✓ Ser usuario del texto escolar entregado por el ministerio de educación.

A continuación se detallan con claridad cada una de las fases asociadas a la investigación.

- **Selección de participantes y realización de entrevista:** Se seleccionarán tres profesores de matemática de enseñanza media, docentes titulados de Pedagogía en Matemática que se encuentren activamente ejerciendo la profesión, y que sean usuarios del texto escolar de primero medio entregado por el Ministerio de Educación en Chile, a cada uno de ellos se les aplicará la entrevista.

3.2.3 Fases de la investigación:

Con el fin de lograr los objetivos propuestos, se han establecido las siguientes fases:

FASE 1: Tareas de investigación asociadas al OE-1.

- **Estudio sobre la idoneidad epistémica y la idoneidad ecológica para la enseñanza de funciones en el texto escolar y programa de estudios:** Con base en el Marco Teórico seleccionado (EOS) y particularmente en los componentes e indicadores descritos para la idoneidad epistémica y idoneidad ecológica se analiza el texto escolar y programa de estudios de primer año medio para la enseñanza de funciones. Se considera la dupla texto escolar/programa de estudio puesto que son dos instrumentos complementarios en los procesos de planificación e implementación de las clases.

FASE 2: Tareas de investigación asociadas al OE-2.

- **Construcción de entrevista semiestructurada:** Se construye una entrevista, la que tiene por finalidad recabar información importante sobre la experiencia de los profesores siendo usuario del texto de primer año medio para la enseñanza de funciones, favoreciendo procesos reflexivos y críticos. Dicha entrevista se crea en concordancia con los componentes e indicadores descritos para la idoneidad epistémica y la idoneidad ecológica, y también, apoyados en el artículo propuesto por Pino y Urrea (2021) sobre “Criterios para orientar el diseño y la reflexión de clases sobre funciones ¿Qué nos dice la literatura científica?”

Se escogen los siguientes indicadores significativos los cuales sirven como base para crear la entrevista semi-estructurada, que permitirá al profesor valorar el texto escolar para la enseñanza de funciones:

En relación a la idoneidad epistémica:

Situaciones Problemas: Se presentan problemas contextualizados provenientes de la vida cotidiana o de otras ciencias para reforzar el aprendizaje sobre funciones

Lenguajes: Se movilizan las representaciones vinculadas a la función (verbal, simbólica/algebraica, tabular, gráfica e icónica).

Procedimientos: Se promueven situaciones en que los estudiantes deben justificar sus conjeturas y procedimientos.

Errores: El trabajo con funciones no se limita al uso de representaciones algebraicas para evitar que se perciban solo como fórmulas y regularidades.

En relación a la idoneidad ecológica:

Adaptación al currículo: La noción de función se presenta como un principio básico y unificador de acuerdo con el currículo escolar secundario. La instrucción matemática sobre funciones se desarrolla a partir de la modelación de situaciones de la vida cotidiana o de otras creencias, se interpretan soluciones de los problemas desde el punto de vista aritmético, algebraico y/o geométrico según corresponda.

Conexiones intra e interdisciplinares: Se vincula la noción de función con otros objetos matemáticos, tales como: regularidades, proporcionalidad, transformaciones isométricas, determinantes de matrices, límites, derivadas, etc.

Utilidad sociolaboral: Se presentan las funciones como la herramienta más adecuada para dar respuesta a situaciones provenientes de la matemática misma, de otras ciencias o de la vida cotidiana.

Apertura hacia la innovación didáctica: Se promueve el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) fundamentalmente como un apoyo para la comprensión de la noción de función y para manipular representaciones vinculadas a dicho objeto matemático.

- **Recopilación, análisis y organización de la información obtenida en las entrevistas:** Se transcriben las entrevistas y se analizan en función a las categorías de análisis propuestas para los componentes e indicadores de la idoneidad epistémica y ecológica en la enseñanza de funciones. Se generan cuadros de resumen que facilitan el manejo de la información ad portas de la etapa final.

FASE 3: Tareas de investigación asociadas al OE-3.

- **Contrastación de la información obtenida:** Se contrasta cada análisis de las entrevistas con el estudio llevado a cabo con anterioridad sobre la idoneidad epistémica y la idoneidad ecológica del texto escolar de primer año medio para la enseñanza de funciones complementando con el plan y programa correspondiente.

3.2.4 Tratamiento de la información obtenida:

Por un lado, se obtendrá el análisis epistémico y ecológico del texto escolar y de los planes y programas de primer año medio para la enseñanza de funciones. Por otro lado, tendremos las valoraciones dadas por los profesores en las entrevista semi-estructurada. Ambos serán analizadas en función de los componentes e indicadores propuestos para la idoneidad epistémica y ecológica.

Luego, teniendo por un lado el análisis del texto escolar, y por otro las valoraciones dadas por los profesores, se contrastan ambos análisis con las herramientas teórico metodológicas propuestas en el EOS y principalmente con los componentes e indicadores seleccionados para la creación de la entrevista. Dichos resultados se complementan con los hallazgos significativos encontrados en la literatura científica.

Capítulo 4.

Análisis de Resultados

El capítulo “Análisis de resultados”, exhibe el conglomerado de análisis que pretenden dar respuesta a los objetivos propuestos.

4.1 Análisis epistémico y ecológico del texto escolar sugerido por el Programa de Estudios.

4.1.1 Análisis epistémico del texto escolar sugerido por el Programa de Estudios.

El libro de texto sugerido para primer año medio por el Ministerio de Educación en Chile (Fresno, Torres y Ávila, 2020) se divide en cuatro Unidades: 1) Ciencia y tecnología vinculado al eje temático Números; 2) Nuestro Entorno asociado a Álgebra; 3) Medioambiente relacionado con geometría; y por último, 4) Los Deportes el cual se asocia a datos y azar y estadística. Nos enfocaremos en la segunda Unidad: Nuestro entorno. A continuación se realiza la configuración epistémica del segundo tema: “Relaciones lineales en dos variables”

Con respecto a las situaciones problemas, se identifican tres tipos de situaciones problemas: 1) Problemas para ejemplificar definiciones introducidas, 2) Problemas no contextualizados, para reforzar las definiciones introducidas y 3) Problemas contextualizados para reforzar los conocimientos ‘adquiridos’. Ahora bien, es necesario mencionar que, de los tres tipos de problemas identificados aquel que predomina considerablemente en el texto escolar es incorporar problemas no contextualizados.

Los elementos lingüísticos identificados en las definiciones, propiedades, procedimientos, argumentos y situaciones/problema, son mayormente de tipo simbólico y tabular, en menor medida se encuentre el tipo verbal y gráfico.

Tipos de representaciones activadas en el planteamiento y solución de las tareas

La siguiente tabla, es una adaptación de la Tabla IV que proponen Pino Fan y colaboradores (2013, p. 141) y resume el tipo de representaciones declaradas en las tareas del texto escolar de primer año medio, incorporando aquellas tareas presentadas como ejemplos las cuales incorporan la solución y también aquellas tareas planteadas, analizando la solución esperada por los estudiantes.

Tabla 4. 1. Representaciones previas y emergentes de la noción función

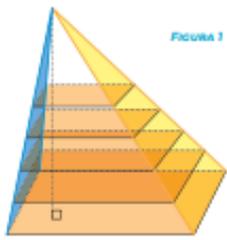
		<i>Representaciones para $f(x)$</i>				
		<i>F(x)</i>				
	<i>Emergentes</i>	<i>Verbal</i>	<i>Gráfica</i>	<i>Simbólica</i>	<i>Tabular</i>	<i>Icónica</i>
	<i>Previos</i>					
<i>f(x)</i>	<i>Verbal</i>	•		•		
	<i>Gráfica</i>					
	<i>Simbólica</i>	•	•	•	•	
	<i>Tabular</i>			•		
	<i>Icónica</i>					

Como se puede apreciar en la tabla anterior el texto propone siete tipos de tareas, que se detallan a continuación:

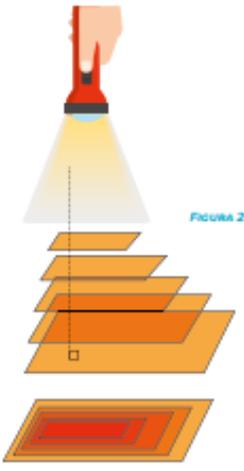
El primer tipo de tareas se presenta en un registro verbal, la que debe ser interpretada por los estudiantes con la finalidad de obtener una respuesta en el registro verbal (ver figura 4.1).

Resuelve el siguiente problema.

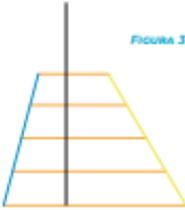
En una pirámide de base rectangular se han realizado diferentes cortes de forma transversal y paralela a su base, todos separados a la misma distancia, como se muestra en la **FIGURA 1**.



Un estudiante representa lo anterior utilizando micas transparentes de forma rectangular, y para ver cómo se aprecia la vista superior reflejada en un plano, la ilumina desde lo alto, como se muestra en la **FIGURA 2**.



Finalmente, el estudiante utiliza otras 2 micas, de color azul y amarillo, las apoya en los costados y marca con un plumón los segmentos de línea (líneas de nivel) en los que se apoya, como se muestra en la **FIGURA 3**.



Una línea de nivel es aquella que representa en un plano o mapa los puntos que tienen la misma altura respecto de un plano de referencia.

- En la **FIGURA 2**, ¿qué representa el rectángulo más oscuro reflejado en el plano?
Respuesta: corresponde al rectángulo que está más cercano a la linterna, es decir, el que se encuentra en la parte superior.
- En las micas de color azul y amarillo de la **FIGURA 3**, ¿cómo se relacionan los segmentos de línea dibujados?
Respuesta: los segmentos de líneas en la mica de color azul son todos paralelos y se encuentran cercanos uno del otro. De igual manera, los segmentos de líneas pintados en la mica de color amarillo son paralelos y la distancia que los separa es mayor que la que separa a los segmentos de líneas en la mica de color azul.

Figura 4. 1. Ejemplo de problema verbal-verbal (Fresno, et al., 2020, p. 83)

El segundo tipo de tareas presenta a la función en un registro verbal, y una vez resuelta se espera que los estudiantes activen el registro simbólico (ver figura 4.2)

En una relación lineal de dos variables de la forma $f(x, y) = ax + by$ se sabe que $f(x, y) = 3$ y que la gráfica pasa por los puntos $P(-5, -1)$ y $Q(-1, 1)$. ¿Cuáles son los valores de a y b ?

Figura 4. 2. Ejemplo de problema verbal-simbólico (Fresno, et al., 2020, p. 84)

. El tercer tipo de tareas presenta a la función en un registro simbólico, y se espera que los estudiantes resuelvan la tarea en un registro verbal. (ver figura 4.3)

Si $f(x, y) = 10x - 3y$, ¿se cumple que $f(2, 3)$ es igual a 10? Explica.

Figura 4. 3. Ejemplo de problema simbólico-verbal (Fresno, et al., 2020, p. 83)

La cuarta clase de tareas presente en el texto escolar presenta a la función en un registro simbólico, se espera que sea resuelta por los estudiantes en un registro gráfico (ver figura 4.4).

Representa cada gráfica en el plano cartesiano según la información entregada.

a. $f(x, y) = 3; f(x, y) = x + y$ c. $f(x, y) = -4; f(x, y) = 2x + 5y$

b. $f(x, y) = 2; f(x, y) = -x + 2y$ d. $f(x, y) = -7; f(x, y) = -x - y$

Figura 4.4. Ejemplo de problema simbólico-simbólico- gráfico (Fresno, et al., 2020, p. 82)

Un quinto tipo de tareas se presenta en un registro simbólico, la cual al ser resuelta por los estudiantes debe llegar a una respuesta en registro simbólico (ver figura 4.5).

Valoriza la expresión $f(x, y) = 3x - y$ para $x = 6$ e $y = -2$.

$$\begin{aligned} f(6, -2) &= 3 \cdot 6 - (-2) \\ &= 18 + 2 \\ &= 20 \end{aligned}$$

Luego, $f(6, -2) = 20$.

Figura 4. 5. Ejemplo de problema simbólico-simbólico (Fresno, et al., 2020, p. 81)

Un sexto tipo de tareas se presenta en un registro simbólico la cual al ser resuelta por los estudiantes debe activar representaciones tabulares (ver figura 4.6).

Construye una tabla de valores para x e y considerando la relación $f(x, y) = 2x + y$.
Se eligen distintos valores para x e y , y se reemplazan en la expresión.

x	y	$f(x, y) = 2x + y$
-2	1	$f(-2, 1) = 2 \cdot (-2) + 1 = -3$
-1	-1	$f(-1, -1) = 2 \cdot (-1) + (-1) = -3$
0	3	$f(0, 3) = 2 \cdot 0 + 3 = 3$
3	-2	$f(3, -2) = 2 \cdot 3 + (-2) = 4$

Figura 4. 6. Ejemplo de problema simbólico-tabular (Fresno, et al., 2020, p. 82)

Y un séptimo y último tipo de tareas presentes en el texto escolar de primer año medio está dado en un registro tabular, la cual al ser resuelta por los estudiantes debe activar un registro simbólico (ver figura 4.7).

Determina la relación lineal de la forma $f(x, y) = ax + by$ que se representa en cada tabla.

a.

x	y	f(x, y)
1	-5	7
0	-3,5	7

c.

x	y	f(x, y)
3	4	4
5	-3	4

b.

x	y	f(x, y)
-2	-3	5
-0,25	4	5

d.

x	y	f(x, y)
-3	6	-1
5	-2	-1

Figura 4. 7. Ejemplo de problema tabular- simbólico (Fresno, et al., 2020, p. 84)

4.1.2 Análisis ecológico del libro de texto sugerido por el Programa de Estudios

El análisis ecológico se realiza en función de los siguientes componentes: adaptación al currículo, conexiones, utilidad socio laboral y apertura hacia la innovación didáctica.

En relación al primer componente, la adaptación al currículo, las actividades propuestas en el libro de texto no responden a situaciones de la vida cotidiana u otras creencias, pues en su mayoría se tratan de problemas no contextualizados, donde prevalece el registro simbólico, dando énfasis a procesos mecánicos y rutinarios.

Con respecto a las conexiones, existen solo dos situaciones que promueven las conexiones interdisciplinarias, una de ella es la actividad de la pirámide base rectangular (ver figura 4.8) la cual pretende representar funciones, y la otra es aquella que se presenta a continuación, donde se promueve la conexión con la geología, abordada en la asignatura de Historia, Geografía y Ciencias Sociales, sin embargo, es necesario considerar que en la actividad expuesta sigue prevaleciendo el registro simbólico, en función de cálculos rutinarios y procesos algorítmicos.

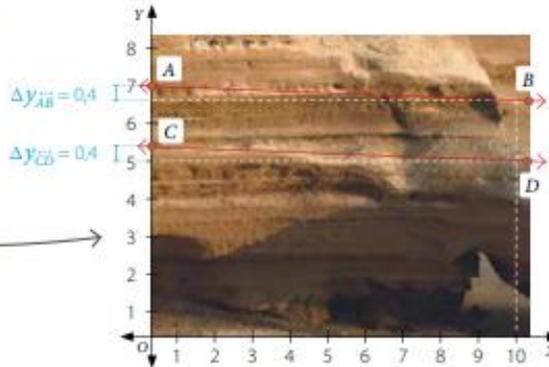
Relaciones lineales de la forma $f(x, y) = ax + by$

En algunas partes del norte de Chile, la cordillera de la Costa cae en forma abrupta al mar, formando acantilados, lo que da origen al farellón costero.

En la imagen se muestra el farellón costero de Antofagasta, del que se ha considerado una parte y se ha representado en un plano cartesiano.



Costa rocosa y arenisca en La Portada de Antofagasta. Región de Antofagasta, Chile



- Determina la pendiente de cada recta. Para ello, calcula las siguientes expresiones:

$$m_{\overleftrightarrow{AB}} = \frac{\Delta y_{\overleftrightarrow{AB}}}{10} \quad m_{\overleftrightarrow{CD}} = \frac{\Delta y_{\overleftrightarrow{CD}}}{10}$$

- ¿Cuál es la ecuación que representa a la recta \overleftrightarrow{AB} ?
- Determina la ecuación de la recta \overleftrightarrow{CD} , y luego explica cómo la estableciste.

La pendiente de una recta \overleftrightarrow{AB} corresponde a la razón entre la variación vertical ($\Delta y_{\overleftrightarrow{AB}}$) y la variación horizontal ($\Delta x_{\overleftrightarrow{AB}}$), es decir,

$$m_{\overleftrightarrow{AB}} = \frac{\Delta y_{\overleftrightarrow{AB}}}{\Delta x_{\overleftrightarrow{AB}}}$$

Figura 4. 8. Ejemplo de conexiones interdisciplinarias (Fresno, et al., 2020, p. 81)

Por último, con respecto a la innovación didáctica, el texto escolar no contempla ninguna actividad que promueva el uso de la tecnología.

4.2 Análisis epistémico y ecológico del programa de estudios.

4.2.1 Análisis epistémico del Programa de Estudios (PE)

El programa de estudios para primer año medio propuesto por el Ministerio de Educación de Chile se divide en cuatro Unidades: 1) Ciencia y tecnología vinculado al eje temático números; 2) Nuestro Entorno asociado a Álgebra; 3) Medioambiente relacionado con geometría; y por último, 4) Los Deportes el cual se asocia a datos y azar y estadística. Nos

enfocaremos en la segunda Unidad: Nuestro entorno en la cual se presentan tres objetivos de aprendizajes:

1) Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2x2) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.

2) Graficar relaciones lineales en dos variables de la forma $f(x, y) = ax + by$; por ejemplo: un haz de rectas paralelas en el plano cartesiano, líneas de nivel en planos inclinados (techo), propagación de olas en el mar y la formación de algunas capas de rocas:

-Creando tablas de valores con a, b fijo y x, y variable.

-Representando una ecuación lineal dada por medio de un gráfico, de manera manual y/o con software educativo.

-Escribiendo la relación entre las variables de un gráfico dado; por ejemplo, variando c en la ecuación $ax + by = c$; (a, b, c \in Q) (decimales hasta la décima).

3) Desarrollar la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares, respectivamente, a partir de ángulos centrales de 60° , 90° , 120° y 180° , por medio de representaciones concretas.

Nos enfocaremos en el segundo objetivo el cual está relacionado a la noción de función. Para este objetivo se presentan los siguientes indicadores, los cuales se presentan para dar cuenta de aspectos que permiten evidenciar el logro de los aprendizajes respectivos en los estudiantes:

- Elaboran tablas y gráficos para ecuaciones de la forma $ax + by = c$ con a, b valores fijos a y $b \in \mathbb{Q}$ y c con valores variables.
- Reconocen el cociente $-\frac{a}{b}$ como pendiente de la recta con la ecuación $ax + by = c$.
- Confeccionan modelos 3D (figuras rectangulares o poligonales en niveles equidistantes) y los proyectan al plano para identificar la proyección de los bordes como líneas de la forma $ax + by = c$.
- Reconocen que las líneas con mayor densidad en el plano de proyección representan mayor cambio (pendiente) en el modelo 3D.

- Confeccionan un haz de gráficos de funciones afines, sobre la base de la función $f(x, y) = ax + by$ (con a y b fijo).
- Resuelven en el plano cartesiano problemas geométricos que involucren ecuaciones de la forma $ax + by = c$.
- Representan fenómenos geográficos y cotidianos mediante funciones lineales $f(x, y)$ en dos variables.

El programa declara a modo general para el eje temático de álgebra el siguiente propósito: “...Se espera que escriban, representen y usen expresiones algebraicas para designar números; que establezcan relaciones entre ellos mediante ecuaciones, inecuaciones o funciones, siempre orientadas a resolver problemas; que identifiquen regularidades que les permitan construir modelos y expresen dichas regularidades en lenguaje algebraico. Este eje pone especial énfasis en que los y las estudiantes aprendan a reconocer modelos y ampliarlos, y desarrollen la habilidad de comunicarse por medio de expresiones algebraicas.”

Y a modo particular, para el objetivo en cuestión propone:

“...Las y los estudiantes refuerzan lo aprendido sobre función lineal, incorporando la noción de linealidad en dos variables; se recurre a fijar los parámetros a y b de la relación lineal en dos variables y a determinar relaciones en el gráfico. En esta etapa, el trabajo debe ser sencillo, variado y lento, quedándose en el nivel de haz de rectas paralelas y determinando condiciones sobre el punto de corte con el eje Y .” (p.28)

El contenido específicamente propuesto es de relaciones lineales en dos variables de la forma $f(x, y) = ax + by$.

Antes de realizar el análisis epistémico, la figura 4.9, es la evaluación propuesta por los planes y programas en relación al objeto matemático tratado.

EVALUACIÓN 2																																															
ACTIVIDAD	CRITERIOS DE EVALUACIÓN																																														
<p>La resolución de esta actividad se puede agregar al portafolio.</p> <p>Los y las estudiantes completan la siguiente tabla:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th colspan="3">$f(x,y) = 3x + 5y$</th> </tr> <tr> <th>x</th> <th>y</th> <th>$f(x,y) = 7$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>-1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>$f(x,y) = 4$</td></tr> <tr><td></td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>-1</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td>$f(x,y) = -2$</td></tr> <tr><td>0</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>-2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>$f(x,y) = 1$</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	$f(x,y) = 3x + 5y$			x	y	$f(x,y) = 7$	1			-1			0				1	$f(x,y) = 4$		0			-1		1		$f(x,y) = -2$	0			-2				1	$f(x,y) = 1$										<ul style="list-style-type: none"> Resuelven las ecuaciones respectivas para completar la tabla. Completan la tabla de manera adecuada. Elaboran un gráfico con las cuatro (4) rectas que aparecen en la tabla. Relacionan nuevos valores para $f(x,y)$ con rectas paralelas a las del gráfico. Relacionan la pendiente de las rectas con el paralelismo de estas. Conjeturan sobre el punto de intersección de las rectas con el eje y, considerando los cambios de valor para $f(x,y)$. 	
$f(x,y) = 3x + 5y$																																															
x	y	$f(x,y) = 7$																																													
1																																															
-1																																															
0																																															
	1	$f(x,y) = 4$																																													
	0																																														
	-1																																														
1		$f(x,y) = -2$																																													
0																																															
-2																																															
	1	$f(x,y) = 1$																																													
<ul style="list-style-type: none"> Consideran otros valores más para continuar con la tabla. Grafican las diferentes rectas que se obtienen de los valores de la tabla. Utilizan la noción de pendiente para los diferentes gráficos de las rectas obtenidas. Conjeturan que, al variar el valor de $f(x,y)$, lo único que cambia es el punto de intersección con el eje Y, y que se mantiene la pendiente en todos los otros casos. 																																															

Figura 4. 9. Evaluación sugerida por el Programa (Mineduc, 2016, p. 126)

A partir de lo antes mencionado, se realiza la siguiente configuración epistémica:

En relación a las situaciones problemas, se declara por un lado que se utilizará la función lineal para representar fenómenos geográficos y cotidianos, mientras que por otro lado, el tipo de tarea propuesta en el programa según la evaluación sugerida se refiere a un problema no contextualizado.

Los elementos lingüísticos asociados son del tipo tabular, gráfico, simbólico y verbal.

Solo es posible identificar justificaciones/argumentos cuando se declara en los indicadores que los estudiantes confeccionarán modelos 3D y los proyectarán al plano para identificar la proyección de los bordes como líneas de la forma $ax + by = c$. Y también, en la evaluación, al proponer como criterio que los estudiantes conjeturen sobre el punto de intersección de las rectas con el eje y , considerando cambios de valor para $f(x,y)$

En cuanto a los conceptos/definiciones se asocian a relaciones lineales en dos variables de la forma $f(x, y) = ax + by$, incorporando también, función lineal, función afín y ecuaciones lineales.

Por último, la figura 4.10. es un ejemplo de procedimientos incorporado en los planes y programas como observaciones al docente, el cual pretende que los estudiantes representen funciones lineales en dos variables de la forma $f(x, y) = ax + by$

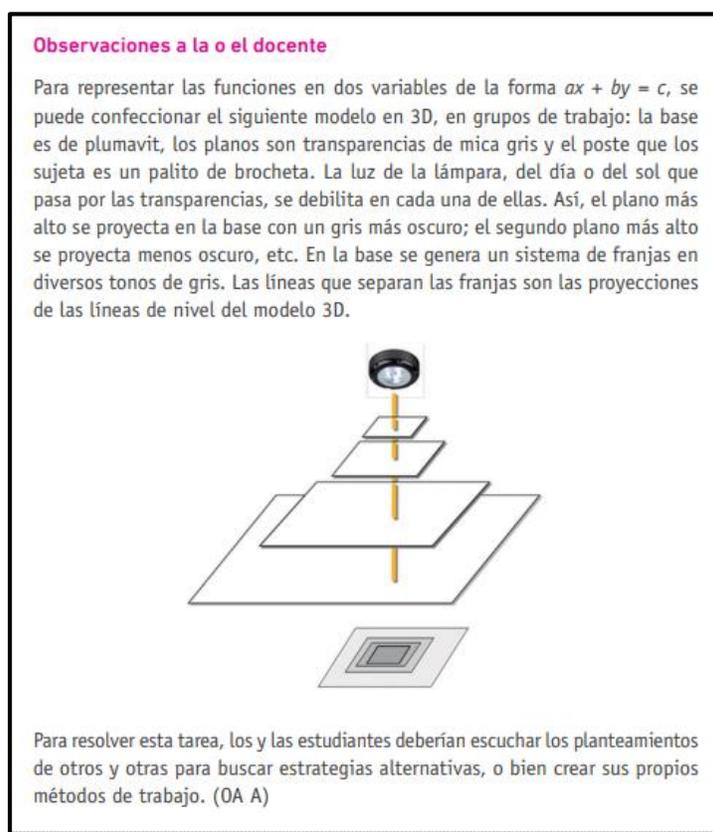


Figura 4. 10. Ejemplo de procedimientos (Mineduc, 2016, p. 114)

4.2.2 Análisis ecológico del Programa de Estudios (PE).

Los componentes propuestos en relación al análisis ecológico son: Adaptación al currículo, conexiones intra e interdisciplinarias, utilidad socio laboral y apertura hacia la innovación didáctica.

En cuanto a la adaptación al currículo, se hace necesario mencionar que dado el contexto de la actual pandemia Covid-19 el Ministerio de Educación en Chile publicó un documento denominado “Priorización curricular” en el cual priorizó algunos contenidos por sobre otros, organizándolos en dos niveles: Un primer nivel, declarado para incorporar aquellos objetivos imprescindibles siendo considerados como esenciales para avanzar a nuevos aprendizajes, y un segundo nivel, relacionados a objetivos integradores y significativos. Además se menciona: “El Currículum vigente se mantiene por decreto y es mandatorio. La Priorización no es un nuevo currículum, es una estrategia para minimizar los efectos adversos de la pandemia, y tiene vigencia hasta finales del año 2022”(Mineduc, 2020, p.3)

Por otro lado no se encuentran registros que den cuenta sobre criterios de selección, más allá de lo antes mencionado sobre nivel 1 y nivel 2 en la priorización curricular.

El objeto matemático en estudio no se incorpora dentro de dicha priorización curricular, dejando entrever que no es considerado un objeto imprescindible, integrador o significativo para el Ministerio de Educación, dada la actual pandemia.

A continuación se muestran los objetivos priorizados por el Ministerio de Educación en Chile, dada la actual pandemia.



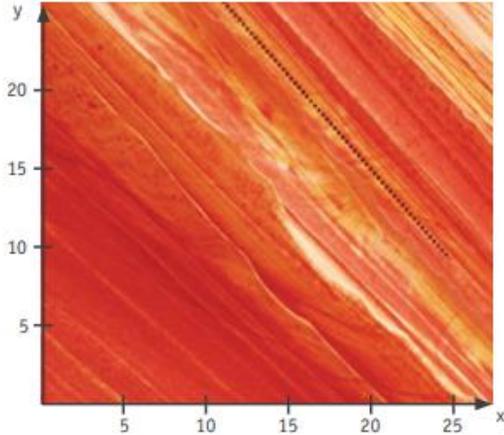
Figura 4. 11. Objetivos priorizados. Nivel 1 (Mineduc, 2020)

Nivel 1	Nivel 2	Habilidades		
<p>MA1M OA 07</p> <p>Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de la superficie y el volumen del cono: - Desplegando la red ...</p>	<p>MA1M OA 09</p> <p>Desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, para aplicarlo en la ...</p>	<p>MA1M OA 10</p> <p>Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala y otras situaciones de la vida diaria y otras ...</p>	<p>MA1M OA 12</p> <p>Registrar distribuciones de dos características distintas, de una misma población, en una tabla de doble ...</p>	<p>MA1M OA 15</p> <p>Mostrar que comprenden el concepto de azar: - Experimentando con la tabla de Galton y con paseos aleatorios ...</p>

Figura 4. 12. Objetivos priorizados. Nivel 2 (Mineduc, 2020)

Otro componente en estudio, en relación al análisis ecológico, son las conexiones intra e interdisciplinarias. Al respecto se identifican, por ejemplo, conexiones con Historia, geografía y ciencias sociales vistas, ver figura 4.13

La foto siguiente muestra una formación de roca arenisca en "North Coyote Buttes", en Arizona, Estados Unidos. El eje x representa la dirección horizontal.



Modelar
Utilizar un lenguaje funcional para resolver problemas y representar fenómenos cotidianos y científicos. (OA h)

Modelar
Identificar si un cambio constante es lineal o afin y seleccionar el modelo adecuado. (OA i)

Representar
Transitar entre los distintos niveles de funciones. (OA o)

a. Eligen tres líneas del sedimento y determinan las ecuaciones, en la forma $ax + by = c$, que las representan aproximadamente.

b. Determinan la pendiente de la línea punteada que representa una línea del sedimento.

® Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 11 de 7° y OA e de 1° medio .

Figura 4. 13. Conexiones propuestas en el programa de Estudios. (Mineduc, 2016, p. 117)

Con respecto a la utilidad socio laboral, el ejemplo expuesto anteriormente (ver figura 4.13) declara utilizar el lenguaje funcional para resolver problemas y representar fenómenos cotidianos y científicos.

Por último, con relación a la apertura hacia la innovación didáctica los planes y programas sugieren la utilización de algún software educativo para la realización de gráficas (ver figura 4.14), dando como ejemplo el winplot, wolframalpha, fooplot, entre otros.

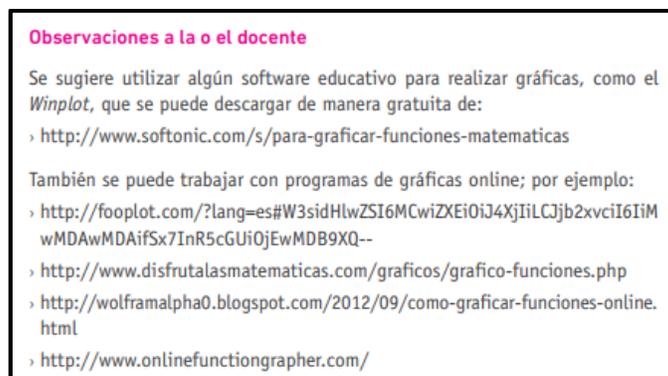


Figura 4. 14. Sugerencias uso de software. (Mineduc, 2016, p.115)

4.3 Análisis de Entrevistas

A continuación se presenta el análisis de tres entrevistas las cuales tuvieron la finalidad de recabar información importante sobre la experiencia de cada profesor siendo usuario del texto de primer año medio para la enseñanza de funciones, favoreciendo procesos reflexivos y críticos. Además, contribuir con el desarrollo de los procesos enseñanza-aprendizaje para la enseñanza de funciones.

En primera instancia, cada entrevista presenta una visión general sobre aspectos como edad, años de experiencia del profesor, también, se menciona cuáles son los principales materiales de apoyo pedagógico para llevar a cabo sus clases, los elementos o características que poseen dichos materiales y también sobre la forma en la cual utiliza el texto escolar, dichos antecedentes nos permiten tener una idea inicial de cada caso, para luego enfocarnos en elementos más específicos.

Después, el análisis de cada entrevista incorpora un análisis epistémico y un análisis ecológico. El primero se realiza con el fin de favorecer la reflexión en torno a situaciones problemas; lenguajes; definiciones, proposiciones, procedimientos, y creencias, componentes claves que permiten rescatar la riqueza matemática sobre el objeto matemático de función. Y, el segundo, el análisis ecológico se realiza reflexionando sobre las relaciones que se establecen entre el objeto matemático de función con otros objetos, ya sea de la

matemática misma u otras disciplinas, también sobre factores curriculares, socio-profesionales, políticos, económicos que condicionan el proceso de enseñanza sobre funciones.

4.3.1 ANALISIS DE ENTREVISTA: CASO 1

Profesor de 30 años, con 5 años de experiencia en el sistema educativo. Actualmente realiza clases en primero, segundo y cuarto año medio en un establecimiento particular subvencionado de la comuna de Iquique. La entrevista se realizó el día 16 de Octubre del año 2021 y tuvo una duración de 35 minutos.

A modo general, el profesor comenta que utiliza los libros de textos que entrega el Ministerio de Educación, incluyendo el texto del estudiante en conjunto con el cuaderno de actividades, además complementa el texto con ediciones anteriores con la finalidad de obtener una mayor variedad de ejercicios, ejemplos, etc. También menciona que utiliza los textos como base para la elaboración de sus clases, considerándolos en primera opción, sin embargo, si encuentra que no son adecuados a los requerimientos utiliza otras opciones.

Por otro lado, comenta que dado el contexto de la actual pandemia, ha aumentado la utilización de software, como por ejemplo, kahoot, geogebra, formularios de google, entre otros. En este mismo sentido, señala que ha cambiado la forma de realizar su clase, llevándola por completo al computador, utilizando las pizarras del computador con la tableta digitalizadora.

Los elementos que destaca el profesor al momento de realizar la selección de materiales pedagógicos es que sean confiables, estén actualizados y acorde a los objetivos de aprendizaje propuestos, también se enfoca en que sean claros en las instrucciones y que la dificultad este acorde al nivel educativo, además, considerando el contexto de la actual pandemia, el nivel de exigencia se ha modificado con respecto a generaciones anteriores.

4.3.1.1 Análisis Epistémico

En relación a las situaciones problemas y el contenido de función, el profesor deja en manifiesto que la importancia de este contenido radica en la vinculación con la vida cotidiana también comenta que el texto escolar no lo plantea desde esta perspectiva, enfocándose en

ejercicios que son puramente matemáticos existiendo una gran lejanía entre la forma ideal de llevar a cabo este contenido y lo plasmado en el texto escolar. Menciona: “tiene principalmente problemas que son puramente matemáticos, y es muy poco lo que lleva a problemas reales que conozcan, así que existe una gran lejanía cuando es un concepto que podría trabajarse totalmente desde otra perspectiva. Para el profesor lo antes mencionado provoca que el contenido resulte difícil de entender por los estudiantes y se vuelva algo rutinario que carece de sentido para ellos.

Con respecto al lenguaje y los tipos de representación movilizados comenta que el texto escolar utiliza principalmente el registro de representación algebraico, y que en menor medida se encuentran presentes los otros registros mencionando al registro verbal, tabular o gráfico.

En cuanto a las situaciones donde los estudiantes deban justificar sus conjeturas y procedimientos el profesor reconoce su importancia diciendo: “reconozco que son muy importantes, siempre debemos apuntar a que exista un desarrollo más acabado, más avanzado dentro de un concepto” pero también comenta el texto escolar las incorpora en muy menor medida, centrándose en habilidades básicas netamente de conocimiento.

Por último, en cuanto a errores, el profesor menciona que el texto escolar se centra en representaciones algebraicas, utilizando estrategias mecánicas, algoritmos y uso de fórmulas.

4.3.1.2 Análisis Ecológico

Con relación al currículo el profesor considera que el concepto es visto pero no con la amplitud que el objetivo requiere, pues existen elementos necesarios asociados al contenido de relación de dos variables que no son abordados en niveles anteriores y tampoco las plantea al introducir el contenido. Por otro lado, el profesor menciona que no es un contenido priorizado por el ministerio, no entendiendo que criterios se utilizan para priorizar algunos contenidos por sobre otros, dada la importancia del objeto matemático en cuestión.

En lo que respecta a las conexiones interdisciplinarias, menciona que no existe dicha conexión, añade: “no existe una vinculación con otros objetos matemáticos, me parece que no existe mencionado una relación que se pudiese hacer con otro objeto matemático” además,

agrega que el contenido está muy centralizado enfocándose solamente en lo que se quiere que los estudiantes aprendan.

Con respecto a la utilidad sociolaboral, el profesor señala que el contenido se presenta de forma mecánica, centrado en procesos mecánicos y ejercicios rutinarios los cuales se alejan al contexto de los estudiantes y por ende, no se presenta el contenido para dar respuesta a situaciones proveniente de la vida cotidiana.

En relación al último punto, sobre la apertura hacia la innovación didáctica, el profesor manifiesta que el texto escolar no incorpora ninguna actividad donde se promueva el uso de algún software educativo, especialmente menciona que su utilidad sería en la representación gráfica ejemplificando con programas como por ejemplo geometra. Además reflexiona sobre su percepción respecto a este tipo de actividades, añade: “me parece que es lo que se debe hacer actualmente, hoy día las nuevas generaciones están insertas en un mundo tecnológico, entonces, tenemos un gran problema con el concepto de escuela, porque los estudiantes con las nuevas generaciones avanzan y avanzan y nosotros como profesores nos estamos quedando atrás”. En este mismo sentido, sobre el uso de la calculadora por ejemplo, el profesor considera que hoy en día no tiene sentido prohibir su uso, le parece más adecuado integrar su uso en los salones de clases y compatibilizar la inserción de la tecnología en beneficio de los estudiantes.

Por último, cuando se le pregunta sobre aquellos aspectos que destacaría del texto escolar y también sobre que mejoraría, el profesor destaca la rigurosidad matemática con la cual se presenta el contenido y también la cantidad adecuada de ejercicios, pero, por otro lado, mejoraría la estructura en general con la que se presenta el contenido añade: “borraría los ejemplos, colocaría problemas más reales, más cercanos, que puedan vincularse hasta con el contexto del estudiantes y que por supuesto que incorpore herramientas educativas más didácticas, también el uso de la tecnología para las actividades que deben desarrollar los estudiantes”.

4.3.2 ANALISIS DE ENTREVISTA: CASO 2

Profesora de 30 años, con 5 años de experiencia en el sistema educativo. Actualmente realiza clases en octavo básico, primero medio y segundo año medio en un establecimiento

subvencionado de la comuna de Frutillar. La entrevista se realizó el día 14 de Septiembre del año 2021 y tuvo una duración de 50 minutos.

A modo general, podemos decir que la profesora utiliza como principales materiales de apoyo pedagógico el texto escolar entregado por el Ministerio en conjunto con el Cuadernillo de ejercicios, además, complementa dichos textos con libros de Editorial Santillana, libros de PSU, entre otros.

Trabaja ambos textos (texto entregado por el ministerio y cuadernillo de actividades), revisando primero las actividades presentes en el texto escolar en conjunto con la clase, y generalmente las actividades del cuadernillo las realiza como actividad complementaria para que los estudiantes realicen en su casa. La profesora comenta que intentan hacer la totalidad de las actividades presentes en dichos textos: “tratamos de hacer todas las actividades dentro de lo que se puede, por ejemplo, lo que no se alcanza a hacer lo envié como tarea para la casa y luego lo reviso”.

Ella estructura sus clases a partir del contenido nuevo, en el cual incorpora un modelaje, luego la práctica guiada y más tarde la práctica independiente, sin embargo, destaca que dado el contexto de la actual pandemia, la forma de llevar a cabo la clase no es la misma de antes, en este sentido menciona: “no es como antes, que uno podía ocupar más la pizarra, hoy en día tiene que ir todo más plasmado en la hoja más que en lo que podamos entregarle como conocimiento como lo hacíamos antes, más de viva voz por decirlo de alguna manera”.

Ahora bien, en relación al contenido específico de función, manifiesta que la importancia radica en generar situaciones relacionadas con la vida cotidiana, y al compararlo con otros contenidos matemáticos, funciones es más fácil de abordar por dicha razón, además destaca la utilidad del contenido, agregando: “de cierto modo en algún momento los chicos aunque no lo quieran la van a utilizar o inconscientemente uno igual la utiliza”.

4.3.2.1 Análisis Epistémico

En cuanto a las situaciones problemas respecta, la profesora comenta que el texto incorpora problemas puramente matemáticos lo cual permite a los estudiantes reforzar el aprendizaje en torno al contenido de función, sin embargo, con respecto a los problemas contextualizados provenientes de la vida cotidiana, considera que es necesario agregar más y que estos

problemas sean más adaptables, pues es necesario considerar los diferentes contextos con la finalidad que los estudiantes comprendan de mejor manera el contenido, en este sentido, expresa: “Solo utilizó el ejemplo introductorio pero luego no puso nada más, debería darle más situaciones problemas, relacionados con algo que los estudiantes puedan aplicar”

En relación al uso de diferentes lenguajes y la forma de promover las diferentes representaciones asociadas al concepto de función (verbal, simbólica/algebraica, tabular, gráfica e icónica) manifiesta que el texto escolar incorpora todos los diferentes registros de representación, comenta que verbaliza a través de los ejemplos, que también incorpora la parte algebraica, tabular y gráfica. Lo cual va en directo beneficio del aprendizaje de los estudiantes.

Por otro lado, en cuanto a definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos respecta, la profesora manifiesta que los ejemplos son pertinentes a la edad y al nivel educativo (primero medio) puesto que no son tan difíciles, por otro lado, considera que en algunos ejemplos del texto falta rigurosidad en los detalles, en ese sentido menciona “desarrolla el ejercicio pero no se enfoca como en esos detalles que son más pequeñitos”. En cuanto a la justificación de conjeturas y procedimientos menciona que el texto escolar si incorpora esa metodología y que va en directo beneficio de los estudiantes, pues ellos pueden demostrar lo que saben, y por otra parte a los profesores permite identificar más fácilmente los posibles errores de los estudiantes. También considera que el vocabulario empleado es el adecuado, pero, ella agregaría el uso de más simbología matemática, con el fin que los estudiantes puedan asociar el símbolo con la palabra, e ir avanzando en este sentido.

Finalmente, en cuanto a errores respecta, considera que en relación al tema de función, estas no son vistas solo como fórmulas ni regularidades en el texto escolar de primer año medio, haciendo la comparación con otros contenidos matemáticos como productos notables o factorización que dada su naturaleza su estudio se reduce mucho más a fórmulas.

4.3.2.2 Análisis Ecológico

Con respecto a la importancia que le otorga el currículo, la profesora considera que dado el contexto actual, donde el ministerio debió priorizar ciertos contenidos por sobre otros, función abordado desde relaciones entre magnitudes variables fue un tema que dejaron de

lado, por lo menos para primer año medio, al respecto menciona: “funciones como relaciones entre magnitudes por lo menos en el nivel uno no está, y debiéramos darle la importancia, de hecho, en el nivel dos de la priorización curricular tampoco está”.

Por otro lado, reconoce que la importancia de este contenido radica en la vinculación que posee con situaciones que provienen de la vida cotidiana, siendo un contenido que les servirá y será útil en un futuro, sin embargo, la cantidad de situaciones presentes en el texto escolar no logra ser suficientes para que los estudiantes establezcan con claridad dicha vinculación.

Ahora bien, en cuanto al vínculo de este contenido con otros objetos matemáticos, la profesora manifiesta que se favorece al estar relacionado directamente con sistema de ecuaciones lineales, y de manera implícita lo abordado en este apartado puede servir cuando los estudiantes aprenden homotecia, estadística y otros.

En relación a la incorporación de nuevas tecnologías, menciona que el texto siempre está incorporando actividades que promueven el uso de tecnologías, por ejemplo actividades en geogebra, sin embargo, poder utilizar estos recursos se ve dificultado por temas externos al libro de texto, por temas propios del establecimientos como contar con notebook o Tablet para los estudiantes, la profesora reconoce que son herramientas que van en directo beneficio de los estudiantes, pero su uso muchas veces se ve dificultado por lo antes mencionado.

Por último, en cuanto a las reflexiones finales de la profesora, cuando se le pregunta sobre aquellos aspectos que destacaría del textos escolar y también sobre que mejoraría, comenta que le agregaría más problemas, porque si bien asume que no es un contenido difícil de abordar la cantidad de situaciones problemas que posee no es suficiente, además propone que el texto escolar permita a los estudiantes crear su propio problema, al respecto menciona: “. Si vamos a la práctica independiente no hay ningún problema que les permita aplicar, eso sí lo cambiaría. Me gustaría agregar eso también, que ellos pudieran crear una situación problema a partir de una gráfica”. Termina la entrevista considerando al texto escolar como un recurso que es necesario modificar para el tema de relaciones entre magnitudes variables y enfatizando que las situaciones problemas no son suficientes.

4.3.3 ANALISIS DE ENTREVISTA: CASO 3

Profesor de 42 años, con 17 años de experiencia en el sistema educativo. Actualmente realiza clases en séptimo, primero y cuarto año medio en un establecimiento particular subvencionado de la comuna de Osorno. La entrevista se realizó el día 27 de Septiembre del año 2021 y tuvo una duración de 40 minutos.

A modo general, podemos decir que el profesor considera el libro de texto como una buena referencia a la hora de preparar y llevar a cabo sus clases, además que la parte teórica es buena y la utiliza para guiar la preparación de presentaciones de power point, agrega: “es bastante útil para ir guiando, nose si favorece o desfavorece el proceso pero por lo menos para ir guiando el proceso sirve bastante, pero lo teórico que da el texto yo reconozco que es acertado y es bueno”. Sin embargo, por otro lado considera que los textos escolares tienden a matematizar todo y no aterrizar los contenidos.

También, comenta lo fundamental que resulta el uso de software educativos, a modo particular, el profesor utiliza graphmatica, puesto que permite a los estudiante reforzar el tema gráfico, especialmente en aquellos que no entienden mucho, añadiendo: “si lo ven en un programa más allá de la explicación que uno les dé, la explicación teórica, si lo ven en un software ya se convencen de que es así”

4.3.3.1 Análisis Epistémico

Con respecto a las situaciones problemas, el profesor expresa que faltan más situaciones problemas provenientes de la vida cotidiana y sumado a eso, las situaciones problemas que posee no son las más adecuadas de llevar a cabo en una clase, señala: “El texto escolar no tiene mucho aterrizaje en cuanto a situaciones problemas que sean susceptibles que ocurran en la realidad, tiene que ver con mucho análisis muy matemático y nada muy contextualizado, eso se hecha un poco de menos”

En relación a las diferentes formas de representación asociados al concepto de función el profesor considera que el texto moviliza elementos del registro tabular y gráfico, y si bien asume la importancia que le brinda en sus clases al registro gráfico por lo significativo que resulta para representar cualquier tipo de datos, también menciona que la forma la forma en

la cual el ministerio presenta el contenido no permite que los estudiantes adquieran un mayor sentido.

El profesor comenta que el contenido le parece más apropiado abordarlo en un segundo medio por el nivel de madurez que poseen los estudiantes, pues, se presenta en conjunto con sistemas de ecuaciones lineales, siendo este un contenido que les cuesta entender.

Además, menciona lo fundamental que resulta invitar a los estudiantes al análisis, favoreciendo procesos reflexivos y que desarrollen el pensamiento, en este sentido comenta que da énfasis a justificar conjeturas y procedimientos pero el texto escolar no promueve el desarrollo de estas habilidades.

Por último, menciona que las actividades presentes en el texto escolar para este contenido son basadas en el uso de fórmulas a lo cual menciona “es mas formulístico, alguna que otra conjetura, pero se echa de menos el tema a algo más concreto, algo que sea más susceptible de ocurrir en la vida cotidiana”. Sin embargo, a pesar de promover el uso de fórmulas el profesor rescata que el texto escolar favorece el manejo de operaciones, incorporando siempre fracciones, decimales, lo cual permite a los estudiantes tener dominio sobre conjuntos numéricos.

4.3.3.2 Análisis Ecológico

En relación a la forma en la cual el ministerio presenta este tema y dado el contexto actual pandemia, donde se debió priorizar algunos contenidos por sobre otros, menciona que este contenido no fue priorizado y atribuye una posible razón a la prueba de transición universitaria, al respecto, señala: “este contenido se pierde un poco porque el ministerio no lo priorizo, en este contexto pandémico entro a ser una especie de selección de contenidos, nose si precisamente apuntara a lo de la pdt”

Además, con respecto al vínculo con otros objetos matemáticos, el profesor lo asocia a matemáticas más avanzadas, dando como ejemplo, que la notación de $f(x)$ se profundiza en cálculo.

Sobre la utilidad socio laboral, y afirmando lo mencionado en el análisis epistémico, el profesor considera que el texto escolar no presenta a las funciones como una herramienta

útil posible de dar respuesta a situaciones provenientes de la vida cotidiana pues no incorpora problemas contextualizados, pues reduce el contenido a cálculos aritméticos.

En relación a la apertura hacia la innovación didáctica, en varias oportunidades el profesor deja en manifiesto lo importante que resulta apoyar sus clases con nuevas tecnologías, en su caso el uso de un graficador “graphmatica”, pero, también menciona que el texto escolar solo propone en una actividad el uso de un software pero no sugiere ninguno en particular, añade: “en una parte dice uso de un software, me imagino que se puede usar cualquiera , que es cuando hacen la variación de parámetros, no sugiere ninguno, yo creo que el texto ahí podría sugerir algún programa en este caso”

Por último, a modo de cierre, cuando se le pregunta al profesor por aquellos aspectos que destaca del texto escolar para la enseñanza de funciones y por sobre que mejoraría, comenta que el marco teórico le parece muy bueno, pero carece de situaciones contextualizadas, además complementa el enfoque que da al registro gráfico, menciona: “los ejemplos que aborda el texto se enfoca mucho en la representación gráfica, está todo bien pero falta complementar con cosas más susceptibles que ocurran en la realidad”

Tabla 4. 2. Resumen análisis epistémico.

IDONEIDAD	COMPONENTE/INDICADOR		CASO 1	CASO 2	CASO 3
IDONEIDAD EPISTEMICA	Componente	Situaciones Problemas	El texto escolar no plantea problemas contextualizados, enfocándose en ejercicios puramente matemáticos.	El texto escolar incorpora pero no lo suficiente, enfocándose en problemas puramente matemáticos.	El texto escolar incorpora pero no lo suficiente, enfocándose en problemas puramente matemáticos
	Indicador	En el texto escolar se presentan problemas contextualizados provenientes de la vida cotidiana o de otras ciencias para reforzar el aprendizaje sobre función			
	Componente	Lenguajes	El texto escolar se centra en el registro algebraico y en menor medida verbal, tabular y gráfico.	El texto escolar incorpora todos los registros de representación.	El texto escolar promueve el registro tabular y gráfico.
	Indicador	El texto escolar moviliza las representaciones vinculadas a la función (verbal, simbólica/algebraica, tabular, gráfica e icónica)			
	Componente	Definiciones, proposiciones, procedimientos, argumentos	El texto promueve en menor medida situaciones donde los estudiantes deban justificar sus conjeturas y procedimientos	El texto si incorpora situaciones donde los estudiantes deben justificar sus conjeturas y procedimientos.	El texto no promueve el desarrollo de habilidades que incorporen situaciones de justificación de conjeturas y procedimientos.
	Indicador	El texto promueve situaciones en que los estudiantes deben justificar sus conjeturas y procedimientos.			
	Componente	Errores, ambigüedades y creencias	El texto se centra en representaciones algebraicas utilizando estrategias mecánicas, algoritmos y uso de fórmulas.	El tema de función no es visto solo como fórmulas ni regularidades.	El texto aborda el contenido de función a partir de fórmulas y regularidades.
	Indicador	En el texto el trabajo con funciones no se limita al uso de representaciones algebraicas para evitar que se perciban solo como fórmulas y regularidades			

Tabla 4. 3. Resumen análisis ecológico.

IDONEIDAD	COMPONENTE/INDICADOR		CASO 1	CASO 2	CASO 3
IDONEIDAD ECOLÓGICA	Componente	Adaptación al currículo	La noción no es vista con la amplitud que requiere. No es un objetivo priorizado por el ministerio dado el actual contexto de pandemia covid-19.	La noción de función no está dada en la priorización curricular dejando en evidencia la poca importancia que se le otorga a este contenido.	La noción de función no está dada en la priorización curricular perdiendo importancia en el actual contexto de pandemia.
	Indicador	La noción de función se presenta como un principio básico y unificador de acuerdo con el currículo escolar secundario			
	Componente	Conexiones intra e interdisciplinarias	No existe una vinculación con otros objetos matemáticos.	Se favorece el vínculo con otros objetos matemáticos como por ejemplo sistemas de ecuaciones lineales.	El profesor considera que el vínculo de este contenido se produce con objetos matemáticos más avanzados dando el ejemplo del cálculo con la notación $f(x)$.
	Indicador	El texto vincula la noción de función con otros objetos matemáticos, tales como: regularidades, proporcionalidad, transformaciones isométricas, determinantes de matrices, límites, derivadas, etc.			
	Componente	Utilidad sociolaboral	El texto se presenta favoreciendo procesos mecánicos y rutinarios perdiendo la utilidad del contenido.	El texto, posee pocas situaciones provenientes de la vida cotidiana lo cual no permite establecer con claridad la utilidad del contenido.	El texto escolar no presenta al contenido de función como una herramienta útil posible de dar respuestas a problemas provenientes de la vida cotidiana.
	Indicador	El texto presenta las funciones como la herramienta más adecuada para dar respuesta a situaciones provenientes de la matemática misma, de otras ciencias o de la vida cotidiana			
	Componente	Apertura hacia la innovación didáctica	El texto no incorpora actividades que promueven el uso de algún software educativo.	El texto incorpora actividades que promueven el uso de nuevas tecnologías como por ejemplo geogebra.	El texto escolar propone solo en una actividad el uso de un software educativo, debería promoverlo en mayor medida.
	Indicador	El texto promueve el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) fundamentalmente como un apoyo para la comprensión de la noción de función y para manipular representaciones vinculadas a dicho objeto matemático.			

4.3 Consideraciones finales.

A continuación se presentan concordancias o discrepancias con relación a las valoraciones dadas por los profesores y los análisis realizados en la sección 4.1 y 4.2

4.3.1 En relación al caso 1 y el estudio llevado a cabo

Existen concordancias significativas con respecto a la valoración del texto escolar dada por el profesor del caso 1 y los análisis llevados a cabo.

Del análisis epistémico, por ejemplo, y a modo particular con respecto a las situaciones problemas, coinciden que el texto escolar no otorga énfasis a problemas contextualizados, sino que, por el contrario, se enfoca en problemas no contextualizados. Lo anterior contradice con lo declarado en el programa de estudios, pues señala que se utilizará la función lineal para representar fenómenos geográficos y cotidianos. La literatura en tanto, demuestra que la función vista como relación entre magnitudes variables debería estar vinculadas a fenómenos naturales en los cuales intervienen magnitudes físicas variables. (Urrea 2015). Dentro de las principales dificultades asociados al concepto de función de encuentran el poco uso de situaciones significativas (Castro, Díaz y Céspedes, 2011).

Otro punto importante de mencionar y en el cual existen concordancias, es con respecto a los diferentes registros de representación, pues tanto en el estudio del texto escolar como en la valoración dada por el profesor coinciden que se le otorga énfasis al registro simbólico, en menor medida estaría presente el registro tabular, verbal y gráfico. No existen situaciones asociadas al registro icónico. Duval en tanto, en la teoría de los registros de representación semiótica señala que se podrá tener acceso al objeto matemático a través de la producción de representaciones semióticas donde cada registro entrega aspectos parciales con respecto al objeto que representa, y, en la medida en la cual el estudiante logre vincular dos o más registros dará cuenta de su comprensión. (Duval 2002). Lo anterior da cuenta, que, a través de las actividades planteadas en el texto escolar, los estudiantes no podrían obtener acceso al objeto matemático, pues solo predomina el registro simbólico. Dicha situación, también es identificado por Castro, Díaz y Céspedes, (2011) al mencionar que los diferentes registros de representación son una de las principales dificultades de los estudiantes asociadas a este

objeto matemático, pues las actividades no benefician la comprensión del mismo, sino más bien se favorece procesos algorítmicos a través de la ejercitación de lo simbólico, cálculos rutinarios y mecánicos.

Con relación a aquellas situaciones en que los estudiantes deben justificar sus conjeturas y procedimientos, por un lado el profesor reconoce su importancia pero comenta que el texto escolar las incorpora en muy menor medida, centrándose en habilidades básicas netamente de conocimiento, el estudio y análisis del texto escolar en tanto, coincide con lo declarado por el profesor, pues no se evidencian situaciones que promuevan lo antes mencionado. Por otro lado, en el programa existen dos indicadores (de un total de 7) que estarían favoreciendo procesos donde los estudiantes deban justificar sus conjeturas y procedimientos. Según la taxonomía de Bloom, la cual se divide en 7 niveles cognoscitivos: conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación. Justificar se encuentra encasillada en evaluación, siendo esta de orden superior, donde el estudiante debe ser capaz de emitir juicios y además requiere de un nivel mental avanzado para evaluar en base a un criterio u opinión propia. Ahora bien, llevado a nuestro contexto, no se privilegia este tipo de situaciones, sino que, cuando se utiliza en el texto resolver, calcular se asocian a procesos cognitivos de orden inferior.

Un último componente en estudio, con relación al análisis epistémico corresponde a errores, ambigüedades y creencias, cuyo indicador fue: En el texto el trabajo con funciones no se limita al uso de representaciones algebraicas para evitar que se perciban solo como fórmulas y regularidades. En este sentido, se reitera lo planteado en el indicador situaciones problemas, pues tanto en la valoración dada por el profesor, así como también en los estudios realizados dejan en manifiesto que el texto escolar se centra en representaciones algebraicas privilegiando estrategias mecánicas, algoritmos y uso de fórmulas.

También se evidencian coincidencias en lo que respecta al análisis ecológico, y si bien no se encontraron hallazgos significativos en el texto escolar sobre la noción de función presentada como un principio básico y unificador, si existen evidencias que hacen ver lo contrario a través de la priorización curricular realizada donde, dado el escenario de la actual pandemia covid-19 se debió priorizar algunos contenidos por sobre otros, dejando aquellos contenidos

catalogados como imprescindibles, integradores y significativos, el objeto matemático en estudio no se encuentra presente en dicha priorización curricular.

En relación a las conexiones, intra e interdisciplinarias, el profesor declara que no existe vínculo con otros objetos matemáticos, el estudio del texto escolar en tanto, solo logra evidenciar que si bien existen situaciones que generan vínculo con otras asignaturas, solo son dos, sumado a eso, en dichas actividades sigue prevaleciendo el registro simbólico, a través de cálculos rutinarios y procesos algorítmicos. Aun cuando el programa de estudio propone las conexiones como uno de los factores claves para lograr aprendizajes profundos en los estudiantes señalando:

“Es esencial que se establezcan conexiones entre Matemática y otras asignaturas, para evitar que el aprendizaje sea fragmentado y lograr, en cambio, una interacción cruzada entre las diferentes áreas del conocimiento para alcanzar una comprensión profunda. Con las conexiones, los conocimientos toman sentido, relevancia y utilidad. Esto permite que los y las estudiantes tomen conciencia del contexto en el que se inserta el conocimiento y de su posible aplicabilidad...Recurrir a experiencias en situaciones concretas de la vida diaria y utilizar modelos matemáticos, científicos y sociales para comprenderlas y resolverlas, también facilita el aprendizaje.”(Mineduc,2016, p.46)

Con respecto a la utilidad sociolaboral también coinciden las valoraciones, el indicador propuesto para este componente es: “Se presentan las funciones como la herramienta más adecuada para dar respuesta a situaciones provenientes de la matemática misma, de otras ciencias o de la vida cotidiana”. Sin embargo, como ya se ha mencionado en lo que respecta a situaciones problemas, el texto no promueve la incorporación de problemas contextualizados, sino más bien, se basa en estrategias mecánicas y ejercicios rutinarios, por consecuencia no existe utilidad del objeto matemático. Aun cuando el programa declara utilizar el lenguaje funcional para resolver problemas y representar fenómenos cotidianos y científicos.

Por último, en el análisis ecológico se encuentra el componente de la apertura hacia la innovación didáctica donde la valoración dada por el profesor y el estudio realizado indica que no se promueve el uso de las tics en las actividades presentes en el texto escolar.

4.3.2 En relación al caso 2 y el estudio llevado a cabo

Al contrastar las valoraciones dadas por el profesor (caso 2) y el estudio llevado a cabo se encuentran concordancias pero también existen discrepancias considerables. En relación al análisis epistémico, y en particular las situaciones problemas el profesor señala “Solo utilizó el ejemplo introductorio pero luego no puso nada más, debería darle más situaciones problemas, relacionados con algo que los estudiantes puedan aplicar”. En esta misma línea, el estudio evidencia que el texto escolar se enfoca en problemas no contextualizados. Deulofeu, J. (2001), destaca varios motivos por los cuales es importante introducir situaciones contextualizadas y trabajar con variables entre los cuales destacan: 1) La importancia del proceso de modelización como un instrumento de análisis de la realidad, donde, a partir de una situación concreta, se pasa a un modelo matemático que permita dar respuesta a la situación inicial. 2) La necesidad que los estudiantes adquieran un modo de interpretar y criticar el mundo que los rodea, construir resultados y tener la capacidad de comunicarlos a través de los distintos lenguajes del campos de las funciones. 3) Aquello ligado al concepto mismo de función cuya génesis se enfoca en la relación de dependencia entre variables para dar respuesta a fenómenos naturales en los cuales intervienen magnitudes físicas variables.

Con relación a los diferentes registros de representación el profesor valora de forma positiva el texto escolar al mencionar que se incorporan todos los registros de representación, considerando que se trata de algo que facilita el aprendizaje en los estudiantes. Sin embargo, el estudio llevado a cabo logra identificar que el texto escolar solo propicia el registro simbólico. Artigue (1995) señala el gran predominio del registro algebraico a través de los hábitos de enseñanza tradicional impide a los estudiantes flexibilidad en el pasaje de un registro a otro. Duval (2002) en tanto, manifiesta que solo cuando el estudiante sea capaz de transitar entre dos o más registros darán cuenta de su comprensión.

Otro componente importante, son los procesos de justificar conjeturas, a lo cual el profesor en estudio considera que el texto escolar incorpora situaciones donde los estudiantes deben justificar sus conjeturas y procedimientos, al respecto señala “en mi caso yo siempre les pido desarrollo, sea alternativa o problema, para que los estudiantes justifiquen sus respuestas, porque muchas veces se saltan pasos y uno no logra identificar posibles errores, entonces es

súper importante la parte de desarrollo para que ellos demuestren, y el libro si tiene esa metodología”. El estudio en tanto evidencia que se promueven habilidades de orden inferior cuyos verbos asociados son: valorizar, determinar, representar, entre otros cuyas actividades propuestas no evidencian situaciones que promuevan en los estudiantes procesos de justificar conjeturas o procedimientos. Sino por el contrario, se basan en procesos memorísticos que no permitirán comprender significativamente el objeto matemático.

Un último componente en estudio del análisis epistémico, fue sobre errores al analizar si el texto escolar no se limita al uso de representaciones algebraicas para evitar que se perciban solo como fórmulas y regularidades. En este aspecto también existes discrepancias con respecto al profesor en estudio, pues considera que el objeto matemático tratado no es visto solo como fórmulas ni regularidades, el estudio en tanto, evidencia que el texto escolar se centra en representaciones algebraicas privilegiando estrategias mecánicas, algoritmos y uso de fórmulas, esto se sustenta de la mano con otros componentes que dan cuenta que el texto privilegia problemas no contextualizados donde se favorece mayormente solo el registro simbólico. En este mismo sentido Artigue (1998) da cuenta que la función será vista como una fórmula en la medida en la cual el estudio se centra en procesos algorítmicos, con una pobre y limitada significación.

Ahora bien, con respecto al análisis ecológico, un primer componente se relaciona con la adaptación al currículo, donde el profesor, al igual que el primer caso da cuenta que, al ser un contenido que no se encuentra presente en la priorización curricular evidencia la poca importancia que le otorga el ministerio, y si bien funciones, es un contenido presente todos los años en los textos escolares, dado el escenario de la actual pandemia, debió omitirse por lo menos para el nivel de primero medio según se indica en la priorización curricular.

En relación a las conexiones, el profesor considera que se promueve el vínculo con otros objetos matemáticos, el estudio en tanto no logra evidenciar ningún vínculo con otros objetos matemáticos de forma explícita.

El tercer componente es la utilidad sociolaboral, en la cual existen concordancias entre el estudio llevado a cabo y lo indicado por el profesor, considerando que el texto posee solo dos situaciones provenientes de la vida cotidiana por lo cual no se logra establecer la utilidad del contenido.

El último componente, corresponde a la apertura hacia la innovación didáctica. En este aspecto existen discrepancias, pues la profesora considera que el texto escolar incorpora actividades que promueven el uso de nuevas tecnologías, además comenta que poder utilizar dichos recursos depende de varios factores y entre ellos menciona que el establecimiento mismo cuente con los recursos tecnológicos necesarios y suficientes para realizar dichas actividades. El estudio llevado a cabo en tanto da cuenta que ninguna actividad o tarea propuesta promueve el uso de la tecnología. Sin embargo, el programa en las observaciones que realiza al docente sugiere utilizar algún software educativo para realizar gráficas.

4.3.3 En relación al caso 3 y el estudio llevado a cabo.

Mayormente existen concordancias al contrastar las valoraciones dadas por el profesor en estudio (caso 3) y el estudio del texto escolar para el objeto matemático de funciones. Por ejemplo, en lo que respecta al análisis epistémico y en particular a las situaciones problemas, el profesor comenta: “El texto escolar no tiene mucho aterrizaje en cuanto a situaciones problemas que sean susceptibles que ocurran en la realidad, tiene que ver con mucho análisis muy matemático y nada muy contextualizado, eso se hecha un poco de menos”. La misma situación fue posible evidenciar en el estudio llevado a cabo hacia el texto escolar.

También coinciden en relación al componente relativo a procedimientos, tanto el profesor como el estudio realizado constatan que el texto escolar no incorpora situaciones de justificación de conjeturas y procedimientos.

En cuanto a errores respecta, se corresponden las valoraciones dadas por el profesor y el estudio llevado a cabo, al considerar que el texto aborda el contenido de función a través de fórmulas y regularidades.

El único componente en el cual no existen concordancias entre las valoraciones dadas por el profesor y el estudio llevado a cabo es en relación a los lenguajes, pues el profesor manifiesta que el texto promueve el registro tabular y gráfico, el estudio en tanto da cuenta que el texto utiliza en mayor medida el registro simbólico. El problema para entender completamente el concepto de función es restringir el concepto a la manipulación algebraica lo cual produce una limitada forma de comprenderlo (Hitt, 1996)

Ahora bien, en cuanto al análisis ecológico y en particular sobre la adaptación al currículo, el profesor da cuenta al igual que los dos casos en estudio anteriores que la noción de función

según la priorización curricular no está presente, por lo cual pierde importancia dado el contexto actual.

Con respecto a las conexiones, considera que el vínculo se produce con objetos matemáticos más avanzados, como por ejemplo cálculo, a través de lo plasmado en el texto escolar no es posible evidenciar dichas conexiones.

Con respecto a la utilidad sociolaboral, tanto las valoraciones dadas por el profesor como el estudio llevado a cabo coinciden que el texto escolar no presenta al objeto matemático de función como una herramienta útil posible de dar respuestas a problemas provenientes de la vida cotidiana, sino por el contrario, presenta problemas no contextualizados basados en estrategias mecánicas y cálculos rutinarios que carecen de sentido y utilidad para los estudiantes.

Por último, en lo que respecta en la apertura hacia la innovación didáctica el profesor en estudio considera que debiese ser promovido en mayor medida, el estudio en tanto da cuenta que no existen actividades presentes en el texto escolar que promuevan el uso de la tecnología.

CONCLUSIÓN

La investigación logro conocer cómo valora el profesor el texto escolar de primer año medio para el objeto matemático de función, presente en la unidad “Nuestro Entorno” y específicamente en la lección 6 denominada “relaciones lineales de dos variables”. Particularmente, se realizaron las valoraciones asociadas a la idoneidad epistémica asociada a la complejidad matemática del objeto matemático función y la idoneidad ecológica relacionada con aspectos curriculares y contexto para el estudio de dicho objeto. Para lograrlo, se propusieron 3 objetivos específicos los cuales se detallan a continuación.

El primer objetivo específico era estudiar la idoneidad epistémica y la idoneidad ecológica del texto escolar de primer año medio para la enseñanza de funciones. Ambos estudios se llevaron a cabo con la ayuda de las herramientas teórico-metodológicas proporcionadas en el EOS. El análisis epistémico se realizó a través de los siguientes componentes: situaciones problemas, lenguajes, reglas, argumentos y relaciones. En este sentido, los hallazgos más significativos son: que el texto escolar incorpora en mayor medida problemas no contextualizados, restando énfasis a problemas contextualizados provenientes de la vida cotidiana u otras creencias, además, se favorece el registro simbólico, basándose en procesos algorítmicos y cálculos rutinarios, también, en cuanto a los procedimientos, los verbos en su mayoría están asociados a procesos mecánicos como por ejemplo: “determinar”, “valorizar”, “representar”.

En cuanto al análisis ecológico del texto escolar, el cual incorpora aspectos tales como el currículo y el contexto en el que se desarrolla el proceso de enseñanza de las funciones, sus componentes son la adaptación al currículo, conexiones intra e interdisciplinarias, utilidad sociolaboral y la apertura hacia la innovación didáctica. Dentro de los principales resultados se encuentran que dado el contexto de la actual pandemia COVID-19 el Ministerio de Educación publicó un documento “Priorización Curricular” el cual priorizaba en dos niveles unos contenidos por sobre otros, el objeto matemático tratado en la investigación no se encuentra inserto en ninguno de los dos niveles por lo cual, no es considerado como imprescindible aun cuando la gran utilidad de este objeto surge a través de procesos de modelación, resolución de problemas y la comprensión de las principales nociones del cálculo (Urrea, 2015). El texto escolar no promueve conexiones interdisciplinarias y extra

disciplinarios. Además, al enfocarse en situaciones no contextualizadas, basados en procesos algorítmicos y cálculos rutinarios el objeto matemático pierde utilidad. Por último, el texto escolar tampoco incorpora actividades que promuevan el uso de la tecnología en relación a la apertura hacia la innovación didáctica.

En lo que respecta al objetivo específico 2: “Describir las valoraciones de la idoneidad epistémica y la idoneidad ecológica del texto escolar para la enseñanza de funciones de primer año medio, desde el discurso del profesor”. Con base en los componentes e indicadores propuestos en el EOS y a modo particular para el objeto de función en el artículo: “Criterios para orientar el diseño y la reflexión de clases sobre funciones” se logró crear una entrevista semi-estructurada la cual permitió a los profesores valorar el texto escolar de primer año medio para el objeto matemático de función abordado desde “relaciones lineales de dos variables”. Se aplicó la entrevista a 3 profesores y se describieron las valoraciones dadas por ellos. A modo general, el primer profesor considera que el texto escolar dificulta el proceso de enseñanza aprendizaje para el objeto matemático tratado, señalando que se aborda: “de una forma más mecánica, porque está centrado en ejercicios de procesos mecánicos, no desarrolla habilidades superiores y lo ve totalmente lejano a su realidad, lo ve como algo muy matemático y se queda ahí”. El segundo profesor en estudio no sabe si considera que el texto escolar beneficie completamente el proceso enseñanza aprendizaje, pues agregaría más ejemplos de la vida cotidiana y modificaría el texto escolar en este sentido. Y por último, el tercer profesor no afirma que lo dificulta pero tampoco que lo favorece, a lo cual considera que el texto posee un buen contenido teórico pero le falta contextualización, situaciones cotidianas. Como es posible apreciar, estas valoraciones coinciden en la falta de situaciones contextualizadas del texto escolar hacia el objeto matemático de función. Ahora bien, cada uno de los tres casos en estudio, valoro y reflexiono sobre aspectos epistémicos y ecológicos, con sus respectivos componentes e indicadores. Dichas valoraciones se pueden ver resumidas en las tablas 4.2 y 4.3.

Por último, el tercer objetivo específico era: “Contrastar las valoraciones entregadas por los profesores con el estudio sobre la idoneidad epistémica y la idoneidad ecológica presente en texto escolar de primer año medio para la enseñanza de funciones” Para lo cual se logró contrastar las valoraciones dadas por los profesores analizando concordancias o

discrepancias en sus respuestas con respecto al estudio llevado a cabo en el objetivo específico 1. A modo general, para el caso en estudio número 1 solo existen concordancias entre lo declarado por el profesor y los hallazgos realizados en el estudio. Para el caso número 2 en tanto, las valoraciones dadas por el profesor coinciden con el estudio epistémico en lo que respecta a las situaciones problemas al mencionar que el texto escolar se enfoca en problemas puramente matemáticos, y en relación al análisis ecológico coinciden en el componente adaptación al currículo, al considerar que, al no incluir en objeto matemático en la priorización curricular pierde importancia, también coinciden en la utilidad sociolaboral, al considerar que el texto escolar posee pocas situaciones provenientes de la vida cotidiana lo cual no permite establecer la utilidad del contenido. Por otro lado, las discrepancias surgen en el análisis epistémico en: Lenguajes, procedimientos y por último, errores. Y, en el análisis ecológico en las conexiones y las apertura hacia la innovación didáctica.

En relación al tercer y último caso en estudio, coinciden mayormente las valoraciones dadas por el profesor y el estudio llevado a cabo, del análisis epistémico por ejemplo, solo discrepan en cuanto a los lenguajes, pues el profesor manifiesta que se promueve el registro tabular y gráfico, el estudio en cambio evidencia que el texto escolar de primer año medio privilegia el registro simbólico, dando énfasis a procesos algorítmicos y cálculos rutinarios. En cuanto al análisis ecológico, las valoraciones dadas por el profesor se corresponden con el estudio llevado a cabo en lo que respecta a los siguientes componentes: Adaptación al currículo, utilidad sociolaboral y apertura hacia la innovación didáctica.

Para finalizar este apartado de conclusiones, podemos decir que el aporte de la investigación radica en haber favorecido procesos reflexivos y críticos, necesarios por parte del profesor hacia un recurso tan controversial como es el texto escolar, y específicamente para el objeto matemático de funciones, cuya importancia de abordarlo de manera propicia es principalmente la utilidad de este contenido en procesos de modelamiento, a través de situaciones de la vida cotidiana. En cuanto se puedan favorecer dichos procesos se logra tomar conciencia sobre aquellos beneficios o dificultades que presenta el texto escolar para el objeto de funciones, en pro de mejorar nuestras prácticas pedagógicas al momento de utilizar dicho recurso. Además, la investigación logra dejar en evidencia aspectos del texto escolar que resultan no ser los más idóneos para llevar a cabo nuestras clases en relación al objeto matemático abordado.

Respecto a las limitaciones de la investigación, surge que dado el contexto de la actual pandemia covid-19, las entrevistas se debieron realizar vía online, restringiendo la riqueza que una entrevista en vivo puede conllevar. Por otro lado, se encuentra la muestra tan mínima de profesores, sin embargo dado el carácter de la investigación, donde la experiencia y riqueza que cada profesor aportaba fue relevante para fines investigativos.

Por último, esta investigación presenta líneas de continuidad enfocadas en ampliar el estudio a textos escolares de otros niveles escolares donde se aborde el objeto matemático de función, así como también, investigaciones orientadas en proponer cambios al texto escolar incluyendo las actividades idóneas para la enseñanza de funciones.

Bibliografía

- Angulo, J., & Nieves, B. (1994). *Teoría y desarrollo del curriculum*. Malaga: Aljibe.
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: Problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 97 - 140). México: Grupo Editorial Iberoamericano.
- Artigue, M. (1998). Teaching and Learning Elementary Analysis. In C. Alsina, J. M. Álvarez, B.R. Hodgson, C. Laborde, A. Pérez (Eds.), ICME 8 (1996) *Selected Lectures* (pp. 15 - 29). Sevilla: S.A.E.M. THALES
- Braga, G., & Belver, J. (2014). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación* , 199-218.
- Boyer, C. (1986). *Historia de las matemáticas*. Madrid: Alianza Universidad.
- Castro Cortez, C., Díaz Camacho, L., & Cespedez Guevara, Y. (2011). Análisis del concepto función, para la construcción de una. *trabajo presentado en XIII Conferencia Interamericana de educación matemática*. (pág. 12). Recife, Brasil: CIAEM.
- Castro, S., Castro, F., Luis, M., de la Luz, M., Rivera, Eduardo, & Leiva, B. (2019). *Estudio de mercado sobre textos escolares*. Santiago: Fiscalía Nacional de Economía.
- Cooney, T. J. (1985). A beginning teacher's view of problem solving. *Journal of Research in Mathematics Education*, 16(5), 324-336
- Deulofeu, J. (2001). Las funciones en la educación secundaria: ¿para qué?, ¿cómo? aportaciones de la investigación. *X Jornadas para la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas, X JAEM, Zaragoza. Ponencia P41*, 367-377. Disponible en: http://www.quadernsdigitals.net/datos/hemeroteca/r_40/nr_458/a_6226/6226.pdf
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: registro semiótico y aprendizajes intelectuales*. Cali, Colombia: Universidad del valle.

- Duval, R. (2002). Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking basic issues for learning. In F. Hitt (Ed.), *Representations and Mathematics visualization* (pp. 311-335). North American Chapter of PME: Cinveztav-IPN.
- Fresno Ramírez, C., Torres Jeldes, C., & Ávila Hidalgo, J. (2020). *Matemática, texto del estudiante 1° Medio*. Chile: Santillana.
- Font, V. & Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8 (1), 67-98.
- García Mateos, A., & Caballero García, P. A. (2005). *La tecnología digital en el aula: un instrumento al servicio de los procesos de enseñanza-aprendizaje*. Madrid: Universidad Camilo José Cela.
- Jimeno, J. (Junio de 2010). *¿Qué significa el currículum?* Obtenido de Scielo: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-109X2010000100009&lng=es&tlng=es.
- Godino, J. D. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*. Recife, Brasil.: (CIAEM-IACME).
- Godino, J., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 325-355.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. In A. Sierpiska, J. Kilpatrick (Ed.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer, A. P.
- Godino J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para Maestros*. Granada: Universidad de Granada.

- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127-135
- Godino, J. D., Wilhelmi, M. R. and Bencomo, D. (2005). Suitability criteria of a mathematical instruction process. A teaching experience of the function notion. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 4.2, 1–26.
- Gómez, Pedro (2005). *Complejidad de las matemáticas escolares y diseño de actividades de enseñanza y aprendizaje con tecnología*. Revista EMA, 10(2 y 3), pp. 354-374 .
- Hitt, F. (1996). Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos. *Investigaciones en Matemática Educativa*, 245-264.
- Janvier, C. (Ed.) (1987). *Problems of representation in the teaching and learning of Mathematics*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum A.P.
- Kieran, C., & Eugenio, F. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicologica. . *Enseñanza de las ciencias*, 229-240.
- Martínez, J. (1998). Materiales curriculares y cambio educativo. Siete cuestiones abiertas y una propuesta de urgencia. En J. Martínez, *Trabajar en la Escuela. Profesorado y Reformas en el umbral del Siglo XXI*. Buenos Aires: Miño y Dávila .
- Martínez, J. (2008). Los libros de textos como practica discursiva. *Revista de la Asociacion de sociología de la Educación*, 62-73.
- Mineduc (2016). *Programa de Estudios Primero Medio*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- Mineduc (2009). *Objetivos Fundamentales y contenidos minimos obligatorios de la educacion basica y media*. Santiago: Ministerio de Educación.
- Mineduc (2020). *Priorización curricular*. Santiago de Chile: Unidad de currículum y evaluación.

- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and Standards of School Mathematics. National Council of Teacher of Mathematics. Reston. VA.
- Parra-Urrea, Y. E. (2015). Significados pretendidos por el currículo de matemáticas chileno sobre la noción de función. (*Tesis de Magister*). Universidad de los Lagos, Chile.
- Pino-Fan, L. R., & Parra-Urrea, Y. E. (2021). Criterios para orientar el diseño y la reflexión de clase sobre funciones. ¿Qué nos dice la literatura científica? *Uno*, 45-54.
- Pino-Fan, L., Castro, W., & Godino, J. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en un curso de bachillerato. *Paradigma*, 123-150.
- Ruiz, L. (1998). La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico. *Tesis Doctoral publicada*. Universidad de Jaén, España.

Anexo

A. [1]

Entrevista Caso 1

ENTREVISTA

Sobre el texto escolar de primer año medio para la enseñanza de funciones, entregado de forma gratuita por el Ministerio de Educación.

La siguiente entrevista tiene la finalidad de recabar información importante sobre su experiencia siendo usuario del texto de primer año medio para la enseñanza de funciones, favoreciendo procesos reflexivos y críticos. Y, para contribuir con el desarrollo de los procesos enseñanza-aprendizaje para la enseñanza de funciones.

Preguntas Generales:

1) ¿Cuál es/son sus principales materiales de apoyo pedagógico para preparar y llevar a cabo su clase?

Principalmente los textos escolares, contemplando el texto del estudiante el cuaderno de actividades y las guías docentes, y además siempre utilizo los textos de los años anteriores, siempre los voy guardando porque van cambiando a veces las editoriales entonces igual los contenidos, entonces hay una mayor variedad de ejercicios, ejemplos, etc. También ocupo hartos textos de la misma disciplina, hartos textos de matemática que voy adquiriendo en el tiempo, libros de ptu trato de incluir una parte siempre, internet, ocupo también bueno hartos software , procesadores de textos, para hacer presentaciones, software educativos, y con la pandemia ha tenido que aumentar el uso de software como por ejemplo kahoot, geogebra y formularios, y bueno siempre están presentes los equipos tecnológicos dentro de mis clases , el mismo computador, tableta digital , proyector, etc.

¿Cómo ha cambiado la forma de usar este material en contexto de pandemia?

Nosotros el primer semestre del año pasado fue todo asincrónico, enviábamos material solo por la plataforma classrom y ahí nos devolvían las actividades, tareas, pero era totalmente independiente el trabajo de los estudiantes, además enviábamos capsulas y cosas así. El segundo semestre ya empezamos con clases online, empezamos con una , después dos, y ahí hubo que digitalizar todo, y este año estamos con el sistema hibrido, donde tenemos una cantidad de estudiantes en sala y otra cantidad de estudiantes mirando al mismo tiempo la clase que hacemos, entonces mi clase ya se volvió todo al computador, utilizo las pizarras del computador, con la misma tableta ya escribo todo ahí digitalmente, entonces también ha sido una pega súper grande, el tener que elaborar los documentos para cada clase, los materiales. Se separaron por grupos, una semana va un grupo presencial y el otro virtual y a la siguiente alterna.

2) ¿Qué elementos o característica tienen los materiales de apoyo pedagógico que escoge para sus clases?

Primero que sean confiables, obviamente utilizar textos matemáticos y ahora también utilizo harto recurso de internet, pero trato que sean siempre confiables y acorde a los objetivos de aprendizaje que uno quiere enseñar y que ojala estén actualizados, siempre se van actualizando, tenemos los planes y programas del 2016, pero por ejemplo la prueba de transición que siempre va teniendo cambios, asique tratar de ir buscando las últimas ediciones de repente de los libros para ir sacando los ejercicios y preguntas de ahí, también trato de buscar siempre recursos que sean claros al momento de dar una instrucción o preguntar algo y que también la dificultad este acorde al nivel, por ejemplo ahora en pandemia es difícil colocar una pregunta que tenga la misma exigencia que una prueba de hace tres años atrás donde era distinto el nivel, y ojala siempre sea amigable para el estudiantes, el formato en que se plantea la actividad que se entienda bien , con claridad, etc.

3) ¿Cómo usa el texto escolar? Hacer una descripción

Siempre lo utilizo como base, para la elaboración de mis clases siempre es la base los textos escolares, es mi primera opción al momento de necesitar una definición, ejemplos o actividades, ahora, si considero que no es adecuado lo que se presenta ahí, voy a mi segunda o tercera opciones. También los utilizo bastante cuando hago una evaluación diagnostica o de proceso, a veces los textos traen una evaluación diagnostica y también las considero.

También creo que tienen una relevancia importante cuando se le dan actividades a los estudiantes y al existir un solucionario permite que los estudiantes tengan un poco más de autonomía e ir avanzando a su ritmo así que también por ese lado lo utilizo, sobre todo el cuaderno de actividades que trae para practicar.

Preguntas Específicas contenido de función:

4) ¿Cuál es la importancia que usted le otorga al contenido de función?

A mi me parece que es un concepto fundamental, primero es transversal a todas las áreas de la matemática, se pueden incluir en todo y además sirve para que el estudiante comprenda como se van relacionando distintos elementos de la misma matemática y además tienen una relevancia importante porque están vinculados con la resolución de problemas, problemas cotidianos de otras asignaturas se pueden sustentar o comprender por medio del concepto de función y desde ahí se pueden ir desglosando, también le ayuda para el razonamiento lógico matemático. Por ejemplo, los que van a tomar después electivos de matemáticos, por ejemplo, el mismo que yo hago, límites, derivadas e integrales, es necesario el concepto de función previamente. Dentro del electivo existe una unidad de funciones que es la primera, pero es tanto lo que abarca las funciones que tiene que madurarse desde antes el concepto.

5) ¿Qué importancia considera usted que el Ministerio de Educación propone de acuerdo a los planes y programas vigentes de Primer año medio para la enseñanza de funciones?

Me parece que lo considera, considera el concepto pero no con la amplitud que debería porque existe varias características del concepto de función que para el contenido que se debe pasar en primero medio vinculado con el objetivo se deberían conocer y si tu revisas el nivel anterior no se enseñan ahí, ahora mismo en este concepto de relación de dos variables necesitas mucha geometría analítica, ecuación de la recta y no lo ves previamente y tampoco lo plantea en una primera instancia el texto de primero medio con respecto al concepto de función entonces me parece que existe el contenido, está presente pero no se plantea con todo lo que se debería considerar. Además, no es un contenido priorizado por el ministerio, uno no entiende a veces como se decide esa priorización.

6) Según su opinión, ¿Qué elementos o características deben tener las situaciones problemas ideales en la enseñanza de funciones? ¿Cree usted que el texto escolar posee esos elementos y/o características en las situaciones problemas planteados?

Para mí este contenido puede enseñarse perfectamente con la vinculación a situaciones cotidianas o a otras asignaturas, es un concepto llevable totalmente a la realidad y contexto del estudiante, que conoce y que vive, el estudiante chileno porque es llevable totalmente el concepto de función a muchas cosas y el libro no lo plantea así, tiene principalmente problemas que son puramente matemáticos, y es muy poco lo que lleva a problemas reales que conozcan, así que existe una gran lejanía cuando es un concepto que podría trabajarse totalmente desde otra perspectiva.

7) ¿Considera usted el texto escolar como un recurso que beneficia o dificulta el proceso enseñanza aprendizaje para el contenido de funciones? ¿Porque?

Específicamente en primero medio, yo creo que dificulta, porque tal vez el estudiante puede entender como lo están planteando en el texto, pero siento que lo entiende de una forma más mecánica, porque está centrado en ejercicios de procesos mecánicos, no desarrolla habilidades superiores y lo ve totalmente lejano a su realidad, lo ve como algo muy matemático y se queda ahí, los mismo ejemplos que en el texto aparecen que los estuve revisando, son ejemplos muy específicos y de la asignatura en concreto y hasta cuesta entenderlos con claridad, yo tuve que leerlo uno como dos veces y después una tercera para entenderlo bien, entonces es como bastante lejano a la realidad que podría conocer el estudiante, no sé si apunta a la maduración del concepto y a entenderlo como tal.

8) ¿Considera usted que el texto incorpora problemas contextualizados provenientes de la vida cotidiana para abordar el contenido de función? Si la respuesta es sí: ¿Qué tan pertinentes le parecen según su contexto escolar?

Bueno lo mismo que te decía, creo que incorpora pero no ejemplos tan pertinentes pues son alejados del contexto estudiantil, si lo vemos en estudiantes de un país determinado, son muy

específicos de ciertas asignaturas, se presenta un ejemplo que tan bien es matemático geométrico cuando podría llevarse a algo del interés del estudiante, algo más cercano a él, y eso hace que el contenido sea mucho más difícil de entenderlo y tampoco se desarrolla con mayor profundidad, se queda ahí solo entender el ejemplo lo aplicamos y de forma muy rutinaria repetir ejercicios.

9) ¿Qué importancia le otorga el texto escolar a los diversos registros de representación (verbal, algebraico, tabular y gráfico) en la enseñanza de funciones?

Bueno utiliza principalmente el registro de representación algebraico, creo que es el que prima, colocar funciones o relaciones y empezar a trabajarlas en base a ellas y después en menor cantidad, lo que es verbal como problema escrito en lenguaje natural, utilización de tablas o gráficos, se centra principalmente solo en la parte algebraica.

10) ¿El texto escolar incorpora situaciones donde los estudiantes deben justificar sus conjeturas y procedimientos? ¿Cuál es la importancia que usted le brinda a estos procedimientos?

Me parece que muy poco, muy pocas actividades donde los estudiantes deban conjeturar algo o justificar algún paso, me parece que se centra en habilidades más básicas como de conocimiento, comprensión y un poco de aplicación, pero no desarrolla un poco más allá, se queda en lo más concreto.

Reconozco que son muy importantes, siempre debemos apuntar a que exista un desarrollo más acabado, más avanzado dentro de un concepto, una definición o una característica de un concepto, la idea es que no se queden solamente con la primera parte, que es conocerlo, o comprenderlo, la idea es que puedan trabajarlo mucho más para que logren un aprendizaje significativo.

11) ¿Considera usted que los enunciados y procedimientos presentes en el texto escolar para la enseñanza de funciones son adecuados para el nivel educativo hacia el cual están dirigidos?

Son claros, se entienden las instrucciones, pero puede que el lenguaje que utilizan sea muy matemático o muy específico, y este un tanto alejado del lenguaje natural para que los estudiantes lo entiendan de mejor manera, aparecen algunos conceptos que no se definen ahí mismo, que podría de repente colocar un recuadro con recordatorio, pues eso no aparece, a veces utiliza conceptos en las mismas instrucciones que no están definidos y se da por hecho que los estudiantes lo conocen y no muchas veces es así.

12) ¿Qué errores detecta en el texto escolar para la enseñanza de funciones?

Lo mismo que hablábamos delante, me parece que se centra en la parte de la representación que hay bastantes estrategias mecánicas, por ejemplo, está ahí la relación que existe entre dos variables y te hacen buscar por ahí la pendiente, es como todo muy mecánico, mucho algoritmo y uso de fórmulas.

13) ¿Las actividades incorporadas en el texto escolar de primer año medio para la enseñanza de funciones favorecen el vínculo con otros objetos matemático?}

No, creo que no mucho, no existe una vinculación con otros objetos matemáticos, me parece que no existe mencionado una relación que se pudiese hacer con otro objeto matemático, está todo muy centralizado y enfocado solo en lo que se quiere que se aprenda.

14) ¿En el texto escolar se incorporan actividades que promueven el uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) para la enseñanza de funciones? En caso de haberlas, ¿Cuál es su percepción respecto a estas actividades?

Me parece que no utiliza ninguna actividad en donde utilice algún software o alguna aplicación pudiendo trabajar con muchos software educativos para la representación gráfica, principalmente la representación gráfica, como por ejemplo geogebra, no aparece nada, me parece que en otros contenidos ha colocado hartas actividades donde utilizan geogebra, y acá creo que podría haber sido muy adecuado que lo hagan y no hay nada.

Con respecto a mi percepción frente a este tipo de actividades, me parece que es lo que se debe hacer actualmente, hoy día las nuevas generaciones están insertar en un mundo tecnológico, entonces, tenemos un gran problema con el concepto de escuela, porque los estudiantes con las nuevas generaciones avanzan y avanzan y nosotros como profesores nos estamos quedando atrás, ahora bien, la misma pandemia nos dio como un aventón hacia esto, pero aún falta que la institucionalidad se actualice o adecue, uno pensaba que el uso de la calculadora uno , nose , no deberían ocuparlo los estudiantes actualmente, ojala lo menos posibles para que aprender a desarrollarlos por sí solos, pero nose si tiene mucho sentido de prohibir tanto si hoy día en todo momento tienen una calculadora al lado, si tienen todo en el teléfono, entonces, entre demorarse 3 minutos haciendo un ejercicios versus 15 segundos, claramente el estudiante preferirá el uso de la calculadora y tiene toda la razón también si lo necesitas para un uso práctico y la tecnología te lo da al instante tenemos que tratar de ver como lo integramos y como vamos haciendo compatibilizar la inserción de la tecnología con el aprendizaje que puedan ir teniendo los estudiantes.

15) Para finalizar, según su experiencia, ¿Qué elementos destaca del texto escolar para la enseñanza de funciones? ¿Qué mejoraría? Comente.

Si hay algo que destacar es la rigurosidad matemática con lo que se plantea la parte matemática, me parece que también hay una cantidad adecuada de ejercicios por las actividades que se presenten y que las instrucciones también son claras. Ahora bien, ¿Qué mejoraría? La estructura general como se plantea este contenido, pues es muy matemático, muy difícil de entender y muy difícil de llevarlo a un contexto más amplio, borraría los ejemplos, colocaría problemas más reales, más cercanos, que puedan vincularse hasta con el contexto del estudiantes y que por supuesto que incorpore herramientas educativas más didácticas, también el uso de la tecnología para las actividades que deben desarrollar los estudiantes.

A [2]

Entrevista Caso 2

Sobre el texto escolar de primer año medio para la enseñanza de funciones, entregado de forma gratuita por el Ministerio de Educación.

La siguiente entrevista tiene la finalidad de recabar información importante sobre su experiencia siendo usuario del texto de primer año medio para la enseñanza de funciones, favoreciendo procesos reflexivos y críticos. Y, para contribuir con el desarrollo de los procesos enseñanza-aprendizaje para la enseñanza de funciones.

Preguntas Generales:

- 1) ¿Cuál es/son sus principales materiales de apoyo pedagógico para preparar y llevar a cabo su clase?**

Emmm... bueno el libro, el libro del alumno, como el cuadernillo de actividades también, la guía docente y materiales extras como los libros Santillana, los libros de PSU del Santillana, de todo un poco para poder armar la clase, pero generalmente trato de guiarme por los libros del ministerio, ahora uno le agrega otras cosas, pero generalmente por esos.

- 2) ¿Qué elementos o característica tienen los materiales de apoyo pedagógico que escoge para sus clases?**

Haber, por lo general el material que hago ahora es como muchas imagen que lo veo apoyado desde el libro en realidad, saco ejemplos del libro también y los modifico, pero generalmente es como materia, ejercicio, o lo que le llaman el modelaje, la practica guiada o la practica independiente, tienen como esas características además de toda la información que quiero entregarle a los chicos, más que la que uno le pueda entregar en la sala de clase, ya que no es como antes, que uno podía ocupar más la pizarra, hoy en día tiene que ir todo más plasmado en la hoja más que en lo que podamos entregarle como conocimiento como lo hacíamos antes, más de viva voz por decirlo de alguna manera, ahora, lo divido como en la materia, el modelaje, la practica guiada y la practica independiente.

Considerando también que me encuentro en la modalidad híbrida, el material que yo proyecto en un ppt es el mismo que tengo que entregar en la sala y es el mismo que tengo que subir al classroom o a la plataforma que estamos ocupando

3) ¿Cómo usa el texto escolar? Hacer una descripción

El texto escolar, ambos lo trabajo en clases, el texto y el libro de actividades o cuadernillo que le digo yo, generalmente lo trabajo con ellos en clases y vamos avanzando y revisando los ejercicios que están ahí, lo que no ocupo del texto a lo mejor podría ser como el solucionario, porque obviamente lo vamos revisando en conjunto, pero por ejemplo son las actividades del texto escolar primero y luego las actividades del cuadernillo que generalmente es como trabajo más complementario para la casa. Ahora lo trabajo en las dos modalidades porque en la online también subí el documento, entonces ellos también tienen el libro en digital y en físico, así que se trabaja como primero el libro de clase o el texto, perdón y luego el cuadernillo y tratamos de hacer todas las actividades dentro de lo que se puede, por ejemplo, lo que no se alcanza a hacer lo envié como tarea para la casa y luego lo reviso y así, ahora si uno genera guías es solamente material que depende en realidad de la cantidad de ejercicios que tenga el libro, depende como nosotros lo pasemos porque obviamente tiene que tener como una distribución de acuerdo a lo que a como lo explique por decirle alguna manera, pero es paralelamente ambos libro de texto y cuaderno de actividades, generalmente primero el libro, porque son menos ejercicios y luego más para refuerzo el libro de actividades.

Preguntas Específicas contenido de función:

4) ¿Cuál es la importancia que usted le otorga al contenido de función?

El contenido de función es como lo empezamos a ver en cursos más chicos, porque yo hago clases desde octavo hacia arriba, en octavo ya vemos algunos tipos de funciones y en realidad si uno lo relaciona como decimos siempre con la vida cotidiana para que le dé la importancia, aunque a veces en matemáticas es difícil, poder enfocarlo en eso, pero, de cierto modo lo considero un contenido importante, obviamente si es parte de primero medio porque desde ahí hacia arriba el nivel en funciones va subiendo y también es un contenido que lo puedes

relacionar bastante con situaciones cotidianas, si uno lo compara con logaritmo, o cosas, así que nos cuesta más relacionarlo alomejor uno diría ya no es tan importante, pero funciones sí, porque de cierto modo en algún momento los chicos aunque no lo quieran la van a utilizar o inconscientemente uno igual la utiliza, alomejor , nose, en los ahorros, en una cosa así igual la utilizaremos. Entonces, por ese lado, es bastante importante y que ellos lo entiendan bien.

5) ¿Qué importancia considera usted que el Ministerio de Educación propone de acuerdo a los planes y programas vigentes de Primer año medio para la enseñanza de funciones?

Considero que lo dejaron un poco de lado la verdad, porque si tu vez, se presta énfasis a sistema de ecuaciones, pero funciones como relaciones entre magnitudes por lo menos en el nivel uno no está, y debiéramos darle la importancia, de hecho, en el nivel dos de la priorización curricular tampoco está. No le están dando la importancia, uno ve funciones porque debe ver sistema de ecuaciones, pero no está priorizado como objetivo, por ahí yo considero que no se le está dando la importancia, porque se quedan solamente con lo que saben de octavo básico.

6) Según su opinión, ¿Qué elementos o características deben tener las situaciones problemas ideales en la enseñanza de funciones? ¿Cree usted que el texto escolar posee esos elementos y/o características en las situaciones problemas planteadas?

Las situaciones como ideal igual es difícil porque todos los colegios o todos los niños poseen distintos contextos, entonces, lo que uno hace generalmente es crear situaciones de acuerdo a ese contexto donde se encuentre, ahora, el libro abarca bastante, tiene bastante ejemplo y nos permite como relacionarlos, ahora, nosotros también podemos adaptarlos, generalmente uno los adapta a la situación, porque a veces, me pasa que el problema habla nose, te doy un ejemplo, el internet y los gastos y los chicos a veces no sabían que era o no lo podían relacionar con algo que ellos saben, entonces, por ahí falta como un poquito más aterrizar a lo mejor que sea como más paulatino , que parta con ejemplos más clásicos que abarquen a

la mayoría de la población y después ir subiendo como de contexto o de características, entonces, por ahí que tenga esas dos partes.

Podría mejorar, las situaciones podrían ser más adaptables, que cada profesor las pueda modificar de acuerdo al contexto en el que estamos inmersos, porque obviamente no les pediremos que hagan un libro para cada región pero sí que se pueda adaptar. Hay que tratar de aterrizarlo un poquito más de acuerdo al contexto.

7) ¿Considera usted el texto escolar como un recurso que beneficia o dificulta el proceso enseñanza aprendizaje para el contenido de funciones? ¿Porque?

Osea es que el recurso que entrega mira me gusta porque parte siempre con un ejemplo, va con la practica guiada, lleva el modelaje de la situación para que los chicos puedan entender de algún modo esta explicación, ahora, que características serían más beneficiosas en ese sentido, me pasa que es un libro de matemáticas, pero si el niño en el contexto en el que estamos no se conecta a clases y revisa el libro probablemente no va a entender mucho, porque en algunos casos esta como detallado, nose, buscar por ejemplo dos valores que cumplan con la relaciones lineal, pero en otros casos no, como que desarrolla todo el ejercicio pero no se enfoca como en esos detalles que son más pequeñitos que en el contexto en el que estamos viviendo a los chicos si les serviría porque nosotros hablamos de las relaciones lineales con dos variables pero para ellos que es eso? Para nosotros obviamente es sencillo, buscar dos valores que cumplan con la relación, a veces el ejemplo sale detallado pero en otros no hay ese detalle ese desglose, ahí les facilita pero les cuesta más entenderlo. Si ellos no tienen al profesor no podrían entender, y también tenemos que pensar en aquellos niños que dado el contexto actual no nos tienen y eso les va a dificultar poder aprender. Sobre todo esta material que es la base para sistema de ecuaciones lineales.

8) ¿Considera usted que el texto incorpora problemas contextualizados provenientes de la vida cotidiana para abordar el contenido de función? Si la respuesta es sí: ¿Qué tan pertinentes le parecen según su contexto escolar?

Trae ejemplos que son pertinentes a la edad, al nivel , son no tan difíciles, como sencillos para comenzar, igual se puede adaptar a la situación en la que estamos, si reviso el libro

hablamos de atacama entonces es un contexto en el que ellos al tener imagen y todo eso, imaginarse como es, pensando en que ellos no conocen a lo mejor ni siquiera el lugar, asique si se puede adaptar , y sigue esta trayectoria que siempre explica y va detallado, sino va en el contexto en el que estoy, si se puede adaptar asique no habría mayor dificultad ahí.

9) ¿Qué importancia le otorga el texto escolar a los diversos registros de representación (verbal, algebraico, tabular y gráfico) en la enseñanza de funciones?

Si no me equivoco, tienen todo, verbaliza a través de los ejemplos, también está la parte algebraica, tabular y lo grafico igual, representa todo y eso obviamente facilita que los chicos vallan entendiendo, ahora, si le agregaría lo que decía recién , que sea en la parte del modelaje que vaya explicando o verbalice lo que se hizo, por ejemplo, cuando el texto asume el paso de remplazar valores debería dejarle explicado detalladamente el procedimiento que se hizo y no asumir que el estudiante lo va a saber. Uno asume que el estudiante debiera saberlo, pero es obvio que no todos los estudiantes tienen el mismo nivel, asique no todos sabrán lo que se hizo, el libro debería ser pensado partiendo con ejemplos para niños que están recién adquiriendo este contenido. Hay estudiantes que aprenden enseguida y otros que les cuesta más por lo tanto debería estar pensado desde la totalidad del estudiantado, ambos grupos. Se supone que el libro es el elemento que le ayuda, entonces, con el libro debiese bastar en el sentido que un estudiante no tenga la necesidad de buscar en internet o en otros libros, porque escolar debiera ser el que aclare, pero la realidad no es así. De hecho, ni nosotros como docentes debiéramos ocupar material extra para preparar nuestras clases, entonces el libro tiene mucho que mejorar aún.

10) ¿El texto escolar incorpora situaciones donde los estudiantes deben justificar sus conjeturas y procedimientos? ¿Cuál es la importancia que usted le brinda a estos procedimientos?

El libro siempre trae partes donde los estudiantes deben justificar, por ejemplo, yo lo separo en alternativas y parte de desarrollo, generalmente tú las alternativas no las tienes que

justificar mucho, pero la parte del desarrollo obviamente debe ir, les ayuda un montón a los chicos creo yo, porque ellos demuestran lo que están haciendo y demuestran que saben también, obviamente generar este desarrollo o esta demostración les permite asegurar su conocimiento, entonces, mira en mi caso yo siempre les pido desarrollo, sea alternativa o problema, para que los estudiantes justifiquen sus respuestas, porque muchas veces se saltan pasos y uno no logra identificar posibles errores, entonces es súper importante la parte de desarrollo para que ellos demuestren, y el libro si tiene esa metodología.

11) ¿Considera usted que los enunciados y procedimientos presentes en el texto escolar para la enseñanza de funciones son adecuados para el nivel educativo hacia el cual están dirigidos?

En el ámbito del texto o del vocabulario que ocupan es lo que los chicos debieran estar, en matemáticas hasta la simbología está incluida, eso permite que ellos vayan avanzando y comprendiendo mejor, incluso yo lo modificaría y pondría más simbología matemática algunas cosas, agregaría para que los estudiantes asociar el símbolo a la palabra, has visto algunos libros que adelante están todos los símbolos matemáticas, alomejor por unidad incluir algunos para que los estudiantes lleguen a cuarto y sepan que significan los signos matemáticos.

12) ¿Qué errores detecta en el texto escolar para la enseñanza de funciones?

En el tema de función no tanto, hay otras partes que se ha dirigido mucho a la formula y a seguir esa fórmula y listo, es que el tema de función es un tema que se puede relacionar bastante con situaciones diarias, asique no es como en general una formula, puede sufrir matices, en ese sentido no se enfoca tanto en la formula si, en otras partes del libro si, en productos notables , factorización, es como mucho más formula que aplicación , en cambio en las funciones, es como que el estudiante entienda y pueda darle la x la y la a o la b , la letras que ellos quieran , no lleva tanta formula porque el concepto tampoco lo lleva.

13) ¿Las actividades incorporadas en el texto escolar de primer año medio para la enseñanza de funciones favorecen el vínculo con otros objetos matemático?

Osea es que de hecho favorecen porque está relacionado con sistema de ecuaciones lineales, hacia atrás también lo podemos relacionar, alomejor, debiera tener una pequeña modificación, debiera ser primero relaciones y luego sistema de ecuaciones, las relaciones lineales en dos variables es como plantear una parte del sistema, si yo veo relaciones lineales en dos variables le introduzco el tema a los chicos, de hecho el libro Sm o el Santillana lo tiene al revés, primero relaciones y luego sistema, porque debiese ser introductorio, el libro entregado por el ministerio está al revés desde la lógica mía, alomejor este equivocada, pero según yo debería partir al revés, porque igual eso me permite encontrar valores y a la vez graficar y luego hacer el transito al siguiente contenido. Ahora bien, con otro contenido, hasta cierto punto se podría relacionar con homotecia por la gráfica, al trasladar, como es grafico al ampliar y reducir una figura, podría ser en estadística, también por el lado de la gráfica a través de la interpretación de datos.

14) ¿En el texto escolar se incorporan actividades que promueven el uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) para la enseñanza de funciones? En caso de haberlas, ¿Cuál es su percepción respecto a estas actividades?

Si se incorporan, por que utilizan generalmente actividades en el geogebra en geometría y en funciones también porque me permite graficarlos a través del geogebra, ahora, que uno utilice esas actividades es mucho más complicado, pero eso tiene que ver con otro tema, si uno cuenta con el computador el Tablet o lo que los estudiantes requieran para utilizarlo, ahora, en algunos colegios tenemos esto de las pizarras interactivas, y ahí si se puede ocupar y en ese sentido si nos sirve porque todos nos están viendo y uno puede hacer participar a varios, ahora, que uno pueda desarrollar el ideal que el libro plantea es más difícil, pero igual es algo que beneficia a los estudiantes, para usar el computador en otra cosa que no sea solamente las redes sociales, a veces uno les dice saquen su teléfono y bajen la aplicación y eso igual es algo que los motiva un poco más. Igual podrían haber otras aplicaciones, pero igual eso depende que tan actualizado están los libros pensando que no cambian todos los años.

15) Para finalizar, según su experiencia, ¿Qué elementos destaca del texto escolar para la enseñanza de funciones? ¿Qué mejoraría? Comente.

Lo que destaco es que tiene bastante ejemplos de funciones o de relaciones en dos variables y bastante ejercicios. Abarca como todo en relación al tema, que los estudiantes analicen las posibles soluciones, que puedan graficar que puedan remplazar, que armen ellos mismos las expresiones algebraicas de la función están todos los ejemplos detallados y luego viene esta práctica independiente que le permite aplicar en el mismo orden que se le enseñaron, me parece bastante ordenado el texto, que le sacaría, o que cambiaría, hay algo que yo siempre he pensado cambiarle , el espacio que le dan, es una tontería pero el espacio que te dan para resolver eso, porque yo tengo los números grandes, porque el libro nunca te da el espacio, pero eso es tema aparte.

Que le cambiaria? Le agregaría mas problemas que los estudiantes deban aplicar el concepto de relaciones de dos variables porque se que no es un contenido que sea tan difícil de llevar, o tan difícil de enseñar o tan difícil de entender, pero la cantidad de situaciones problemas que tiene, es casi igual a lo que esta modelado anteriormente, a lo mejor que los problemas sean más relacionados con situaciones de la vida cotidiana, permitiría que los estudiantes comprendan de mejor manera, por ejemplo, darle una situación y que los estudiantes creen su función sería más provechoso, por ejemplo arriba, da como ejemplos de relación y más abajo da la parte algebraica, encontrar la pendiente, graficarlos cierto, y arriba si lo relaciona con algún concepto o con algún ejemplo , alomejor relacionarlo un poquito más nos serviría bastante, de hecho estaba viendo la parte que dice resolver problemas pero son solo ejercicios, basados en el cálculo, pero no hay ninguna situación problema. Solo utilizo el ejemplo introductorio pero luego no puso nada más, debería de darle más situaciones problemas, relacionados con algo que los estudiantes puedan aplicar, solo hay un problema, lo de la pirámide y lo de atacama. Si vamos a la práctica independiente no hay ningún problema que les permita aplicar, eso sí lo cambiaría. Me gustaría agregar eso, que ellos pudieran crear su función a partir de una gráfica, que ellos puedan encontrar todo con un solo problema.

Entrevistador: Entonces, en este apartado a modo general, ¿Crees que lo beneficia o lo dificulta?

Les ayuda, nose si les beneficia completamente, a modo personal, tomaría los ejemplos pero los modificaría y agregaría más ejemplos de la vida cotidiana, de cierto modo modificaría el libro en algunas cosas para este tema. Para que los estudiantes puedan entender mejor, considerando también que es la habilidad que más les cuesta, se pide siempre que los estudiantes resuelvan problemas pero tienen que ser problemas contextualizados, pero que se está dejando de lado en el texto escolar.

A [3]

Entrevista Caso 3

ENTREVISTA

Sobre el texto escolar de primer año medio para la enseñanza de funciones, entregado de forma gratuita por el Ministerio de Educación.

La siguiente entrevista tiene la finalidad de recabar información importante sobre su experiencia siendo usuario del texto de primer año medio para la enseñanza de funciones, favoreciendo procesos reflexivos y críticos. Y, para contribuir con el desarrollo de los procesos enseñanza-aprendizaje para la enseñanza de funciones.

Preguntas Generales:

1) ¿Cuál es/son sus principales materiales de apoyo pedagógico para preparar y llevar a cabo su clase?

En general, los textos son una buena referencia, de repente los textos tienden a no aterrizar mucho y matematizar como todo, y además, para esto de las funciones, porque estamos casualmente en primero medio en la unidad de álgebra, entonces utilizo en graphmatica como un elemento de apoyo para ir verificando gráficas, métodos gráficos en los sistemas y todo eso, pero de ahí como principalmente el texto sirve para ir referenciándose y uno irse guiando también, ahora si uno prepara alguna cosa extra hay que hacerlo igual, pero generalmente el graphmatica o cualquier otro software y los textos, y fundamentalmente el texto del docente

para el tema de la planificación , sobre todo en este contexto pandémico ha sido nuestra hoja de ruta la priorización curricular y el cuadernillo de ejercicios también lo utilizo que viene en paralelo con el texto escolar donde se pueden complementar muchas otras cosas.

2) ¿Qué elementos o característica tienen los materiales de apoyo pedagógico que escoge para sus clases?

El programa sirve para ir reforzando el tema gráfico, de repente los chicos no entienden mucho, o no se les queda muy muy el tema del plano cartesiano, entonces, si lo ven en un programa más allá de la explicación que uno les dé, la explicación teórica, si lo ven en un software ya se convencen de que es así, la gráfica de la ecuación era así o esa, y así mas o menos, esos los elementos.

3) ¿Cómo usa el texto escolar? Hacer una descripción

Lo del texto escolar bueno ahí hay que ir viendo bien, cual es como la parte teórica, entonces también a veces hay que preparar algunos ppt , hay que ir respetando los cuadritos donde esta recitada toda la parte teórica, copiarlo y pegarlo en el power, ese es el proceso de selección que uno hace, luego ir explicando algunos ejemplos que ahí aparecen, es bastante útil para ir guiando, nose si favorece o desfavorece el proceso pero por lo menos para ir guiando el proceso sirve bastante, pero lo teórico que da el texto yo reconozco que es acertado y es bueno.

¿En el contexto actual, ha cambiado la forma de utilizar el libro de texto?

Lo que pasa que el año pasado fue ultra complicado, el año pasado estaba fuera de control absolutamente todo, en principio nos habían dicho , no, que hay que obligar a los estudiantes que muestren la cámara, muestren el rostro y después salió la ley que no era obligatorio entonces todo termino transformándose en total incierto, porque al final tu hacías tu clase desde la casa, hablo desde al año pasado, y le terminabas a puros puntos negros porque no era obligación conectarse, mostrar el rostro, con suerte saludar, entonces, claro , uno divisaba el texto , le mostraba la material pero al final uno se daba cuenta cuando solicitaba la evidencias quienes cumplían y quienes no, y por lo menos el 50% no cumplía, entonces, era como las clases en la universidad, si tú quieres vas, entonces acá, era como lo mismo, un

descontrol total, así que justo con octavo básico que ahora están en primero nos tocó ver la función lineal y afín que era la introducción de este año, entonces, uno les da todas las facilidades, hasta se deja en el portal para que los estudiantes lo tengan y manejen la información pero de ahí a controlar eso más precisamente y tal como uno lo hacía en la sala de clases era un incierto total.

Preguntas Específicas contenido de función:

4) ¿Cuál es la importancia que usted le otorga al contenido de función?

La importancia es grandísima porque de repente uno con los chiquillos se plantea de ir a ver un contenido matemático y todo, pero no todos los chicos en la sala son matemáticos, pero uno dice ya, este que es humanista o que es biólogo que por lo menos que aprenda a utilizar la cabeza a pensar, que entienda la relación entre una cosa u otra, o cuando se ve algebra, la valorización algebraica, les cuesta mucho, el tema de remplazar o las formulas, les cuesta mucho, porque remplazar o porque las formular, les cuesta mucho, pero es importante, es muy importante, pues cualquier contenido matemático te ayuda a relacionar con lo otro, y en funciones hay todo un razonamiento, un modelamiento, una relación entre variables, que entiendan que una variable depende de la otra, que entiendan la relación que hay entre las cosas en distintas situaciones, mas allá si las aplican más allá o no, yo siempre les digo a los estudiantes que de repente lo más significativo que van a utilizar en la vida van a ser los porcentaje, pero en general, si tienen un interés en estudiar algo en matemáticas es totalmente relevante, además, que este contenido, las relaciones entre variables, esa notación hacía años que yo no la veía.

5) ¿Qué importancia considera usted que el Ministerio de Educación propone de acuerdo a los planes y programas vigentes de Primer año medio para la enseñanza de funciones?

Este contenido se pierde un poco porque el ministerio no lo priorizo, en este contexto pandémico entro a ser una especie de selección de contenidos, nose si precisamente apuntara a lo de la pdt, yo hasta los días de hoy me lo pregunto, nose si estará apuntando a eso, en todos los niveles hizo un recorte de contenidos, y lamentablemente este contenido no está,

que estaba revisando el documento y corresponde al objetivo número 5, y ese objetivo no esta priorizado.

6) Según su opinión, ¿Qué elementos o características deben tener las situaciones problemas ideales en la enseñanza de funciones? ¿Cree usted que el texto escolar posee esos elementos y/o características en las situaciones problemas planteadas?

El texto escolar no tiene mucho aterrizaje en cuanto a situaciones problemas que sean susceptibles que ocurran en la realidad, le eche un vistazo, y tiene que ver con mucho análisis muy matemático y nada muy contextualizado , eso se hecha un poco de menos.

7) ¿Considera usted el texto escolar como un recurso que beneficia o dificulta el proceso enseñanza aprendizaje para el contenido de funciones? ¿Porque?

Como te mencione un ratito atrás, nose si lo dificulta pero nose si lo favorece ampliamente tampoco, lo encausa bien porque el contenido teórico sin duda es bueno, si hay que decir que es bueno, pero se echa de menos la contextualización o el aterrizaje hacia situaciones más cotidianas tal vez, pero como te digo, encausa bien el proceso pero le hace falta esa otra parte, no lo favorece ni lo desfavorece tampoco, lo encausa bien.

8) ¿Considera usted que el texto incorpora problemas contextualizados provenientes de la vida cotidiana para abordar el contenido de función? Si la respuesta es sí: ¿Qué tan pertinentes le parecen según su contexto escolar?

Ya más o menos las razones están expuestas, al chiquillo que le fascina y que le gustaría estudiar algo con calculo y que le va bien en matemática yo creo que le calza como anillo al dedo, si quiere dedicarse al análisis o algo, bien, pero para los otros chiquillos que les cuesta un poco y donde se ve aterrizado el contenido es no, eso no está incorporado. Yo noto que hay harto entusiasmo con haber vuelto a la presencialidad, chiquillos que antes no preguntaban absolutamente nada, ahora los veo y preguntan harto, porque querían volver a estar en clases, los motiva volver a sus profesores o a sus compañeros igual pero no es porque sean matemáticos al 100, pero no creo que sea por el contenido pero después de todo el tiempo sin clases.

9) ¿Qué importancia le otorga el texto escolar a los diversos registros de representación (verbal, algebraico, tabular y gráfico) en la enseñanza de funciones?

Eso está más referido a lo puramente matemático, porque lo tabular, lo gráfico, está expuesto ahí, la representación si habla de que es una expresión que está en dos variables y después lo iguala a un número y lo transforma a una ecuación que se puede representar, yo lo encuentro adecuado, lo encausa bien a aquel que le gusta el tema más abstracto, más representativo, lo grafico yo siempre les digo a los chicos que tienen mucha significación pues les sirve para representar cualquier tipo de datos, pero este contenido en específico, así como lo plantea el ministerio, se hace atractivo mas o menos a los chiquillos que les gusta la matemática, no podríamos atraer a un humanista estudiar este contenido con tanto entusiasmo por ejemplo.

10) ¿El texto escolar incorpora situaciones donde los estudiantes deben justificar sus conjeturas y procedimientos? ¿Cuál es la importancia que usted le brinda a estos procedimientos?

(tiempo) Como en la última parte, en lo que es variación de parámetros, ahí como que hay una especie de juego de letras, no mucho la verdad, creo yo, considero yo que no lo incorpora en mayor magnitud, muy mínimamente.

Pero es importante, que los chicos vayan armando conjeturas, que ellos vayan resolviendo sus problemas solos, a los estudiantes hay que invitarlos al análisis a todos aun cuando no gusten mucho de la matemática siempre hay que estar invitarlos a pensar, a buscar la solución, y siempre estar cabeceándose con los procedimientos, pero es muy importante.

11) ¿Considera usted que los enunciados y procedimientos presentes en el texto escolar para la enseñanza de funciones son adecuados para el nivel educativo hacia el cual están dirigidos?

Este contenido no estaba presente antes, este contenido debe llevar en el texto unos dos o tres años aproximadamente, si son adecuados, el contenido que le antecede a esto son los sistemas

de ecuaciones, yo creo que aquí si es adecuado para el contenido pero nose si para chicos de primero medio, alomejor en primero medio les faltaría un poco de madurez, tal vez este contenido lo subiría a un segundo medio, y lo vería como la continuación en un segundo medio, porque los sistemas de ecuaciones les cuesta un poquitito, los sistemas de ecuaciones se veían antes en segundo medio, y esto a lo mejor les enrede más cierto o les complique más la existencia el enfocarlo desde otra manera entonces tal vez terminen enredando el contenido de sistema de ecuaciones con esto, yo en lo personal lo vería en un segundo medio.

12) ¿Qué errores detecta en el texto escolar para la enseñanza de funciones?

Haber, es netamente formulístico, más que formulístico igual debe manejar operaciones, eso es como lo bueno que tiene, que lo invita a remplazar a operar entre fracciones, entre decimales, entonces sirve un poco también para ir refrescando la memoria en cuanto a las operaciones entre conjuntos numéricos, pero si es mas formulístico, alguna que otra conjetura, pero se echa de menos el tema a algo más concreto, algo que sea más susceptible de ocurrir en la vida cotidiana.

13) ¿Las actividades incorporadas en el texto escolar de primer año medio para la enseñanza de funciones favorecen el vínculo con otros objetos matemático?

Para mí en este caso sí, porque esa notación del $f(x)$ se ve harto en calculo nose en dos o tres variables, asique esa notación invita a un nivel superior y por lo mismo se hace más atractivo creo que yo que le va bien en matemática que le gusta la matemática, para ellos sería bien aterrizado, pero sí, hay una conexión ahí porque hay otra forma de representar una expresión en dos variables y si se hace atractivo para los chiquillos que les gusta las mates en este caso.

14) ¿En el texto escolar se incorporan actividades que promueven el uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) para la enseñanza de funciones? En caso de haberlas, ¿Cuál es su percepción respecto a estas actividades?

En las actividades dice, en una parte uso de un software, me imagino que se puede usar cualquiera , que es cuando hacen la variación de parámetros, no sugiere ninguno, yo creo que el texto ahí podría sugerir algún programa en este caso, nose si los años anteriores lo ha hecho pero ahí va en el docente con cual trabajar pero no menciona ningún, pero como te digo el programa que trabajo yo graphmatica está más o menos bien, es aterrizado y sirve para trabajar todo este tipo de modelamiento por así decirlo, pero como te digo el texto no sugiere ninguno.

15) Para finalizar, según su experiencia, ¿Qué elementos destaca del texto escolar para la enseñanza de funciones? ¿Qué mejoraría? Comente.

Igual ha sido un tema en relación al cual hemos estado conversando acá, dándonos vuelta, el marco teórico de lo que se pretende es buenísimo, como te digo, de eso no hay ninguna duda, uno rescata los cuadritos donde aparece la materia y es toda materia muy atingente, pero se echa de menos el aterrizaje , si uno mira los ejemplos del texto, son puramente matemáticos, no hay un aterrizaje a una situación problema que alomejor les resulte más atractivo a la otra parte del curso, a esos que no les gusta tanto las matemáticos, uno no niega que el contenido teórico sea bueno pero falta aterrizarlo a otras situaciones problemas, los ejemplos que aborda el texto se enfoca mucho en la representación geométrica, está todo bien pero falta complementar con cosas más susceptibles que ocurran en la realidad.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'S. Retamal Cisterna', with a horizontal line underneath.

Dra. Silvia Retamal Cisterna
Académica Departamento de Educación
Universidad de Los Lagos