



UNIVERSIDAD DE LOS LAGOS

VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO
DIRECCIÓN DE POSTGRADO

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS

**CONCEPCIONES Y PRÁCTICAS DOCENTES FRENTE AL USO DE RECURSOS
Y MEDIOS PARA LA ENSEÑANZA DEL TRIÁNGULO EN SEXTO BÁSICO**

POR

ERWIN JONATAN PÉREZ BRINTRUP

Tesis presentada para optar al grado académico de Magíster en Educación Matemática

Profesora guía: Dra. Silvia Retamal Cisterna

Osorno, sur de Chile. Diciembre 2021

©2021, Erwin Jonatan Pérez Brintrup

Se autoriza la reproducción y/o divulgación total o parcial, con fines académicos, mediante cualquier forma, procedimiento y/o tecnología de la presente obra, incluyendo la cita bibliográfica que reconoce la obra y a su autor/ autora.”

A Daniela, por su apoyo constante.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a todas las personas que estuvieron involucradas en esta investigación por medio de su apoyo y atención. A familiares y amigos. También a los compañeros con los que nos colaboramos durante el transcurso del postgrado.

A los profesores que aceptaron participar de la investigación. Gracias por querer ser un aporte a las intenciones de mejorar las cosas desde nuestro lugar de enunciación.

Al Dr. Luis Pino-Fan y Dra. María José Seckel por su colaboración entregada.

De manera especial a la Dra. Silvia Retamal por su tiempo y disposición para guiarme en el transcurso del trabajo realizado.

RESUMEN

A partir de la importancia que tiene la geometría en la historia de la humanidad, se presenta como un desafío mejorar las prácticas de enseñanza que hoy en día sostienen los docentes al momento de la instrucción. En este sentido, se plantea la necesidad de identificar características que definan un modo de enseñar geometría, entre ellas, las concepciones que sostienen los profesores. De este modo, el objetivo de este estudio es caracterizar dichas concepciones al momento de la selección de recursos para la enseñanza del triángulo en sexto básico. En la muestra se seleccionaron a tres docentes que realizan clases de matemáticas en este nivel en tres establecimientos particulares subvencionados del sur de Chile. Luego se realizaron observaciones de clases en las que se implementó el Objetivo de Aprendizaje 12 del Programa de Estudio chileno para este nivel. Los recursos utilizados en las sesiones de clases fueron categorizados con la herramienta propuesta por la Faceta Mediacional del Enfoque Ontosemiótico de la instrucción matemática (Godino, 2013). Posteriormente se aplicó una encuesta mixta que contenía un cuestionario abierto de tres preguntas, con el propósito de obtener información respecto a ciertas concepciones sobre la enseñanza de la geometría y un cuestionario cerrado de siete preguntas con tres dimensiones que abordaban su formación, la institución donde trabajan y la implementación curricular. Las declaraciones obtenidas fueron categorizadas en unidades para su posterior análisis. Los resultados arrojaron que los profesores valoran la enseñanza de la geometría, pero existe la idea que es una disciplina que no ha sido relevada en el currículum chileno. Por otra parte, todos los profesores utilizaron recursos contextualizados a la geometría para la enseñanza del triángulo. No obstante, existen diferencias notorias respecto a la cobertura curricular exigida. En los recursos que escogen los docentes está ausente el software geométrico. La utilización de los textos aportados por el Ministerio de Educación resultan ser una buena guía didáctica para una mejor cobertura curricular.

Palabras claves: Concepciones y prácticas docentes, recursos y medios, geometría, triángulos

ABSTRACT

Given the importance of geometry in the history of mankind, it is a challenge to improve the teaching practices that teachers hold today at the time of instruction. In this sense, the need arises to identify characteristics that define a way of teaching geometry, among them, the conceptions held by teachers. Thus, the objective of this study is to characterize these conceptions at the time of the selection of resources for the teaching of the triangle in sixth grade. Three teachers who teach mathematics at this level in three private subsidized schools in southern Chile were selected for the sample. Then, observations were made of classes in which Learning Objective 12 of the Chilean Program of Study for this level was implemented. The resources used in the class sessions were categorized with the tool proposed by the Mediational Face of the Ontosemiotic Approach to mathematics instruction (Godino, 2013). Subsequently, a mixed survey was applied containing an open questionnaire of three questions, with the purpose of obtaining information regarding certain conceptions about the teaching of geometry and a closed questionnaire of seven questions with three dimensions that addressed their training, the institution where they work and the curricular implementation. The statements obtained were categorized into units for subsequent analysis. The results showed that teachers value the teaching of geometry, but there is an idea that it is a discipline that has not been included in the Chilean curriculum. On the other hand, all teachers used resources contextualized to geometry for the teaching of the triangle. However, there are notable differences with respect to the required curricular coverage. Geometric software is absent from the resources chosen by the teachers. The use of the texts provided by the Ministry of Education is a good didactic guide for a better curricular coverage.

Keywords: Teaching concepts and practices, resources, geometry, triangles

ÍNDICE

RESUMEN	5
ABSTRACT.....	6
INTRODUCCIÓN	9
Capítulo 1	10
1.1 Problemática didáctica	10
1.1 Los recursos	11
1.2 Concepciones	12
1.3 Prácticas pedagógicas	13
1.4 Relevancia de la investigación	13
Capítulo 2	15
<i>Tratamiento del triángulo en el currículum chileno</i>	15
2.1 Programa de Estudio chileno 6° Básico	15
2.2 Guía didáctica del Docente Matemática 6° Básico	18
2.3 Texto para el estudiante Matemática 6° Básico	19
2.4 Cuaderno de actividades	19
2.5 Guía Didáctica del Docente Sumo Primero 6° Básico	19
2.6 Texto del Estudiante Sumo Primero 6° Básico	21
2.7 Cuaderno de Actividades y Tickets de Salida Sumo Primero 6° Básico	22
2.8 Fichas Pedagógicas para la Priorización Curricular 6° Básico Matemática OA 12 ..	22
Capítulo 3	24
Capítulo 4	28
4.1 Objetivo general:	28
4.2 Objetivos específicos:	28
Capítulo 5	29
5.1 Tipo de estudio	29
5.2 Estrategia de investigación	29
5.3 Etapas	29
5.4 Tratamiento de la información recogida en las observaciones de clases	30
5.5 Tratamiento de la información obtenida en la encuesta mixta	30

5.6	Participantes	31
5.7	<i>Criterios para asegurar la rigurosidad de la investigación</i>	31
5.8	Situación curricular extraordinaria por crisis sanitaria global	31
Capítulo 6		33
6.1	Categorización de prácticas pedagógicas	33
6.1.1	Recursos materiales	33
6.1.2	Número de alumnos, horario y condiciones del aula	33
6.1.3	Tiempo	34
6.2	Categorización de concepciones docentes	34
6.2.1	Cuestionario cerrado	34
6.2.2	Cuestionario abierto	35
	En el cuestionario abierto se consultaron sobre tres aspectos relacionados con la enseñanza de la geometría.	35
Capítulo 7		40
7.1	La enseñanza de la geometría	40
7.2	Los recursos utilizados para la enseñanza del triángulo	41
Capítulo 8		44
Referencias bibliográficas		46
ANEXOS		51

INTRODUCCIÓN

La importancia que tiene la geometría como disciplina matemática se remonta a los inicios de cualquier civilización a lo largo de la historia del ser humano. Sin embargo, su enseñanza ha presentado dificultades que impiden el logro de aprendizajes significativos. Estas dificultades comienzan desde la Educación Básica y han estado relacionadas, entre otros aspectos, con las decisiones didácticas de los profesores que imparten la instrucción (Alsina, Burgués y Fortuny, 1997; Báez e Iglesias, 2007; Fabres, 2016; Barboza, 2013).

En el mismo sentido, las prácticas relacionadas con la enseñanza del currículum han estado en la preocupación del Ministerio de Educación chileno, quien, por medio de la entrega de instrumentos didácticos para la planificación de clases, tales como Guías Didácticas del Docente, o Textos del Estudiante junto a Cuadernos de Actividades, intentan orientar la instrucción de todas las disciplinas, en nuestro caso, específicamente de la geometría (Alvarado et al, 2021).

De este modo, queremos observar qué decisiones toman los docentes frente a la enseñanza de la geometría, específicamente del objeto triángulos, a partir de las orientaciones recibidas en el Programa de Estudio y en los recursos que dispone el ministerio para la planificación e implementación de las sesiones, asociando dichas decisiones con concepciones que los mismos docentes tengan respecto a su formación, adherencia al currículum, disponibilidad de recursos de la institución, entre otros.

Desde esta perspectiva surge como motivación indagar en los aspectos didácticos detrás de la enseñanza de la geometría, para identificar qué variantes determinan un cierto tipo de práctica pudiendo así poder reflexionar y responder a preguntas que contribuyan al conocimiento.

Capítulo 1

Antecedentes y Problemática

1.1 Problemática didáctica

Las prácticas tradicionales de instrucción de la geometría relacionadas con clases donde el discurso del profesor es el principal y a veces único medio didáctico trae como consecuencia una enseñanza que promueve la memoria y la rutina, sin espacio para la participación de los estudiantes, por el contrario, la actividad se reduce a un discurso teórico con definiciones y propiedades de las figuras y la aplicación de fórmulas de cálculo (Báez e Iglesias, 2007; Barrantes y Blanco (2004). En general, la mayoría de las veces hay un factor común que es la utilización de pizarra, lápiz y papel, limitando otras posibilidades de utilización de otros materiales por parte de los estudiantes (Vargas y Gamboa, 2012).

En el caso particular de la geometría, deriva en la construcción rutinaria de figuras a partir de datos específicos. Por ejemplo, en el Programa de Estudio de 6to año básico (MINEDUC, 2013), sugiere al profesor ejercicios del tipo, “construyen triángulos con regla y compás, conociendo sus tres lados”, entregando un listado de triadas de medidas. Lo mismo sucede con en el caso de la construcción a partir de los ángulos. Otro ejemplo lo podemos encontrar en el texto Geometría y Trigonometría, del Manual Esencial de Santillana (Baeza *et al*, 2008), texto de usual consulta por parte de profesores, donde en la sección de triángulos se piden ejercitar habilidades de cálculo de ángulos o lados a partir de la falta de uno de ellos, o de construcción de triángulos con triadas de lados o ángulos posibles. Jaime y Gutiérrez (1990) mencionan que la presentación de ejercicios que se ajustan a ejemplos idénticos a cómo fueron presentados por primera vez, y resueltos con ayuda del profesor, provoca que el manejo de propiedades y conceptos se vean reducidos a tales ejemplos, obstaculizando la creatividad que debe ir tras todo pensamiento geométrico.

Al respecto lo que plantea el Ministerio de Educación en Chile es que el profesor en sus prácticas utilice otros recursos didácticos diferentes a su propio discurso. Por ejemplo, en las Bases Curriculares de Sexto Año Básico se explicita en el Objetivo de Aprendizaje número 12 “Construir y comparar triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o sus

ángulos con instrumentos geométricos o software geométrico”.

Resulta interesante conocer el modo en que un profesor responde a esta exigencia ministerial, sobre todo si podemos relacionarla con sus concepciones sobre la enseñanza. En este sentido, Ponte (2012) y Carrillo (2000) afirman que es posible comprender las decisiones didácticas que sostienen los docentes al momento de implementar el currículum a partir de las concepciones que subyacen a las mismas.

Comprendiendo las concepciones de los profesores como el resultado de su formación y experiencia, se plantean las siguientes interrogantes: ¿Cómo contribuir a que modifiquen su práctica y utilicen otros recursos además de su discurso? ¿Cómo ayudar a que puedan complementar su discurso con otros medios didácticos en los niveles básicos, por ejemplo, materiales concretos como: fideos, palos de fósforo, papeles, tijeras, lápices de colores? ¿O por medio de recursos digitales como software geométrico? ¿Cuánto influye la concepción que tiene el profesor de la geometría y de la enseñanza a implementar? ¿Qué tipo de problemas el profesor elige para proponer a sus alumnos en clase? ¿Qué importancia les da el profesor a las figuras, a las definiciones, a las propiedades?

Por medio de estas preguntas, guiaremos la investigación y plantearemos los objetivos que nos ayuden a responderlas, considerando las concepciones que sostienen los profesores al momento de realizar su práctica, poniendo particular atención en los recursos que escogen para la enseñanza de la geometría.

1.1 Los recursos

Utilizar recursos para la enseñanza de la Geometría toma dos argumentos principales según Adam (1985): en primer lugar, despertar el interés en el estudiante para la adquisición del nuevo conocimiento y por otra parte desarrollar la relación que existe entre acción y formación de pensamiento desde un punto de vista epistemológico. Este tratamiento didáctico de los objetos matemáticos proporciona un medio eficiente en la adquisición de aprendizajes con nuevos significados por medio de la experiencia, más allá del mencionado y exclusivo discurso del profesor.

Mora (1995) afirma que la utilización de recursos didácticos pasó de presentarse como una opción metodológica sugerida que puede escoger el profesor a ser parte de los objetivos de aprendizaje obligatorios para la enseñanza. Santacruz y Sacristán (2017) señalan que existen tres dimensiones que clasifican la selección de recursos en el aula, relacionados con la trayectoria del profesor. Estos son, la formación, la experiencia y las expectativas profesionales. De este modo, es posible responder a las decisiones de los profesores respecto a qué tipo de recurso utilizar, si utilizar uno nuevo o no, en qué lugar encontrar los recursos, cuál es el más adecuado para la clase, entre otros.

1.2 *Concepciones*

El papel que juegan los docentes en el proceso de enseñanza dentro del aula está considerado como el principal determinante en la calidad de los aprendizajes de los estudiantes que participan de la instrucción (Rodríguez et al, 2015; Mitchener y Anderson, 1989). En este sentido, se enumeran múltiples variables que influyen en la praxis pedagógica determinadas por aspectos sociales, psicológicos y contextuales relativos a la institución y al mismo espacio de clases (Díaz, Martínez, Roa & Sanhueza, 2010). Estos aspectos influyen en el sistema de creencias y concepciones que los profesores tendrán respecto a su práctica, moldeando, en una u otra dirección, la forma en que llevan a cabo la enseñanza (Da Ponte, 1999).

Estas consideraciones se sitúan, según René Thom (1973) citado en Da Ponte (1999), en la filosofía matemática que subyace a cualquier modelo de enseñanza de las matemáticas. El autor señala que, para tener una visión de cómo los profesores llevan a cabo su praxis, es necesario echar mano antes a su sistema de creencias y concepciones desde donde sostienen la implementación curricular que les es requerida.

Las concepciones de un profesor determinarán las decisiones que tomará al momento de implementar la enseñanza (Chan & Elliott, 2000; Fullan & Stiegelbauer, 1997 citados en García & Sebastián, 2011) en asuntos tales como: la presentación del objeto a enseñar, su papel como mediador, el modo en que utilizará los recursos disponibles, su relación con el medio, la didáctica utilizada en la transposición, la preparación del ambiente de aprendizaje,

etc. (Carrillo *et al*, 2014).

Por citar un ejemplo, se puede esperar que un profesor haga uso de recursos digitales en la medida que valore el papel de dichos recursos en el proceso de enseñanza que ejecuta. Similar situación funciona en sentido contrario, donde un docente puede no valorar correctamente el uso de instrumentos que exige la enseñanza de la Geometría, determinando así un tipo de aprendizaje de significados incompletos en sus estudiantes. En ambos casos la creencia puede resultar, como mencionan Handal & Herrington (2003), un vehículo o un obstáculo a las actualizaciones curriculares a implementar.

1.3 *Prácticas pedagógicas*

Fierro et al (1999) afirma que una práctica pedagógica es “la praxis social, objetiva e intencional en la que intervienen significados, las percepciones y acciones de los agentes implicados en el proceso educativo”. En ella intervienen diversos aspectos que involucran tanto desde la formación académica de los docentes, su experiencia profesional, su sistema de creencias y de concepciones pedagógicas, políticas curriculares, la institución, la sociedad, la disposición de las salas, entre otros (Castro, 2007; Díaz et al, 2010).

De este modo, la práctica figura como el resultado de la influencia de diversos factores que se interrelacionan intra y extra personalmente en quienes llevan a cabo la instrucción.

1.4 *Relevancia de la investigación*

Por medio de este trabajo, será posible identificar algunas de las motivaciones y limitantes que existen tras el proceso de planificación e implementación de una clase por parte del docente, permitiendo clasificar los aspectos comunes entre los casos a estudiar. Por otra parte, la observación de clases permitirá evidenciar qué recursos y medios fueron elegidos por el profesor para la enseñanza del triángulo, pudiendo verificar en qué medida la situación didáctica diseñada responde a los objetivos solicitados por el Ministerio de Educación chileno.

En última instancia, realizadas las caracterizaciones, tanto de las declaraciones, como de las prácticas, será posible verificar el vínculo que existe entre ambas. Esto permitirá, por medio del análisis de los resultados, identificar obstáculos o facilitadores en el proceso didáctico de enseñanza.

Capítulo 2

Tratamiento del triángulo en el currículum chileno

Curricularmente la presentación el objeto matemático *triángulos* propuesta por el currículum chileno en el Programa de Estudio contempla en lo que se reconoce, al menos tres estrategias sugeridas para su implementación de clases. Por una parte, lo que dicta el Programa de Estudio. Esto se materializa en planificaciones de clases propuestas en la Guía Didáctica del Docente junto a ejercicios que se ubican en el Texto del Estudiante y el Cuaderno de Actividades.

Como material extra, el propio Ministerio entrega textos bajo el programa “Sumo Primero”, el cual contiene de manera similar a los textos oficiales, una Guía Didáctica del Docente, que planifica sesiones con actividades presentes en el Texto del Estudiante y Cuadernos de Actividades. Se agregan los denominados “Tickets” de salida como texto que completa la serie.

De forma excepcional y como una forma de responder a las adaptaciones requeridas producto de las modificaciones en aforos para estudiantes, se construyeron Fichas Pedagógicas para la Priorización Curricular donde se presentan los contenidos priorizados y las orientaciones didácticas para abordarlos.

A continuación, detallaremos todos los instrumentos ministeriales propuestos para la enseñanza del triángulo en sexto básico para este 2021.

2.1 Programa de Estudio chileno 6° Básico




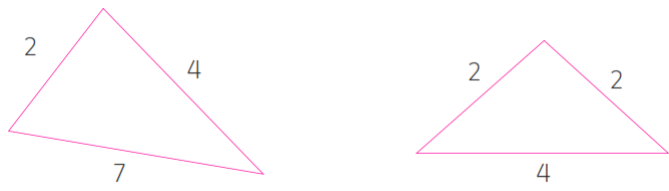
En el Programa de Estudio podemos encontrar ejemplos de actividades para el desarrollo de las habilidades de Argumentar y Comunicar, las que describe como “Documentar el proceso de aprendizaje, registrándolo en forma estructurada y comprensible” (MINEDUC, 2013, p 110). En la tabla 1, presentaremos un cuadro resumen con la propuesta ministerial para el Objetivo de Aprendizaje 12 (OA).

OA 12: Construir y comparar triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o sus ángulos

con instrumentos geométricos o software geométrico.

Tabla 1: Actividades y ejercicios de ejemplo sugeridos por el Programa de Estudio para OA12.

N.º actividad	Actividad	Ejercicios de ejemplo
1	Construyen triángulos con regla y compás, conociendo sus tres lados.	<ul style="list-style-type: none"> › construyen un triángulo, conociendo que la medida de sus lados son 10 cm, 10 cm y 5 cm › construyen un triángulo, conociendo que la medida de sus tres lados es 8 cm › construyen un triángulo, conociendo que la medida de sus tres lados son 5 cm, 6 cm y 7 cm
2	Construyen triángulos con un transportador, conociendo la medida de sus ángulos interiores.	<ul style="list-style-type: none"> › construyen dos triángulos de ángulos interiores 50°, 50° y 80° › construyen dos triángulos de ángulos 30°, 60° y 90° › construyen dos triángulos de ángulos interiores 50°, 60° y 70° registrando los pasos que dieron para la construcción de manera comprensible y ordenada.
3	Construyen triángulos con regla y con un transportador, teniendo información acerca de la medida de sus lados y ángulos interiores.	<ul style="list-style-type: none"> › conociendo que dos de sus lados miden 6 cm y 8 cm y sabiendo que el ángulo entre esos lados mide 40° › conociendo que un lado mide 10 cm y sabiendo que dos de sus ángulos interiores miden 60° y 50° › construyen dos triángulos escalenos de ángulos interiores 50°, 60° y 70° registrando los pasos que dieron para la construcción de manera comprensible y ordenada.
4	Construyen triángulos con regla y compás y con transportador, teniendo información acerca de la medida de lados y ángulos interiores.	<ul style="list-style-type: none"> › conociendo que dos de sus lados son <p style="margin-left: 40px;">_____</p> <p style="margin-left: 40px;">_____</p> <p>Y que el ángulo entre ellos es</p>

		 <p>› conociendo que uno de sus lados es</p>  <p>Y que dos de sus ángulos son</p>  <p>Registrando los pasos que dieron para la construcción de manera ordenada.</p>
5	Comparan la longitud de los lados de un triángulo de acuerdo a la medida de sus ángulos interiores.	
6	Determinan resultados acerca de desigualdades que se establecen entre la medida de sus lados.	<p>Con esos resultados, argumentan acerca de por qué no es posible que se den los siguientes triángulos:</p> 
7	Comparan triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y / o ángulos.	<p>› comparan triángulos que tienen dos ángulos interiores iguales y un ángulo interior desigual, con un triángulo que tiene dos lados iguales y un lado distinto</p> <p>› comparan triángulos que tienen sus tres ángulos interiores distintos con triángulos que tienen sus tres lados iguales</p>
8	Clasifican triángulos de	Clasifican triángulos de acuerdo a que tienen:

	<p>acuerdo a la medida de sus lados, explican el criterio empleado y argumentan respecto de su clasificación.</p>	<ul style="list-style-type: none"> › sus tres lados distintos › dos lados iguales › tres lados iguales
9	<p>Clasifican triángulos de acuerdo a la medida de sus ángulos interiores, explican el criterio empleado y argumentan respecto de su clasificación</p>	<p>Clasifican triángulos de acuerdo a que tienen:</p> <ul style="list-style-type: none"> › sus tres ángulos interiores distintos › dos ángulos interiores iguales y un ángulo interior distinto a ellos › tres ángulos interiores iguales

FUENTE: *Elaboración propia a partir de OA12 del Programa de Estudio para Matemática Sexto Básico.*

A partir del OA12 se realizarán las observaciones de clases para verificar cómo responden los docentes tanto a las sugerencias ministeriales desde este Programa de Estudio, como del material didáctico complementario presente en los textos Santillana y Sumo Primero.

2.2 ***Guía didáctica del Docente Matemática 6º Básico***

La Guía didáctica del Docente es acompañada con otros dos textos de la editorial Santillana para este año 2021 y está confeccionada para responder a los Objetivos de Aprendizaje (OA) planteados en el documento Bases Curriculares a Sexto Básico (Alvarado et al, 2021). En esta Guía Didáctica podemos encontrar clases planificadas donde se incluye la gestión de la clase y las actividades asociadas del Texto de estudio y del Cuaderno de Actividades.

La clase que están consideradas para abordar la construcción de triángulos según el OA12 son la 9 y la 10.

Tabla 2: Planificación para la construcción de triángulos.

Propósito	Tiempo	Texto de estudio	Cuaderno de actividades
Clasificar, comparar y construir triángulos según la medida de sus ángulos interiores y según la medida de sus lados, con ayuda de instrumentos geométricos o software geométrico.	6 horas pedagógicas	Páginas: 114, 115, 116, 117.	Páginas: 96, 97, 98, 99.

FUENTE: *Guía didáctica del Docente Sexto Básico, Matemática, 2021, p.246.*

2.3 Texto para el estudiante Matemática 6° Básico

Este texto aborda la construcción de triángulos con compás, regla y transportador. Presenta ejercicios guiados a partir de desafíos que buscan combinar elementos como ángulos y segmentos (ANEXO 1). En dichos desafíos se incluyen también problemas que deben ser resueltos utilizando software geométrico.

2.4 Cuaderno de actividades

Tal como sugiere la Guía didáctica, el cuaderno de actividades contiene ejercicios de construcción para el tratamiento del triángulo (ANEXO 2).

2.5 Guía Didáctica del Docente Sumo Primero 6° Básico

La Guía Didáctica del Docente de sexto básico del texto Sumo Primero está basada didácticamente en el enfoque de resolución de problemas (Isoda, 2020). En ella es posible encontrar una planificación por unidades para el año en la que se definen por semestre los ejes involucrados en cada una de las Unidades que integran el Currículum para este nivel.

Primer Semestre			
Unidad	Eje	Capítulo	Tiempo estimado (horas pedagógicas)
1	Números y operaciones	Operatoria combinada	8
	Números y operaciones	Múltiplos y divisores	17
	Números y operaciones	Suma y resta de decimales	6
	Geometría	Ángulos	10
	Números y operaciones	Fracciones y números mixtos	12
2	Números y operaciones	Multiplicación y división de decimales 1	13
	Números y operaciones	Razones	14
	Geometría	Ángulos en triángulos y cuadriláteros	12
	Números y operaciones	Porcentajes	9
	Números y operaciones	Aventura Matemática	2

Figura 1: Planificación del primer semestre de sexto año básico. (Isoda, 2020, p 11)

Más adelante se presenta el desarrollo de la planificación que entrega el texto para guiar al docente. Así, para el Capítulo 8, considera 4 planificaciones por la enseñanza del Objetivo de Aprendizaje 12. El resumen se presenta en la tabla 3.

Tabla 3: Desglose del Objetivo de Aprendizaje 12.

Sesión	Propósito	Habilidad	Recursos	Tiempo	Actividades asociadas del texto del estudiante
1	Que los estudiantes comprendan que los triángulos pueden caracterizarse a partir de las relaciones entre las medidas de sus lados y de sus ángulos.	Representar. Argumentar y comunicar.	Regla, escuadra, compás, transportador y lápices de colores (rojo, azul, verde, morado, café). Plumones de estos mismos colores.	45 min. TE.	1, 2 ,3

2	Que los estudiantes conozcan la clasificación de triángulos según las longitudes de sus lados y que comprendan que la posibilidad de construir un triángulo depende de la relación entre estas longitudes. Que los estudiantes comprendan la relación entre la longitud relativa de un lado y el tamaño relativo del ángulo opuesto en un triángulo.	Representar. Argumentar y comunicar.	Regla, escuadra, transportador, compás y lápices de colores (rojo, azul, verde, morado y café).	45 min. TE.	4, 5, 6
3	Que los estudiantes comprendan que, dados los tres ángulos, no es posible construir un único triángulo. Además, que construyan triángulos dados dos elementos (lados o ángulos) y el que se encuentra entre ellos (ángulo o lado).	Argumentar y comunicar.	Regla, juego de escuadras, compás, transportador.	45 min. 30 TE. 15 TA.	7, 8.
4	Que los estudiantes comprendan que, dadas las medidas de dos ángulos, es posible que no se pueda construir un triángulo. Que los estudiantes conozcan la clasificación de los triángulos según el tamaño de sus ángulos.	Representar. Argumentar y comunicar.	Regla, transportador.	45 min. 20 TE. 25 CA.	9, 10.

FUENTE: Elaboración propia a partir de la Guía didáctica del Docente Sumo Primero 6º Básico.

2.6 Texto del Estudiante Sumo Primero 6º Básico

En el Texto del Estudiante Sumo Primero se presentan los ejercicios asociados a cada Propósito planteado en las sesiones planificadas en la Guía Didáctica Sumo Primero (ANEXO 3). En dichos ejercicios no existen definiciones de ningún tipo. Más bien, se trabajan todos los denominados “propósitos” desde la resolución de problemas que permiten

el tratamiento de los elementos y propiedades del triángulo.

2.7 Cuaderno de Actividades y Tickets de Salida Sumo Primero 6° Básico

El Cuaderno de Actividades Sumo Primero plantea ejercicios complementarios a los planteados en el texto Sumo Primero (ANEXO 4). En la tabla 4 se presenta un resumen de las actividades asociadas a cada sesión planificada en la Guía Didáctica Sumo Primero. También se incluyen los Tickets de Salida (ANEXO 5).

Tabla 4: *Actividades por sesión planificada en Sumo Primero sexto básico.*

Sesión	Página del Cuaderno de Actividades	Tickets de Salida
1	59	-
2	-	100
3	60	-
4	61	102

FUENTE: *Elaboración propia.*

A partir del objetivo de aprendizaje presentado en la Tabla 2, se espera que los profesores diseñen sesiones que abordan los contenidos a enseñar, donde pondremos la atención en los recursos y medios que utilizan.

2.8 Fichas Pedagógicas para la Priorización Curricular 6° Básico Matemática OA 12

Las fichas pedagógicas están construidas a partir de priorización Nivel 1 y Nivel 2. El primer nivel es denominado Objetivos imprescindibles y se refieren a “aquellos que permiten avanzar en los aprendizajes esenciales de una asignatura o sector”, mientras que el segundo nivel corresponde a Objetivos integradores y significativos, definidos como “aquellos que permiten a los estudiantes transitar entre las distintas áreas del conocimiento y responder como ciudadano activa y responsablemente en la sociedad” (UCE-MINEDUC, 2020, pp 2).

El tratamiento del objeto triángulos en esta priorización es de nivel 2, por lo que alcanza a tener una Ficha Pedagógica que oriente la implementación bajo la modalidad actual. Las actividades propuestas se encuentran en el Anexo 6.

Capítulo 3

Marco teórico

Para este estudio se evaluará el vínculo que existe entre las concepciones y las prácticas docentes, a propósito del uso de recursos y medios escogidos en la enseñanza de triángulos. Para ello, daremos a conocer las definiciones que se considerarán en este estudio, considerando, por una parte, a la Faceta Mediacional del Enfoque Ontosemiótico, y por otra, a los conceptos de recursos, concepciones y prácticas matemáticas.

3.1 El Enfoque Ontosemiótico

El Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) es una herramienta general que articula diferentes puntos de vista y nociones teóricas de la didáctica de las matemáticas en la que resalta el carácter relacional y multidimensional que involucra la instrucción de esta disciplina (Godino, 2013). En la figura 2 podemos ver las interacciones entre las diferentes dimensiones que considera.



Figura 2: Facetas y niveles de análisis didáctico del EOS.

La interacción de las facetas en dos formas, entre ellas, y en niveles dentro de cada

una. En estos niveles encontramos “las prácticas o acciones de los agentes implicados, las configuraciones de los objetos intervinientes, las normas que condiciones y soportan la realización de las prácticas y la valoración de la idoneidad o adecuación del proceso educativo en su totalidad” (Godino, 2013, p 115).

La introducción de la idoneidad didáctica en el EOS ha venido a proponer un tránsito desde lo descriptivo-explicativo hacia lo normativo, en el sentido de realizar intervenciones efectivas dentro del aula (Godino, 2013). Para Godino et al (2017, p 115) la idoneidad didáctica se define como “la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes:”

Tabla 5: Componentes y descriptores de la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción.

Componente	Descriptor
Idoneidad epistémica	se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.
Idoneidad cognitiva	expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados.
Idoneidad interaccional	Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales, y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.
Idoneidad mediacional	grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje.
Idoneidad afectiva	grado de implicación (interés, motivación, ...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.
Idoneidad ecológica	grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

FUENTE: Godino (2013, p 117).

Para nuestra investigación nos centraremos en la idoneidad mediacional. Godino

(2013) nos permite categorizar en tres componentes a esta faceta:

Tabla 6: Pauta de análisis de la idoneidad mediacional.

Componentes	Indicadores
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	<ul style="list-style-type: none"> - Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido - Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<ul style="list-style-type: none"> - El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida - El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora) - El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido
Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> - El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida - Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema - Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión

FUENTE: Godino (2013, p 125).

Con estos indicadores, categorizaremos los recursos y medios utilizados en la enseñanza del triángulo por los profesores en investigación.

3.2 Concepciones

Carrillo (1998) señala al término concepciones como un “conjunto de creencias y posicionamientos que el investigador interpreta posee el individuo, a partir del análisis de sus opiniones y respuestas a preguntas sobre su práctica”, definición que compartiremos para nuestro estudio.

3.3 Prácticas matemáticas

La definición de práctica matemática que utilizaremos es la que está presente en el EOS donde es considerada como “toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas” (Godino y Batanero, 1994, p. 334).

3.4 Recursos

En el caso particular de la geometría los recursos involucrados en su enseñanza consideran materiales que permiten la representación de las figuras. Por medio de tales representaciones es posible acceder a sus significados y propiedades. Estos recursos pueden clasificarse, según Godino (2011) en manipulativos o informáticos e incluyen el material manipulativo, libros y apuntes, tecnología y tiempo disponible (Arteaga et al, 2017).

Considerando las definiciones anteriores, realizaremos el trabajo de articulación entre la valoración que haremos de las prácticas observadas por medio de la idoneidad didáctica desde la faceta mediacional, y las concepciones recogidas en las declaraciones de los docentes respecto a la instrucción de la geometría. Posterior a este análisis, recogeremos los vínculos observables entre un tipo de práctica determinada y la concepción que la sostiene.

Capítulo 4

Objetivos

Considerando los antecedentes presentados hasta aquí la pregunta de esta investigación quedaría del siguiente modo: ¿Qué concepciones de los docentes en estudio definen su modo de enseñar triángulos en sexto año básico?

4.1 Objetivo general:

Caracterizar las concepciones que definen el uso de determinados recursos y medios frente a la enseñanza de los triángulos en sexto año básico.

4.2 Objetivos específicos:

- Categorizar las prácticas de enseñanza de profesores respecto al uso de recursos en la enseñanza de triángulos en sexto año básico.
- Categorizar las concepciones de profesores respecto al uso de recursos en su enseñanza de triángulos en sexto año básico.
- Identificar el vínculo entre las prácticas y las declaraciones que definen un tipo de instrucción determinada.

Capítulo 5

Metodología

5.1 Tipo de estudio

La metodología de investigación para el presente estudio se enmarca en el carácter cualitativo bajo un paradigma interpretativo, en tanto busca explorar la forma en que los profesores experimentan y comprenden su mundo. De este modo, según Kvale (2011), es posible tener acceso al mundo vivido por los sujetos, a través de la descripción en propias palabras de las actividades, experiencias y opiniones.

5.2 Estrategia de investigación

El método de estudio corresponde a un estudio de caso, pues se trata de una investigación de carácter empírica que estudia el fenómeno dentro del contexto de la vida real, desde donde se obtienen distintas fuentes de evidencia, como las entrevistas o las observaciones de clases, cuyos resultados favorecen el desarrollo de proposiciones teóricas.

5.3 Etapas

Para la realización de esta investigación se consideraron cinco etapas:

- i) Análisis de artículos de investigaciones afines.
- ii) Análisis del Programa de Estudio del Ministerio de Educación chileno. Incluye el análisis de Guía didáctica, Texto de Estudio y Cuaderno de actividades oficial y del programa Sumo Primero.
- iii) Diseño de instrumentos para la recogida de datos.
 - a. Entrevista: se aplicará una encuesta con tres preguntas abiertas y siete preguntas cerradas. Las preguntas abiertas buscan información sobre las concepciones de los profesores respecto a la enseñanza de la geometría escolar y del uso de recursos. Mientras que las preguntas cerradas están separadas en tres dimensiones: Formativa, Currículo-institucional y Recursos y medios.

- b. Observaciones de clases con una pauta tomada desde la faceta mediacional del EOS (Godino, 2013).
- iv) Contacto con la institución educativa.
- v) Análisis de la información: cruce de datos entre entrevistas y observaciones de clases.

Tabla 7: Carta Gantt para el desarrollo de la investigación.

Actividad	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Diseño Instrumento	X	X	X	X	X					
Observación de clases								X	X	
Entrevistas								X	X	
Análisis de información								X	X	X
Análisis de artículos afines	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

5.4 Tratamiento de la información recogida en las observaciones de clases

Para el análisis de la información respecto a los recursos que los docentes en estudio utilizaron para la enseñanza del triángulo aplicaremos la herramienta del EOS, representada en el cuadro de categorías y descriptores de la idoneidad didáctica mediacional (tabla 5).

5.5 Tratamiento de la información obtenida en la encuesta mixta

Las unidades de análisis fueron el elemento básico para el tratamiento de la información obtenida en la encuesta abierta. Éstas se definen como “palabras o conjuntos de ellas procedentes de las respuestas, que tienen significado en relación a los objetivos de la

investigación” (Barrantes et al, 2004). Mediante esta herramienta se identificaron convergencias en las declaraciones de los docentes, para posteriormente clasificarlas en categorías significantes que permitieran su análisis.

5.6 Participantes

La muestra consta de tres profesores participantes cuyo criterio de selección se determinó en base al nivel escolar en el que se imparte la enseñanza de triángulos, en este caso, corresponde a docentes en ejercicio que realizan clases en sexto básico. Los docentes pertenecen a tres establecimientos particulares subvencionados de la zona sur de Chile que realizan clases de matemáticas en este nivel. La Profesora 1 y el Profesor 2 son Profesores de Enseñanza Básica con mención en Matemáticas con diez y quince años de experiencia respectivamente. El profesor 3 es Profesor de Matemáticas tiene un año de experiencia.

5.7 Criterios para asegurar la rigurosidad de la investigación

Para asegurar la rigurosidad ético-profesional de la investigación, se tomará el consentimiento informado de cada profesor participante, a modo de mantenerlos al tanto sobre los derechos que poseen.

Por otra parte, se realizará la triangulación entre la información recogida en la observación de clases y las entrevistas genuinas aplicadas posteriormente.

La faceta mediacional del EOS permitirá categorizar las prácticas implementadas en las sesiones de clases; y la clasificación en unidades de análisis significantes permitirán a su vez categorizar las declaraciones obtenidas en la encuesta mixta.

5.8 Situación curricular extraordinaria por crisis sanitaria global

Producto de la crisis sanitaria global a causa del COVID-19 las sesiones de clases han sido adaptadas a los aforos y condiciones determinados por la autoridad sanitaria. De este modo, curricularmente se hicieron prioritizaciones de contenidos. Considerando esta situación,

se aseguró que el OA 12 esté dentro de las Fichas pedagógicas para la Priorización Curricular de Matemática 6° Básico (UCE-MINEDUC, 2020, pp 3). En dicho documento, se señala que las estrategias didácticas sugeridas se deben ajustar al contexto, sea este presencial o de forma remota.

Al momento de la observación, y producto de los aforos limitados, dos de los establecimientos tenían clases en modalidad remota. El establecimiento de la Profesora 1, lo hacía de manera híbrida, es decir, la clase presencial era transmitida a la misma vez a los estudiantes que asistían en línea. El establecimiento del Profesor 2 tenía las dos modalidades, pero de manera separada. En la modalidad presencial, actuaba él, y en modalidad remota, otra profesora. El establecimiento del Profesor 3 impartía clases sólo en modalidad presencial.

El tiempo de duración de las clases también se vio afectado, disminuyendo a la mitad en los tres establecimientos.

Capítulo 6

Resultados

6.1 Categorización de prácticas pedagógicas

Los componentes de la faceta mediacional nos permitieron categorizar las prácticas pedagógicas implementadas desde tres aspectos:

6.1.1 Recursos materiales

Se observó que los tres docentes en ejercicio implementaron sus sesiones de clases utilizando recursos materiales distintivos de la enseñanza de la geometría, específicamente del triángulo. Se utilizaron compás y regla para la construcción de triángulos. Se caracteriza al Profesor 2 por llevar el material a los estudiantes, asegurando que todos pudieran trabajar. En otro aspecto, la Profesora 1 utilizó recursos digitales, pero no de uso geométrico (proyector de diapositivas digitales). Por medio de este recurso enseñó la definición del triángulo y la forma en que se clasifican. Dos profesores utilizaron material concreto para la enseñanza de un contenido específico: la Profesora 1 utilizó papel, colores y tijeras para enseñar que los ángulos interiores del triángulo suman un ángulo extendido; mientras que el Profesor 3 llevó tallarines con distintas medidas para enseñar la desigualdad triangular. El pizarrón fue en todo momento el centro de todas las sesiones, tanto para guiar las construcciones, como para presentar las definiciones cuando las hubo. La Profesora 1 utilizó el texto Sumo Primero para extraer ejercicios desde el Cuaderno de Actividades. La planificación de la clase contenía el OA a trabajar y la fecha en que se implementaría.

6.1.2 Número de alumnos, horario y condiciones del aula

El número de alumnos por sesión fue distinto en cada establecimiento educacional (EE): en el EE de la Profesora 1, hubo un promedio de 17 estudiantes presenciales y 15 en modalidad virtual; en el Profesor 2, hubo 17 estudiantes presenciales; mientras

que en el profesor 3 hubo 8 estudiantes presenciales. Las sesiones ocurrieron a primera hora de la mañana (entre ocho y ocho y media am). Ninguna de las salas estaba equipada para el tema en específico abordado. Dos de ellas tenían buena iluminación.

6.1.3 Tiempo

Las sesiones duraron entre 45 a 50 minutos. Explícitamente no se incluyó tiempo para el trabajo fuera de clases. El tiempo para el tratamiento de los contenidos varió significativamente entre cada uno de los docentes: Por una parte, la Profesora 1, destinó tres sesiones a la enseñanza de los triángulos. El Profesor 2, dos sesiones, y el Profesor 3, una sesión. El discurso del profesor sostuvo de manera exclusiva las sesiones de los profesores 2 y 3. En el caso de la Profesora 1, se mezclaba con breves espacios para el trabajo autónomo de los estudiantes. Los contenidos vistos fueron distintos en los tres profesores: la Profesora 1 vio todos los contenidos considerados para la enseñanza del triángulo, desde su definición, clasificación según la medida de sus lados y ángulos y desigualdad triangular. El Profesor 2, construyó triángulos según la medida de sus lados en todas las sesiones. También hubo espacio para presentar la desigualdad triangular. El Profesor 3 comenzó la sesión con la desigualdad triangular y finalizó con la construcción de triángulos según la medida de sus lados. Cabe señalar que las sesiones tuvieron una duración reducida respecto a un año normal en el que no existen ajustes curriculares producto de la situación socio sanitaria mundial.

6.2 *Categorización de concepciones docentes*

La encuesta mixta nos permitió categorizar las declaraciones de los docentes para luego construir un relato coherente respecto a las concepciones que sostienen en relación con las dimensiones consultadas en los instrumentos aplicados.

6.2.1 Cuestionario cerrado

Dos de los tres docentes reconocen haber tenido una formación deficiente en la etapa

escolar (Profesor 2 y 3). Cuando consultamos por la misma formación, pero en etapa de pregrado, dos de los tres docentes reconocen haber tratado detenidamente la enseñanza de la geometría desde al menos una estrategia didáctica (Profesor 1 y 3). Por otra parte, el Profesor 2 y 3 reconocen no haber visto la totalidad de contenidos necesarios para las sesiones de clases que deben implementar hoy. Respecto a la institución en la que trabajan los tres docentes señalan que se promueve la implementación curricular por objetivos declarados en los Planes y Programas del Ministerio de Educación chileno. En este mismo sentido, el Profesor 1 y 2 reconocen adherirse estrictamente a dichos Planes y Programas, en tanto que el Profesor 3 declara hacerlo principalmente por medio del texto de estudio del nivel. Agregan, además, que es la misma institución la que les entrega libertad para escoger un determinado tipo de recurso para la instrucción. Cuando preguntamos por la disponibilidad de recursos desde la institución para la implementación de las clases, dos de los tres profesores (Profesora 1 y Profesor 3) admiten no contar con ellos. Finalmente, cuando son consultados por el tipo de recurso que escogen para las sesiones de clases, los tres docentes señalan que están determinados por los objetivos de aprendizaje a los que deben responder.

6.2.2 Cuestionario abierto

En el cuestionario abierto se consultaron sobre tres aspectos relacionados con la enseñanza de la geometría.

- Frente a la pregunta ¿qué piensa usted sobre la importancia de la geometría en la etapa escolar? Las respuestas coincidieron en su valor, pero asociado a distintos aspectos: la Profesora 1 señaló que:
"Es importante para el desarrollo de sus habilidades, para la resolución de conflictos. No solamente a esta edad sino cuando son grandes, para todo lo que es lateralidad, espacialidad. Hasta cuando manejas. Para estacionarte. Yo creo que es parte de la formación integral que se espera en la educación".

Por otra parte, el Profesor 2 admite que:

"Permite aplicar conocimientos ya definidos en otras áreas de la matemática. Primer ciclo generar conocimiento aritmético y operatorio y en segundo ciclo básico ya, cuando empiezan a generalizar fórmulas, a aplicar también conocimiento algebraico. También ayuda, dentro de las habilidades que comentan los currículums, el tema de la resolución de problemas y el modelamiento matemático".

El profesor 3 relaciona su importancia con la relevancia que tiene la geometría como disciplina para la humanidad, es así como señala:

“bajo la premisa de que la geometría, que desde la geometría surgen las abstracciones, pero se supone que desde las necesidades del ser humano es donde nacen las nociones matemáticas, entonces desde ahí obviamente, vienen todas estas ramas, que están divididas. Entonces, creo que la enseñanza y el aprendizaje de la geometría tiene que ver también con nuestras necesidades vividas".

- Cuando consultamos por el valor del uso de recursos en la enseñanza de la geometría, podemos encontrarnos con dos tipos de respuestas por cada uno de los docentes. Por una parte, existe una valorización positiva de los recursos, pero desde distintos puntos de vista. Así, la Profesora 1 señala que:

"El usar el compás, la regla, así, de manera concreta, es importante, porque la geometría tiene que ver con las figuras, con el espacio, y no lo puedo trabajar todo de manera abstracta, porque es más complejo de entenderlo".

El Profesor 2 relaciona el uso de recursos con la motivación que despierta en los estudiantes:

"el mismo hecho de sacar del contexto, el lápiz y el papel solamente a los estudiantes y llevarlos a otro tipo de actividades. A ellos les gusta mucho. Les llama mucho la atención".

Por su parte, el Profesor 3 valora el uso de recursos porque permite realizar

comparaciones en las construcciones que llevan a la mejor comprensión de los conceptos:

“[Por ejemplo], el material concreto, que fue al menos lo que yo usé en esta sesión que fueron los tallarines. Estos tallarines que unos eran más largos que otros. Estos representaban después las medidas que nosotros también podemos hacer en el compás. Los movimientos que nosotros hacemos son los giros que el compás hace en la hoja, entonces ir relacionando a lo mejor estas cosas”.

En otra dimensión, es posible verificar que los tres docentes en estudio tienen una valoración negativa del uso de recursos digitales específicos de geometría para este nivel. Los motivos varían y van desde el desconocimiento para la Profesora 1 quien señala que:

"Yo no manejaba software [...] pero ahí ya era un tema mío porque yo nunca había hecho matemática en sexto, por lo tanto, mucho software específico para enseñar así un contenido específico no manejaba”.

El Profesor 2 admite que:

“Tal vez un curso más grande, donde los estudiantes ya manejen otro nivel la geometría, podría servir [el software]”.

Mientras que el Profesor 3 declaraba que:

“también falta de repente uno, como capacitarse un poquito más en ese sentido. Y uno desconoce algunas herramientas de lo digital. Con suerte te podría decir dos o tres. Entonces, ahí yo creo que los profes estamos un poquito lejos”.

Sin embargo, los tres coinciden en que la tecnología suele ser un obstáculo a la hora de implementar una sesión utilizando recursos digitales, esto ligado a varios aspectos: Profesora 1 señalaba que:

“En la modalidad [híbrida] en la que estamos [...] resulta super complejo

explicar con un compás grande y la regla y todo en la pizarra, si tengo otros niños de manera en línea, qué la cámara no daba bien el ángulo. Que los trazos no se van a marcar. Es difícil".

El Profesor 2, por su parte, admite que:

"por lo menos ahora en este contexto de pandemia, muy complejo de aplicar, poder llevarlo a la práctica".

Y el Profesor 3 agrega que:

"lo he intentado, en algunas ocasiones hacer esta relación entre lo abstracto y lo gráfico, utilizando también GeoGebra o estos recursos más digitales. Algunas veces resulta otras veces no. Porque en realidad es por cosas del contexto. De repente no funciona porque se echó a perder el computador. Justo no anda el internet. Entonces esas son algunos obstáculos que uno no quiera ir mucho por ese lado, por el lado digital".

- Ante la pregunta, ¿qué opinión le merece que, en los objetivos de aprendizaje relacionados con la enseñanza de la geometría, se solicite explícitamente el uso de instrumentos o software geométricos?, las respuestas coincidieron en su importancia, pero desde distintos puntos de vista. La Profesora 1 admite que:

"Fue necesario que salga de manera explícita para que sea un lineamiento que el profesor siga. Porque o si no quedaba abierto al que quisiera lo usara y el que no... Que era lo que pasaba".

El Profesor 2 vuelve a relacionar la importancia de la obligatoriedad del uso de recursos con lo atractivo que resulta para los estudiantes:

"Me parece bastante bien. Me parece bueno. Creo que debería trabajarse un poquito más. E insisto es una estrategia, o sea, es una alternativa de trabajo, a mi modo de ver, que a la mayoría de los estudiantes les llama mucho la atención. Les es más atractivo, más entretenido para ellos, trabajar. Los

estudiantes que son no sé, tal vez, más por así decirlo desordenados, más inquietos, como que están ansiosos de esperar la siguiente instrucción y algunos hasta a veces se adelantan para tratar de hacerlo".

El Profesor 3 por su parte:

"Super bien, porque a través de la construcción y la comparación se va entendiendo el concepto de triángulo también. Y no solamente, la comparación, la identificación de elementos, también. Esto de familiarizarse con el objeto matemático que en ese caso es el triángulo".

Capítulo 7

Discusiones

7.1 La enseñanza de la geometría

Los profesores en estudio tienen una valoración positiva respecto a enseñar geometría referida principalmente al desarrollo de habilidades de pensamiento espacial, no obstante, existe también una sensación de que la propia geometría no es trabajada con la importancia que exige, especialmente en aspectos relacionados con el tiempo que se le destina curricularmente y el momento del año en que se implementa el eje. Esto va de la mano con lo señalado por Arceo et al (2013) quien afirma que la falta de tiempo es considerada como la principal dificultad para la enseñanza de la geometría. No obstante, esto dista de lo expuesto por Reyes et al (2013) quienes afirman que son efectivamente el eje Números y Geometría los que han ocupado por más tiempo la priorización de contenidos en enseñanza básica en el currículum chileno, siendo Álgebra y Probabilidades y Estadística ejes nuevos que se han introducido de forma mesurada. Parece ser, entonces, que la concepción de que la Geometría no tiene la relevancia que exige es una percepción de los docentes participantes. Báez e Iglesias (2007) afirman que estas concepciones han demostrado influenciar de manera negativa a la enseñanza de la geometría.

En otro aspecto, existe acuerdo en la importancia que tiene el uso de recursos apropiados para la enseñanza de la geometría. Esto va de la mano con la respuesta que tienen los tres docentes al momento de escoger los recursos que utilizaron, presentando todos ellos elecciones favorables a los distintos significados que se pretendían transmitir. Esta misma importancia es relevada por García y López (2008) quienes afirman que la construcción de figuras permite la exploración y profundización de los conocimientos en juego. No obstante, cabe destacar que, en general, las actividades propuestas respondieron a ejercicios de visualización, extrañándose construcciones que involucraran el manejo de los elementos de forma combinada (por ejemplo, construir triángulos a partir de dos ángulos y el lado que comprenden). Nace la interrogante sobre si el ejercicio rutinario es sólo una forma de plantear el contenido o si se trata de un recurso exclusivo para la enseñanza.

Por otra parte, reconoce que las instituciones en las que se desempeñan como docentes promueven la implementación curricular de acuerdo con las solicitudes ministeriales, a la vez que permiten escoger los recursos didácticos que serán utilizados. No obstante, existen diferencias en las respuestas respecto a la disponibilidad que la propia institución tiene en cuanto a materiales para la enseñanza de la geometría. Así, dos de los docentes reconocen no contar con recursos para la instrucción. Esto se relaciona con lo documentado por Fabres (2016) quién sostiene que entre las justificaciones para no usar recursos por parte de los docentes es que no existe suficiente variedad, o que no alcanzan para todos los alumnos.

7.2 Los recursos utilizados para la enseñanza del triángulo

El número de recursos utilizados para enseñar los elementos, propiedades y características del triángulo parece estar relacionada con la diversidad de significados pretendidos por el docente que implementa las sesiones. Aun cuando los tres profesores señalaron adherirse estrictamente a las solicitudes ministeriales respecto a la implementación del currículum, podemos informar que es solo la profesora quien implementa más actividades sugeridas en el Programa de Estudio, incluyendo la definición del triángulo, las propiedades y clasificación según la medida de sus lados y de sus ángulos. Gran parte del soporte de sus actividades estuvo determinada por el uso de diapositivas con los contenidos trabajados. Esto le permitió definir conceptos que no aparecen explícitos en el Texto del Estudiante ni en el Cuaderno de Actividades. Los dos docentes que no utilizaron textos trabajaron la clasificación de triángulos según la medida de sus lados y la desigualdad triangular. No hubo otro desarrollo de conceptos en las sesiones. Podría inferirse que la decisión de utilizar más material ministerial determina una mejor cobertura de contenidos, de acuerdo con las planificaciones propuestas en los textos que se entregan. En este sentido, Rodríguez et al (2015, p 186) señalan que “la cobertura curricular, en especial la profundidad con que se aborda el currículum por parte del docente, no tan solo es expresión del nivel de exposición en unidad de tiempo que se le dedica al contenido, sino también a la calidad de la estrategia didáctica implementada”.

En otra línea, el discurso del profesor sostiene en todo momento la instrucción en todas las sesiones observadas. Si bien existen momentos muy esporádicos dentro de la clase donde se permite un trabajo autónomo, ninguno de ellos solicita el descubrimiento de alguna de las propiedades del triángulo por parte propia en los estudiantes. Este tipo de práctica también fue documentada por Fabres (2016) quien destaca que las actividades de los docentes han estado relacionadas con explicaciones verbales asociadas a ejercicios repetitivos, en lo que se conoce como orientación dirigida.

Es conveniente detenernos un momento en el recurso del discurso del profesor. Si analizamos la cantidad de tiempo que éste estuvo presente en cada una de las sesiones, nos encontraremos que no existen diferencias entre los tres docentes observados. No obstante, si consideramos a este discurso como uno de los recursos utilizados, notaremos que su relevancia cobra otro valor. Por ejemplo, en las sesiones de la profesora que utiliza la mayor diversidad de recursos, el discurso se presenta como un complemento a los contenidos visualizados en las diapositivas de las clases, mientras que en el caso del profesor que utiliza exclusivamente compás y regla, se presenta como principal mediador entre la enseñanza pretendida y los estudiantes. De este modo, en el primer caso, la enseñanza se sostiene sobre las definiciones presentadas en las diapositivas, mientras que, en el segundo caso, se sostienen únicamente en el discurso del docente que imparte la clase.

En otro aspecto, el uso de material concreto permitió, en uno de los casos, abordar la propiedad de la desigualdad triangular. Aquí podemos analizar la efectividad de una determinada estrategia de enseñanza a partir de la pertinencia del recurso que se escoge para la enseñanza de un contenido específico. Por ejemplo, en este mismo caso, uno de los docentes elige utilizar tallarines para representar las posibilidades de construir o no un triángulo con determinadas longitudes de segmentos, mientras que los otros dos prefieren hacerlo a través del compás y la regla. Nace entonces la interrogante frente a dos recursos, ¿existe alguno que aborde didácticamente de mejor manera un contenido específico? En otro de los casos, el material concreto se utiliza para representar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo equivale a un ángulo extendido. Indistintamente de la estrategia didáctica utilizada, los tres docentes valoran a este tipo de material como indispensable para la enseñanza, reconociendo que todavía es necesario su uso, ya sea por el nivel en el que se

encuentran los estudiantes, por la solicitud explícita de la institución o por la motivación que muestran los alumnos a la hora de trabajar con ellos. Este último argumento, confirma el antecedente presentado por Adam (1956) al inicio de nuestra investigación, quién afirmaba que el estudiante tomará protagonismo en su aprendizaje en la medida que se perciba como un ente activo del mismo.

Llama la atención que los tres docentes en estudio respondieron al objetivo curricular propuesto por medio de recursos que excluyeron el uso de software geométrico. Esto está en disonancia con la importancia que le entregan Simanca et al (2017) al uso de estas herramientas a propósito de lo inmerso que está la sociedad en el desarrollo tecnológico y por el apoyo que ha demostrado ser para la enseñanza. Las razones aludidas por los docentes son desconocimiento sobre su uso, complejidad para el nivel y problemas técnicos al momento de la implementación.

Frente a la exigencia que pretende la enseñanza en modalidad híbrida no se aprecia ninguna acomodación de las estrategias para los estudiantes que están en casa. De hecho, la profesora que implementa sus clases bajo esta modalidad reconoce que no le es posible abordar de manera adecuada a los estudiantes que están en línea, puesto que los propios recursos digitales de transmisión y recepción de información le son deficientes para este objetivo.

Cuando analizamos la relación que existe entre las concepciones respecto a la formación docente, tanto en la etapa escolar, como en la de pregrado, con la diversidad de recursos que se utilizaron para la enseñanza del triángulo, se informa que en general fue deficiente para dos de los docentes. En este sentido, es la profesora que utiliza más diversidad de recursos, la que también reconoce haber tenido una formación que le fue satisfactoria. Esto se relaciona con lo dicho por Fernández y Vale (1994) quienes consideran que es su etapa de formación la que determina en mayor medida las concepciones que los docentes poseen, en lugar de nuevas propuestas didácticas de enseñanza.

Capítulo 8

Conclusiones

8.1 Con relación al Objetivo General

Caracterizar las concepciones que definen el uso de determinados recursos y medios frente a la enseñanza de los triángulos en sexto año básico.

Fue posible caracterizar ciertas concepciones que determinan o influyen la elección de recursos para la enseñanza del triángulo en sexto básico. De este modo, es posible presentar información que relaciona las prácticas de los docentes frente a sus concepciones declaradas.

8.1.1 Con relación al objetivo específico 1

Categorizar las prácticas de enseñanza de profesores respecto al uso de recursos en la enseñanza de triángulos en sexto año básico.

Por medio de la categorización de las prácticas docentes implementadas en la enseñanza del triángulo, a través de la faceta mediacional del EOS, fue posible apreciar que el tiempo asignado para la enseñanza del triángulo varió de forma importante en cada uno de los docentes en estudio. La cantidad de recursos utilizados para la instrucción no siempre estuvo relacionada con el tiempo disponible para la misma, sino más bien, con el tipo de contenido que se deseaba abordar. El uso de textos de actividades propuestos por el Ministerio de Educación influencia de manera positiva la cobertura curricular. Por diversas razones, no se utilizó software geométrico en la implementación de las sesiones.

8.1.2 Con relación al objetivo específico 2

Categorizar las concepciones de profesores respecto al uso de recursos en la enseñanza de triángulos en sexto año básico.

A partir de las declaraciones recogidas en la encuesta mixta se pudieron categorizar algunas de las concepciones de los docentes respecto a temas que se plantearon de interés para esta

investigación. Por ejemplo, es posible apreciar que existe una valoración positiva de la enseñanza de la geometría en la etapa escolar, no obstante, se reconocen obstáculos que impiden su correcto abordaje relacionados con el tiempo y el momento que se destina para la implementación de las sesiones dentro de la planificación curricular del año. Por otra parte, existe acuerdo en que la enseñanza de la geometría con el uso de instrumentos permite mejores aprendizajes, tanto por la motivación misma de los estudiantes, como por la posibilidad de trabajar con material concreto dentro de las clases, lo que facilita la visualización de las figuras en estudio. En el mismo sentido, valoran el hecho de la obligatoriedad de usar instrumentos según el Programa de Estudio chileno.

Todos los profesores en estudio afirman ceñirse a los objetivos de aprendizaje planteados por el Ministerio de Educación, no obstante, en sus sesiones existen diferencias notorias respecto a la cantidad de contenidos abordados en la enseñanza del triángulo. La valoración de la propia formación en la etapa escolar y de pregrado de los profesores se relaciona con la cantidad de recursos que utilizaron para la enseñanza de este objeto geométrico. Existe la concepción de que los estudiantes no llevan los recursos solicitados para el trabajo en clases, no obstante, sólo un profesor reacciona frente a esa realidad solicitando los materiales a la institución donde trabaja.

8.1.3 Con relación al objetivo específico 3

Identificar el vínculo entre las prácticas y las declaraciones que definen un tipo de instrucción determinada.

La valoración positiva que hacen del uso de instrumentos parece determinar su elección de recursos a la hora de enseñar el triángulo. La idea de que la institución no cuenta con los recursos necesarios para la enseñanza de la geometría está presente en dos de los tres docentes en estudio. También, se identifica la concepción que los estudiantes por su nivel no podrían responder a la enseñanza de la geometría utilizando software geométrico como un determinante para no elegirlo un recurso didáctico. Es posible observar, además, que los profesores tienen la idea de que Geometría está relegada respecto a los otros ejes en cuanto a tiempo destinado curricularmente.

Referencias bibliográficas

- Adam, P. (1985). Enseñanza heurística de la matemática. *En N.R.EE.MM.* 7(1)
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. (1997). Invitación a la Didáctica de la Geometría. *Matemática: Cultura y Aprendizaje* N°12. Madrid: Editorial Síntesis.
- Alvarado, J., Soto, P. y Villalobos, N. (2021). Guía Didáctica del Docente. Matemática. Sexto Básico. Departamento de Investigaciones Educativas de Editorial Santillana. Tomo 2.
- Arceo, C., Chan, D. y Rossetti, A. (2013). Recuerdos, expectativas y concepciones de los docentes de matemática sobre la enseñanza de la geometría en la escuela media. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* 26. pp 1523-1530.
- Arteaga, P., Batanero, C. y Gea, M. (2017). La componente mediacional del conocimiento didáctico- matemático de futuros profesores sobre estadística: un estudio de evaluación exploratorio. *Educacao Matemática Debate* 1(1), pp 54-75.
- Báez, R. e Iglesias, M. (2007). Principios Didácticos a Seguir en el Proceso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría en la UPEL “El Mácaro”. *Enseñanza de la Matemática*, Vols. 12 al 16; N° Extraordinario; 2003 – 2007, pp 67-87
- Baeza, A., Barriga, P., Correa, C., Miranda, R., Guajardo, M., Rojas, C., Venegas, S. y Villena, M. (2008). *Geometría y Trigonometría. Manual Esencial.* Santillana.
- Barboza, J. (2013). Explorar y Descubrir para Conceptualizar en Geometría. *Scientia Et Technica*, 18(2),369-375.[fecha de Consulta 6 de Diciembre de 2021]. ISSN: 0122-1701. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84929153012>
- Andonegui Zabala, M. (2006). Geometría: conceptos y construcciones elementales. *Serie desarrollo del pensamiento matemático.* 2006/12, Caracas: UNESCO.
- Barrantes, M. y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Investigación Didáctica.*

Enseñanza de las ciencias, 22(2), 241-250.

- Caballero, A., Blanco L. y Guerrero, E. (2008) El dominio afectivo en futuros maestros de matemáticas en la universidad de extremadura. *Paradigma*, 29(2), 157-171.
- Calderhead, J. (1996), Teachers: Beliefs and Knowledge. En: Berliner, D. C. Calfee, R. C. (eds.). *Handbook of Educational Psychology*. 3, 709-725.
- Carrillo, J. (2000). La formación del profesorado para el aprendizaje de las matemáticas. *UNO*. 24, 79-91.
- Castro, J. (2007). Experiencias Didácticas para el Mejoramiento de la Práctica Pedagógica del Profesor de Artes Plásticas. *Educación*, vol. 31, n. 001, 109-121.
- Contreras, L., Zakaryan, D., Carrillo, J. y Vasco, D. (2014). Nuestras concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Chan, K.-W. y Elliott, R. G. (2000). Exploratory study of epistemological beliefs of Hong Kong teacher education students: Resolving conceptual and empirical issues. *Asia-Pacific Journal of Teacher Education*, 28, 225-234.
- Climent, N. y Carillo, J. (2002). Una propuesta para la formación inicial de maestros. Ejemplificación: los triángulos, una situación de primaria. *Revista EMA* 7(2), 171-205.
- Da Ponte, J. (1999). Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros. En K. Krainer y F. Goffree (Eds.), *On research in teacher education: from a study of teaching practices to issues in teacher education* 43-50. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Díaz, C., Martínez, P., Roa, y Sanhueza, G. (2010). Los docentes en la sociedad actual: sus creencias y cogniciones pedagógicas respecto al proceso didáctico. *Polis Revista Latinoamericana*, 25, 1-14.
- Fabres, R. (2016). Estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, utilizadas por docentes de segundo ciclo, con la finalidad de generar una propuesta metodológica atinente a los contenidos. *Estudios Pedagógicos XLII*, N°1, pp 87-105.

- Fernandes, D. & Vale, I. (1994). Two young teachers' conceptions and practices about problema solving. En J.P. da Ponte & J.F. Matos (Eds.) Proceedings of Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education. 1(2), pp.328-335.
- Fierro, C.; Fortour, B.; Rosas, L. (1999). Transformando la práctica docente. Una propuesta basada en la investigación-acción. México: Paidós.
- Fullan, M. y Stiegelbauer, S. (1997). El cambio educativo: guía de planeación para maestros. México DF, México: Trillas.
- García, S. y López, O. (2008). La Enseñanza de la Geometría. Consultado 25 de diciembre de 2021 desde <https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/01/P1D401.pdf>
- García, M. y Sebastián, C. (2011). Creencias Epistemológicas de Estudiantes de Pedagogía en Educación Parvularia, Básica y Media: ¿Diferencias en la Formación Inicial Docente? *Psykhé*, 20(1), 29-43.
- Garritz, A. (2014). Creencias de los profesores, su importancia y cómo obtenerlas. *Educ. quím.* 25(2), 88-92.
- Godino, J. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME), Recife (Brasil)*, 1-20.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, v. 11, n.1, pp. 111-132.
- Gruszycki, Ana; Oteiza, Luis; Maras, Patricia; Gruszycki, Liliana; Ballés, Hugo (2014). Geogebra y los sistemas de representación semióticos. En *Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 2169-2176.
- Handal, B., Herrington, A. (2003) Mathematics teachers' beliefs and curriculum reform. *Math Ed Res J* 15, 59–69.
- Isoda, M. (2020). Guía Didáctica del Docente Tomo 1. Sumo Primero. Editorial Gakko

- Tosho Co, LDT. Traducción y adaptación: Ministerio de Educación Chile, Unidad de Currículum y Evaluación.
- Isoda, M. (2020). Cuaderno de Actividades Tomo 1. Sumo Primero. Editorial Gakko Tosho Co, LDT. Traducción y adaptación: Ministerio de Educación Chile, Unidad de Currículum y Evaluación.
- Isoda, M. (2020). Texto del Estudiante Tomo 1. Sumo Primero. Editorial Gakko Tosho Co, LDT. Traducción y adaptación: Ministerio de Educación Chile, Unidad de Currículum y Evaluación.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la educación de la Geometría: El modelo de Van Hiele. En S. Llinares y M. V. Sánchez (Eds), *Teoría y práctica en educación matemática*, 303-376. Sevilla: Alfar.
- Kvale, S. (2011). *Las entrevistas de Investigación Cualitativa*. Madrid: Morata.
- Leinhardt, G., McCarthy, K. y Merriman, J. (1995). Integrating professional knowledge: The theory of practice and the practice of theory. *Learning and instruction*, 5, 401-408.
- McLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En Douglas A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on mathematics Teaching and Learning*, 575-598. New York: Macmillan.
- Mellado, M.E. y Chaucono J.C. (2015). Liderazgo pedagógico para reestructurar creencias docentes y mejorar prácticas de aula en contexto mapuche.
- Mesquita, A.L. (1998). On Conceptual Obstacles Linked With External Representation in Geometry. *Journal of mathematical behavior*. 17 (2), 183-195.
- Mitchener, C. y Anderson, R. (1989). Teachers' perspective: developing and implementing an STS curriculum. *Journal of Research in Science Teaching*, 26(4), pp. 351-369.
- MINEDUC (2013). *Matemática. Programa de Estudio Sexto Año Básico*.
- Montanares, E. G. y Junod, P. A. (2018). Creencias y prácticas de enseñanza de

- profesores universitarios en Chile. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 20(1), 93-103.
- Reyes, C., Dissett, L. y Gormaz, R. (2013). Geometría para futuros profesores de educación básica. *REFIP Matemática*.
- Rodríguez, C., Castillo, V. y Saavedra, R. (2015). Expectativa, Cobertura y Dominio Curricular: percepciones del profesorado en la enseñanza de la Matemática. *Revista Paradigma*, Vol XXXVI, 1(2), pp 177-201.
- Simanca, F., Abuchar, P., Blanco, F. y Carreño, P. (2017). Implementación de herramientas tecnológicas en los procesos de enseñanza-aprendizaje de los triángulos. *I+D Revista de Investigaciones*, 10(2), pp 71-79.
- Solis, C. (2015). Creencias sobre la enseñanza y aprendizaje en docentes universitarios: Revisión de algunos estudios. *Propósitos y Representaciones*. 3(2), 227-260.
- UCE-MINEDUC. (2020). Fichas Pedagógicas para la Priorización Curricular Matemática 6° Básico. Unidad de Currículum y Evaluación.
- Vargas, G. y Gamboa, A. (2012). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*. 27, 74-94.

ANEXOS

ANEXO 1: Texto del Estudiante Sexto Básico, Santillana 2021

ANEXO 2: Cuaderno de Actividades Sexto Básico, Santillana 2021

ANEXO 3: Texto del Estudiante Sexto Básico Sumo Primero

ANEXO 4: Cuaderno de Actividades Sexto Básico Sumo Primero

ANEXO 5: Tickets de Salida Sumo Primero

ANEXO 6: Fichas Pedagógicas Matemática Sexto Básico OA 12

Construcción de triángulos

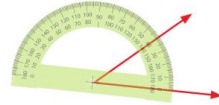
El profesor de Diseño Gráfico planteó el desafío de dibujar un triángulo con los siguientes elementos geométricos:



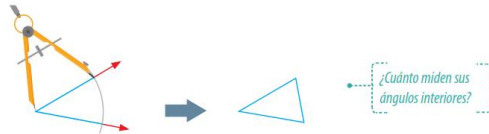
Ejemplo 1 problema

¿Qué triángulo puedes construir tú?

- 1 Dibuja el ángulo.
Usa el transportador para medir el ángulo y trasladar esta medida.



- 2 Dibuja los segmentos y responde.
Dibuja la medida de los segmentos sobre los lados del ángulo; luego, une sus extremos.
El triángulo que se obtiene es el siguiente:



- ¿Cómo puedes construir un triángulo diferente con los mismos tres elementos?, ¿cuáles son las medidas de sus ángulos interiores? **Explica.**
- ¿Qué diferencias y similitudes puedes establecer entre los dos triángulos?

Puedes **construir un triángulo** usando un **transportador** para medir sus ángulos y un **compás** para medir sus lados.

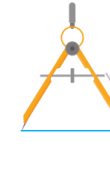
Ejemplo 2 problema

Un segundo desafío consistió en dibujar un triángulo a partir de los siguientes elementos:



¿Qué triángulo puedes construir?

- 1 Dibuja el segmento.



- 2 Dibuja los ángulos y responde.
Traza uno en cada extremo del segmento y prolonga sus lados hasta que coincidan.
El triángulo que se obtiene es el siguiente:



- ¿Qué lado del triángulo tiene mayor longitud: el opuesto al ángulo menor o el opuesto al ángulo mayor? **Establece** una conclusión y comunícala.
- ¿Cuántos triángulos más puedes construir con los mismos tres elementos? **Constrúyelos** y compáralos entre sí.

Los **triángulos** pueden **clasificarse** según las medidas de sus lados y de sus ángulos interiores.

Según sus lados :		Según sus ángulos interiores :	
Todos iguales	→ Equilátero	Todos agudos	→ Acutángulo
Dos iguales	→ Isósceles	Uno recto	→ Rectángulo
Todos diferentes	→ Escaleno	Uno obtuso	→ Obtusángulo

- ¿Cómo clasificarías los triángulos construidos en los Ejemplos 1 y 2?, ¿por qué?

Ejemplo 3

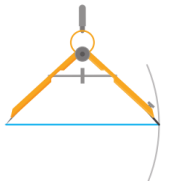
problema

Alfonso se propuso construir un triángulo con los segmentos que se muestran a continuación:



¿Cómo puedes construirlo tú?

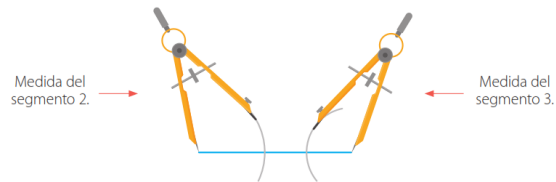
1 Dibuja el segmento 1.



Mide los segmentos con una regla.

2 Dibuja los segmentos 2 y 3.

En cada extremo del segmento 1, marca las medidas de los segmentos 2 y 3.



3 Interpreta y responde.

No es posible cerrar la figura con las medidas de los segmentos 2 y 3. Por lo tanto, no se puede construir un triángulo con los segmentos 1, 2 y 3.

- ¿Por qué no es posible construir el triángulo? **Analiza** las medidas de los segmentos y **elabora** una regla general acerca de la construcción de triángulos.
- Si se conserva la longitud de los segmentos 1 y 2, ¿qué medida debe tener, como mínimo, el segmento 3 para que pueda construirse el triángulo?

Para poder **construir un triángulo** con tres segmentos de medidas a , b y c , debe cumplirse que:

$$\begin{aligned} a + b &> c \\ a + c &> b \\ b + c &> a \end{aligned}$$

Reflexiona

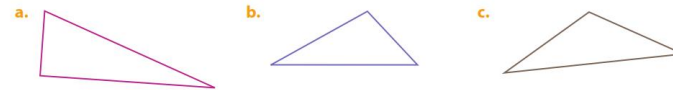
¿Fui creativo al construir triángulos?, ¿de qué manera?

Practica en tu cuaderno

1. Define.

- a. Compás. b. Triángulo equilátero. c. Triángulo obtusángulo.

2. Clasifica los triángulos según las medidas de sus lados y de sus ángulos interiores.



3. Analiza las medidas de cada trío de segmentos e indica si es posible construir un triángulo con ellos. **Justifica.** [PROFUNDIZACIÓN]

- a. 1 cm, 1 cm y 2 cm d. 10 cm, 12 cm y 20 cm
b. 3 cm, 4 cm y 5 cm e. 18 cm, 10 cm y 6 cm
c. 2 cm, 2 cm y 2 cm f. 90 cm, 30 cm y 60 cm

4. Tres integrantes. Cada uno construye uno de los siguientes triángulos:

- Triángulo 1: tiene sus tres lados iguales. Trabaja con un *software* geométrico. Por ejemplo, visita <https://bit.ly/3dmAG25>.
- Triángulo 2: tiene sus tres lados desiguales. Usa compás y regla.
- Triángulo 3: tiene dos ángulos iguales y uno diferente. Utiliza transportador y regla.

► **Etapas 1 (individual):** Responde a partir de tu construcción.

- ¿Cuánto miden sus lados?
- ¿Cuánto miden sus ángulos interiores?

► **Etapas 2 (grupales):** Respondan para cada triángulo:

- ¿Cómo se clasifica según la medida de sus lados?
- ¿Cómo se clasifica según la medida de sus ángulos?

Páginas 96 a 99.

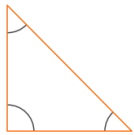
Sintetiza

Estimación y medición de ángulos	Construcción de ángulos	Construcción de triángulos
El transportador te permite medir y estimar ángulos.	El transportador te permite construir ángulos de medidas específicas.	Usando compás y transportador, puedes construir triángulos de medidas específicas.

Construcción de triángulos

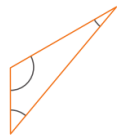
1. **Clasifica** los triángulos según la medida de sus lados y de sus ángulos interiores.

a.



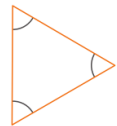
▶ _____
▶ _____

b.



▶ _____
▶ _____

c.



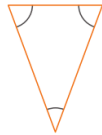
▶ _____
▶ _____

d.



▶ _____
▶ _____

e.



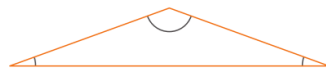
▶ _____
▶ _____

f.



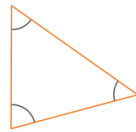
▶ _____
▶ _____

g.



▶ _____
▶ _____

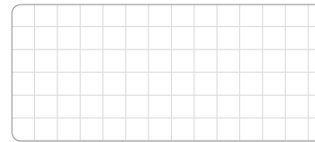
h.



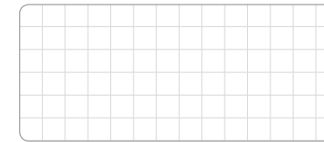
▶ _____
▶ _____

2. **Analiza** las medidas de cada trío de segmentos e indica si es posible construir un triángulo con ellos. **Justifica.**

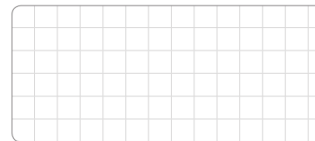
a. 4 cm, 4 cm y 5 cm



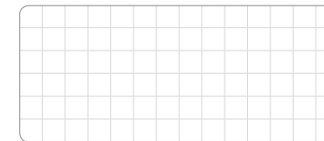
d. 20 cm, 10 cm y 5 cm



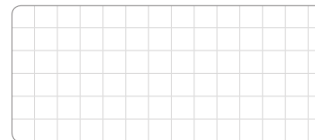
b. 10 cm, 4 cm y 6 cm



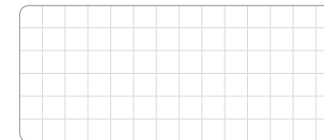
e. 1 cm, 1 cm y 3 cm



c. 9 cm, 15 cm y 8 cm



f. 6 cm, 2 cm y 7 cm



3. **Resuelve los problemas.**

a. Dos de los ángulos interiores de un triángulo miden 30° . ¿Cuántos triángulos que cumplen esta condición puedes dibujar?, ¿por qué? [PROFUNDIZACIÓN]

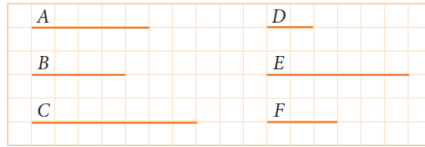
Respuesta: _____

b. Dos lados de un triángulo isósceles miden 6 cm y 9 cm, respectivamente. ¿Cuántos triángulos que cumplen esta condición puedes dibujar?, ¿por qué? [PROFUNDIZACIÓN]

Respuesta: _____

ANEXO 2: Página 98, 99.

4. En la imagen se muestran 6 segmentos de diferentes longitudes. El lado de cada \square mide 1 unidad.



- a. **Determina** tres tríos de segmentos diferentes con los que sí se puede construir un triángulo.

▶ _____
 ▶ _____
 ▶ _____

- b. **Determina** tres tríos de segmentos diferentes con los que no se puede construir un triángulo.

▶ _____
 ▶ _____
 ▶ _____

- c. **Analiza** las medidas de los segmentos. ¿Cuál es el triángulo de mayor perímetro que se puede construir?, ¿cuál es su perímetro?

Respuesta: _____

- d. **Construye** un triángulo cuyo perímetro sea 11 unidades. Utiliza tres segmentos diferentes.

5. **Construye** los triángulos.

- a. Uno de sus ángulos interiores mide 90° .

- b. Dos de sus lados miden 3 cm y 2 cm, respectivamente.

- c. Dos de sus ángulos interiores miden 30° y 70° .

- d. Uno de sus lados mide 3 cm. Los ángulos interiores en cada uno de sus extremos miden 40° .

- e. Dos de sus lados miden 3 cm. El ángulo interior que forman mide 60° .

- f. Sus ángulos interiores miden 120° , 35° y 25° .

ANEXO 3: Ejercicios 1, 2, 3, 4, 5.

1 Con los siguientes segmentos, dibujen varios triángulos diferentes.
Tomen las medidas con un compás y coloreen los segmentos.



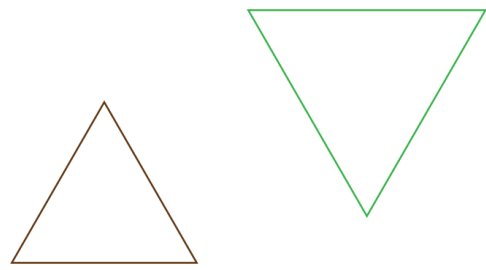
Responde en el Cuaderno de Actividades · pág. 59

Usé el compás de esta manera para dibujar los triángulos.

Hazlo en un papel en blanco.

Yo hice este triángulo usando 2 segmentos verdes y 1 rojo.

4 Juan formó un grupo con estos triángulos. ¿Qué tienen en común?



2 Clasifiquen los triángulos que hicieron formando grupos. Háganlo de distintas maneras. Si lo necesitan, recórtelos.

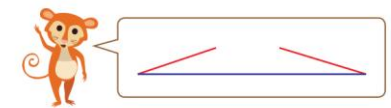
3 Sami hizo un grupo con estos triángulos. ¿Qué tienen en común?

Dos lados de igual medida se marcan así.

¡Son simétricos!

5 Sofía quiere dibujar un triángulo con 1 segmento azul, 1 rojo y 1 café.

- a) ¿Puedes dibujarlo tú?
- b) Sofía trató de hacer un triángulo con un segmento morado y 2 rojos, pero no le resultó. ¿Por qué?



Para que sea posible construir un triángulo, la suma de las medidas de los dos lados menores debe ser mayor que la medida del tercer lado.

ANEXO 3: Ejercicios 6, 7, 8, 9.

6 Gaspar dibujó un triángulo cuyos lados miden:
 $AB = 12 \text{ cm}$, $BC = 9 \text{ cm}$, $CA = 5 \text{ cm}$.

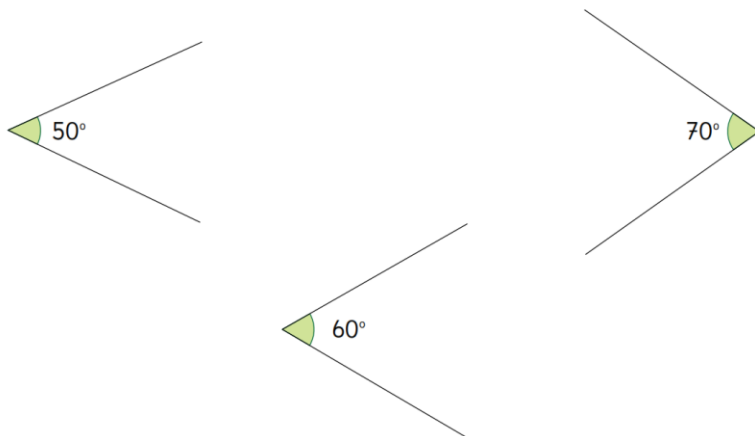
- Ordena sus ángulos de mayor a menor. ¿En qué te fijaste para ordenarlos?
- Usa el transportador para comprobar si los ordenaste correctamente. ¿Qué puedes concluir?



En un triángulo:

- al lado de mayor medida se opone el ángulo de mayor medida.
- si dos lados tienen la misma medida, los ángulos opuestos también.

7 Ema dibujó un triángulo. Estas son las medidas de sus tres ángulos.



Dibuja un triángulo congruente al de Ema. ¿Cuántos triángulos pueden dibujarse con esas mismas medidas?

8 Dibuja triángulos con las siguientes medidas. Puedes usar escuadras para dibujar los ángulos.

a) $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 8 \text{ cm}$, $\angle CBA = 30^\circ$.

Conoces las medidas de dos lados y la del ángulo entre ellos.

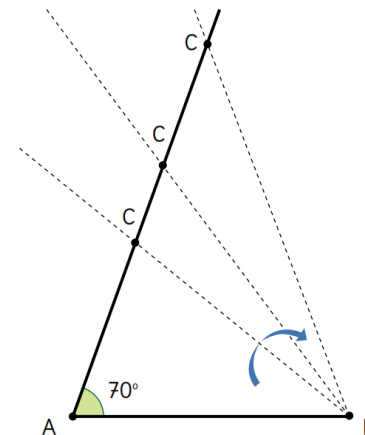


b) $\angle CBA = 45^\circ$, $BC = 6 \text{ cm}$, $\angle ACB = 60^\circ$.

Conoces las medidas de dos ángulos y la del lado entre ellos.



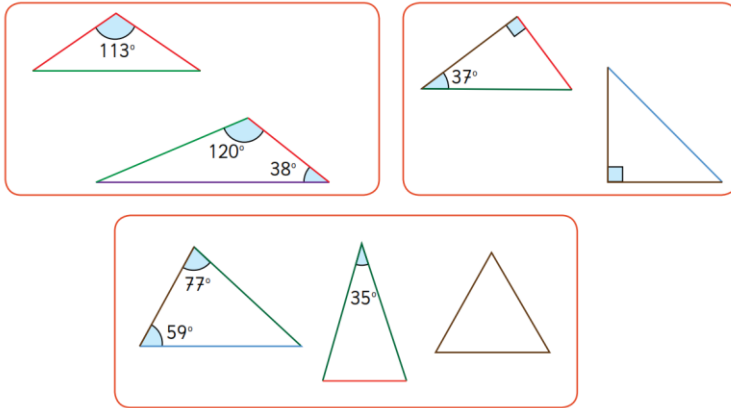
9 ¿Cómo cambia el triángulo si el $\angle ABC$ varía según lo indica la flecha?



¿Cómo será el triángulo si el $\angle ABC$ mide 100° ? ¿Y si mide 120° ?

ANEXO 3: Ejercicio 10.

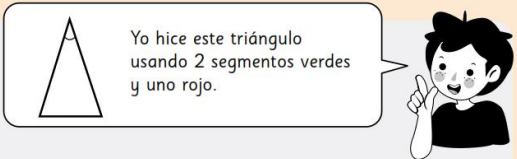
10 Matías ordenó los triángulos que dibujó en tres grupos. ¿En qué se habrá fijado para agrupar estos triángulos?



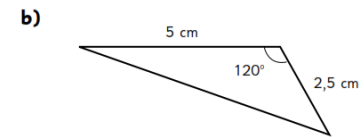
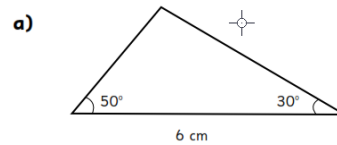
ANEXO 4: Página 59, 60, 61.

- 1 Con los siguientes segmentos dibujen al menos tres triángulos diferentes. Tomen las medidas con un compás y colorean los segmentos.

ROJO _____ AZUL _____ VERDE _____
 CAFE _____ MORADO _____



- 3 Dibuja un triángulo congruente a los siguientes triángulos:



- 1 Dibuja un triángulo cuyos lados midan 7 cm, 4 cm y 3 cm.
 ¿Tuviste alguna dificultad para hacerlo? ¿Cuál?

7 cm

Respuesta:

- 2 Dibuja un triángulo con un lado que mida 6 cm y que se encuentre entre dos ángulos que miden 110° y 90° .
 ¿Tuviste alguna dificultad para hacerlo? ¿Cuál?

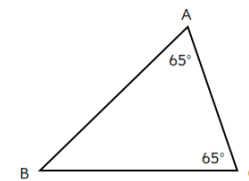
6 cm

Respuesta:

- 1 Un estudiante dibujó un triángulo ABC. Sus ángulos miden: en A, 75° , en B, 72° y en C, 33° . Ordena sus lados de menor a mayor.

Respuesta:

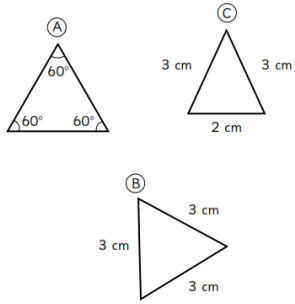
- 2 En el triángulo ABC, ¿qué relación hay entre los lados AB y BC?



Respuesta:

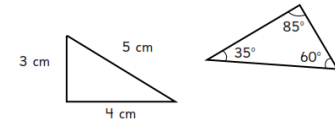
ANEXO 4: Página 61.

3 ¿Cuál de estos triángulos no pertenece al mismo grupo que los otros dos? ¿Por qué?



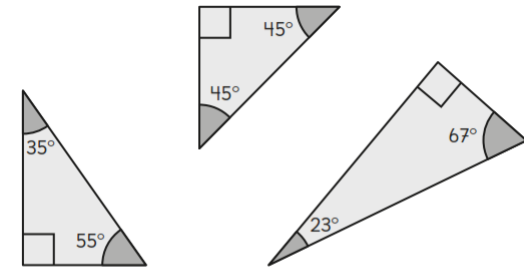
Respuesta:

4 ¿Qué tienen en común estos triángulos?

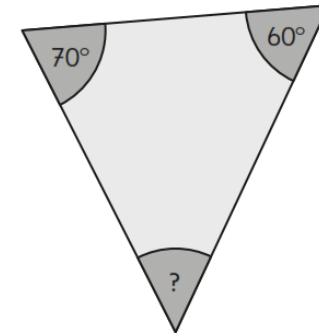


Respuesta:

ANEXO 5: Actividad 100, 102.



¿Qué tienen en común estos triángulos?



¿Cuánto mide el ángulo desconocido?

Fichas pedagógicas nivel 2

FICHA 11

¿Qué aprenderán?

OA 12: Construir y comparar triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o sus ángulos con instrumentos geométricos o software geométrico.

OA e: Comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos, describiendo los procedimientos utilizados.

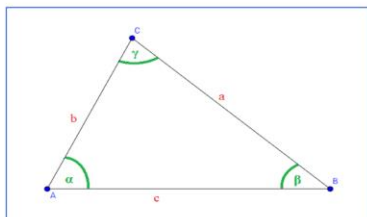
¿Qué estrategias utilizo?

Se sugiere fomentar la habilidad de **argumentar y comunicar**, estimulándolos a seguir y describir procedimientos utilizados en la construcción de triángulos. Se sugiere promover el uso sistemático de letras para las medidas del triángulo, de esquemas para organizar los datos, de instrumentos tales como regla, compás, transportador para la construcción y detallar en cada caso los pasos de la construcción para que sean utilizados en las descripciones de lo realizado, relevando la comparación de triángulos por medio de las proposiciones de congruencias.

Ejemplificación

Comience entregando una serie de triángulos para medir sus lados y ángulos con regla y compás y para que los estudiantes decidan criterios de clasificación, los cuales pueden ser de acuerdo a la medida de sus lados, sus tres lados distintos, dos lados iguales, tres lados iguales, o de acuerdo a la medida de sus ángulos interiores, sus tres ángulos interiores menores de 90° , uno de ellos es de 90° o uno de ellos mayor de 90° , una vez realizada la tarea, se les puede solicitar que comparen estas clasificaciones llegando a criterios comunes, en este momento se pueden introducir nombres de los diferentes triángulos.

Continúe con la construcción comenzando con la construcción de elementos básicos de construcciones con regla y compás, como el copiado de segmentos y de ángulos. Se sugiere el uso de ángulos conocidos como 30° , 45° , 60° , 90° , 120° , 135° , 150° y el uso del transportador. Posteriormente sugiera la construcción de triángulos con regla y compás siguiendo las proposiciones de congruencias y una estandarización en el uso de letras que indican las medidas de ángulos y lados.



A, B, C para los vértices del triángulo, a, b, c para las medidas de los lados que van opuestos al vértice y las letras griegas α, β, γ para los ángulos de los vértices A, B y C respectivamente. Se sugiere presentar las proposiciones de congruencia junto con los pasos que se hacen para construir, de esta manera la clase aprenderá formas de describir y explicar los procedimientos.

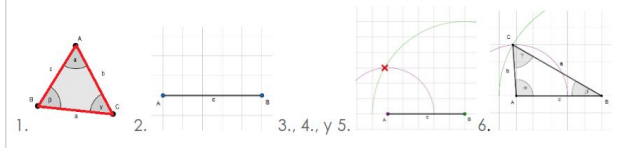
Proposición: Un triángulo puede ser construido de forma única si son conocidas las medidas de los tres lados.

Todos los triángulos construidos por LLL son congruentes o iguales que ocupan diferentes espacios.

Pasos para construir un triángulo conociendo las medidas de sus tres lados:

1. Dibujar un esquema identificando a, b, c y anotando todos los elementos del triángulo A, B, C y α, β, γ
2. Elegir un lado y dibujar con la regla identificando con la letra minúscula correspondiente e identificando los extremos del segmento con las letras mayúsculas correspondientes a los vértices guiados por el esquema.
3. Ubicando el compás sobre la regla se mide el segundo lado, se marca un semicírculo con el compás ubicando la punta en el vértice correspondiente.
4. Ubicando el compás sobre la regla se mide el tercer lado y se marca un semicírculo con el compás ubicando la punta en el otro vértice.
5. Los semicírculos se cortan en un punto, se marca ese punto con una cruz.
6. Se une el punto marcado con los extremos del primer lado y se termina de nombrar los lados, se obtiene el triángulo según LLL.

Ejemplo: construir un triángulo $a = 6\text{cm}$; $b = 3\text{cm}$ y $c = 5\text{cm}$.



Continúe con la misma estructura para la construcción de triángulos con las proposiciones de congruencia de lado, ángulo, lado (LAL), lado, lado, ángulo (LLA) y ángulo, lado, ángulo (ALA). Permita con ejemplos de construcción (Programa p. 111) que los estudiantes descubran que una condición para la construcción de los triángulos es que la suma de las longitudes de dos de sus lados tiene que ser mayor que la longitud del tercer lado (Texto p. 165).

De tiempo a sus estudiantes para realizar los dibujos y explicar a un compañero como lo hizo siguiendo los pasos de construcción, este tipo de ejercicios desarrollan la descripción y la explicación utilizando términos y procedimientos específicos.

Ministerio de Educación (2012) Matemática Programa de Estudio para Sexto Año Básico. República de Chile.
Matemática 6º básico (2019). Texto del Estudiante, Edición Especial Ministerio de Educación. Santillana

¿Cómo puedo verificar si aprendió?	<p>Se sugiere evaluar formativamente los criterios utilizados para clasificar y comparar triángulos, el uso de los instrumentos, la construcción de ángulos y segmentos, como la construcción de triángulos utilizando las cuatro proposiciones de congruencia y las descripciones de las construcciones.</p> <p>Estrategias de evaluación</p> <p>Se sugiere utilizar:</p> <ul style="list-style-type: none">• Elaboración de un póster: los estudiantes clasifican, comparan o construyen triángulos. Luego, oralmente, cada alumno describe su trabajo explicitando las características de los triángulos utilizados o dibujados. <p>Estrategias de retroalimentación</p> <p>Se sugiere utilizar:</p> <ul style="list-style-type: none">• <i>Retroalimentación grupal</i>: el docente entrega a los estudiantes los principales logros al clasificar o dibujar triángulos. También señala las principales dificultades que hubo a nivel del curso y entrega algunas estrategias para poder superarlas.
Recursos de apoyo	<p>Para la ejercitación y la evaluación formativa:</p> <ul style="list-style-type: none">• Plan de apoyo compartido: Matemática 6° básico. Geometría https://curriculumnacional.mineduc.cl/614/articles-131671_recurso_pdf.pdf• Texto de estudio https://curriculumnacional.mineduc.cl/614/articles-145571_recurso_pdf.pdf• Cuaderno de ejercicios, p. 66 a 77 https://curriculumnacional.mineduc.cl/614/articles-145572_recurso_pdf.pdf• Ítems del banco de preguntas en "arma tu evaluación" https://curriculumnacional.mineduc.cl/614/w3-article-17697.html#preguntas

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'S. Retamal Cisterna', with a long horizontal flourish extending to the right.

Dra. Silvia Retamal Cisterna
Académica Departamento de Educación
Universidad de Los Lagos