

¿Sirven las Matemáticas que aprendemos?

Un desafío de colores para descubrir cómo pensamos matemáticamente

Dr. Prof. Pedro Vidal-Szabó · C. a Dr. Prof. Ignacio González Ruiz

¿Puede un número enorme resolverse con una idea pequeña?



Antes de empezar: ¿qué te parece más difícil, un problema con números muy grandes o uno en el que no sabes qué hacer?

❏ Esta charla no es una clase de fórmulas. Es una experiencia para observar cómo cambia una manera de pensar.

El juego de las estaciones de colores

Pablo comienza siempre en la estación **roja**. En cada salto avanza a la siguiente estación siguiendo el recorrido:

...y vuelve a la **roja**.

Comprueba los cuatro primeros saltos.



Reto 1

Pablo da 34 saltos ¿En qué estación termina?

Discutir con la persona de al lado. ¿Puedes evitar contar los 34 pasos uno a uno?

Pista

¿Cuántas vueltas completas caben en 34 saltos? ¿Qué sobra?

Pregunta

¿Podríamos "ignorar" una parte del número sin perder la información que importa?



Reto 1 – Respuesta: ● Verde

Descomposición

$$34 = 4 \times 8 + 2$$

Las **8 vueltas completas** (32 saltos) nos devuelven exactamente a la estación de partida. No las ignoramos: sabemos que son *ocho vueltas completas*.

Quedan **2 saltos**: roja → amarilla → **verde**.



Reconocer una estructura permite reducir un problema sin perder la información que importa.

Reto 2

Pablo da 373 saltos ¿En qué estación termina?

Este número es mucho mayor, pero... ¿es realmente más difícil?

Pregunta

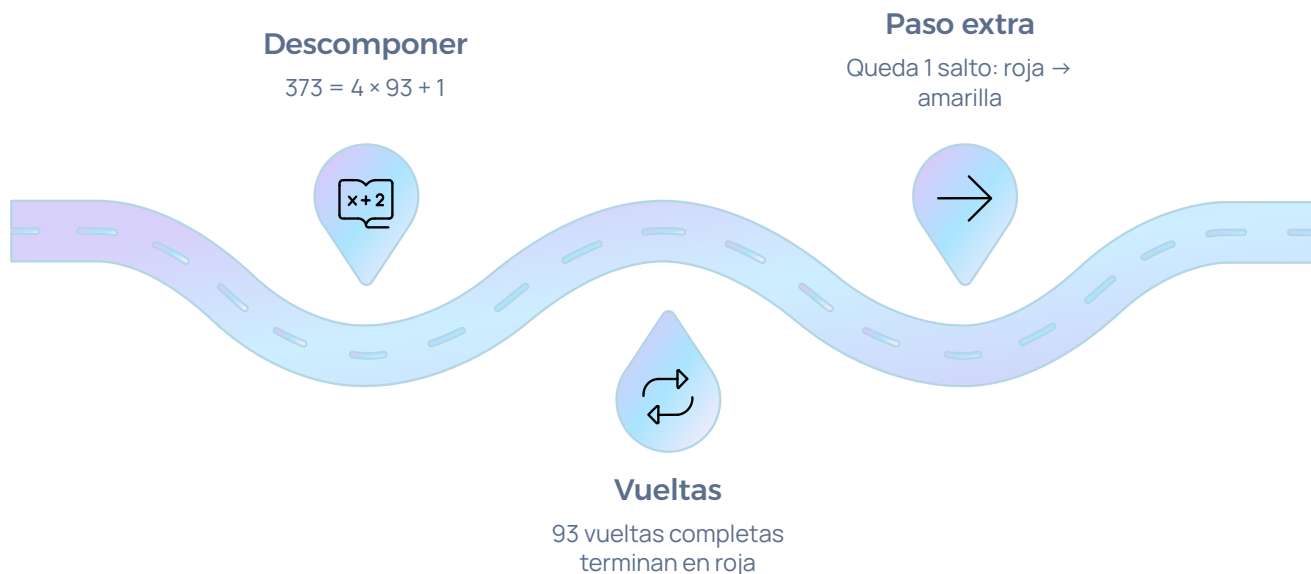
¿Qué parte de 373 podemos
"comprimir" y qué parte
conservamos?

Hay que notar...

Cuando aparece una estructura, un
problema grande puede volverse
muy pequeño.



Reto 2 – Respuesta: ● Amarilla



La descomposición clave

$$373 = 4 \times 93 + 1$$

Las **93 vueltas completas** terminan en roja. Queda **1 salto**: roja $\rightarrow$ **amarilla**.

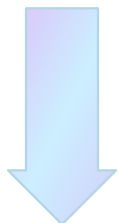
El número es enorme, pero el razonamiento es exactamente igual que antes. **Una buena idea matemática puede sustituir cientos de operaciones.**

¿Qué cambió entre 34 y 373 saltos?



Contar

Seguimos el recorrido salto a salto. Funciona... hasta que el número crece.



Agrupar

Reconocemos que cada 4 saltos se forma una vuelta completa.



Usar el resto

Solo el resto de dividir por 4 determina la estación final. Las vueltas completas no cambian nada.

Cambiar de estrategia no significa que contar fuera *incorrecto*. Significa que necesitábamos una herramienta más potente.

De dos casos a una regla para *todos* los casos

¿Y si en lugar de resolver un número concreto pudieramos responder **infinitas preguntas de una sola vez?**

$$4n + a$$

 Roja

$$4n + b$$

 Amarilla

$$4n + c$$

 Verde

$$4n + d$$

 Azul

Donde n puede ser 0, 1, 2, 3, 4... **Eso es generalizar:** pasar de varios ejemplos a una afirmación que organiza todos los casos posibles. ¿Qué valores tendrían las constantes **a , b , c y d** ?

 Desafío inverso: ¿cómo se expresan todos los números de saltos que terminan en azul? Da tres ejemplos.

Un reloj de cuatro posiciones: aritmética modular

En este problema solo importan los posibles **restos al dividir por 4**: 0, 1, 2 y 3.

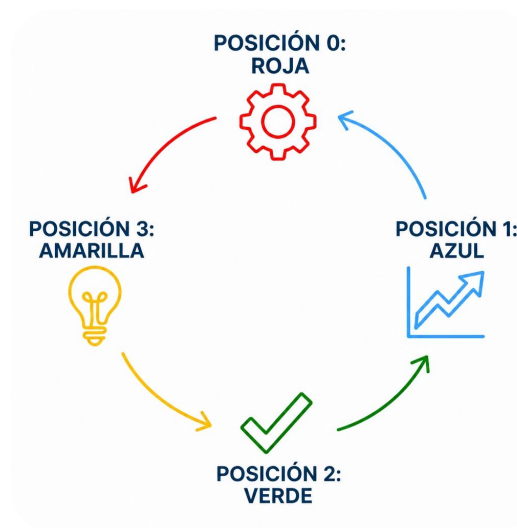
Cuando llegamos a 4, volvemos a la misma posición que tenía el 0.

El recorrido funciona **exactamente como un reloj**, pero de cuatro posiciones en lugar de doce.

Esto se llama **aritmética modular**. Por ejemplo:

$373 \equiv 1 \pmod{4}$: decimos 373 es congruente con 1 módulo 4

porque 373 y 1 dejan el mismo resto al dividir por 4.

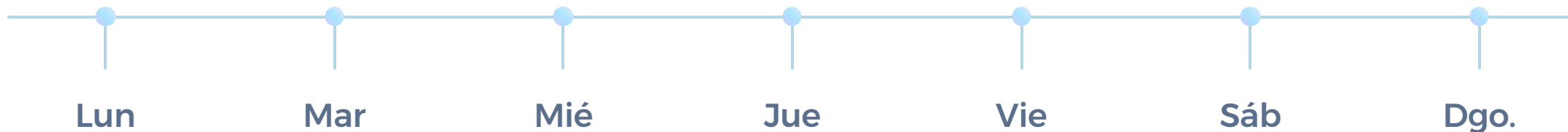


🎯 Desafío rápido: ¿con qué número entre 0 y 3 se comporta **1.000.003**?

O sea: **$1.000.003 \equiv X \pmod{4}$** , ¿qué valor tiene **X** entre los posibles (0, 1, 2 o 3)?

Si hoy es martes,
¿qué día (*hábil*) será dentro de 358 días?

Vota por el día de la semana antes de hacer ningún cálculo. ¿Cambia la matemática o solo cambia la historia?



Lunes

Martes

Miércoles

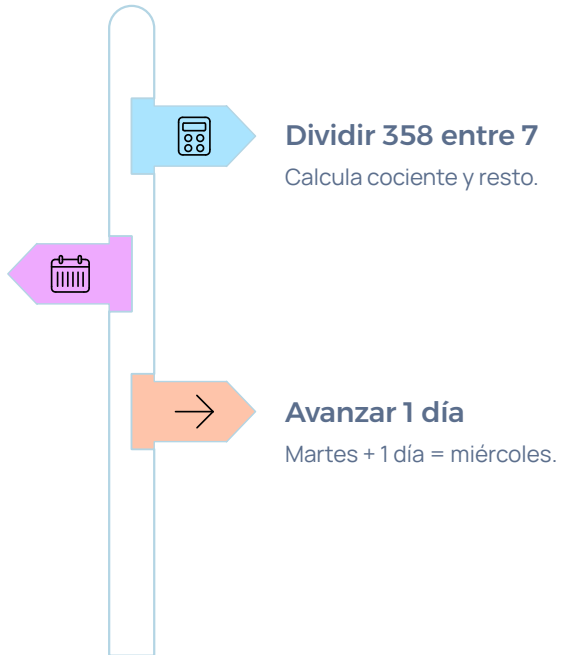
Jueves

Viernes

Respuesta: **miércoles**

Obtener semanas completas

Resultado: 51 semanas completas.



La misma estructura, otro contexto

$$358 = 7 \times 51 + 1$$

Después de 51 semanas completas volvemos al **martes**. Queda avanzar **1 día**: llegamos al **miércoles**.

En lenguaje modular: $358 \equiv 1 \pmod{7}$

358 es congruente con 1 módulo 7.

El ciclo cambió de 4 a 7. La *idea* es la misma.

¿Dónde más aparecen los ciclos?



Relojes

Las horas se repiten cada 12 posiciones.



Calendarios

Los meses del año, ciclos de 12.



Ritmos musicales

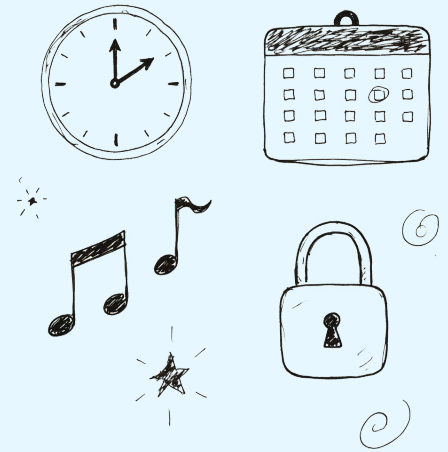
Patrones que regresan tras una cantidad fija de pulsos.



Criptografía

Los restos permiten construir códigos y verificar información.

La matemática gana poder cuando una estructura puede trasladarse a contextos completamente distintos.



Ahora miremos lo que *hicimos*

01

Probamos con casos pequeños

32 saltos: accesible, contable, útil para entender la situación.

02

Buscamos una repetición

Observamos que cada 4 saltos el circuito se reinicia.

03

Cambiamos de estrategia

Contar dejó de ser conveniente.
Comprimos las vueltas completas.

04

Generalizamos

Pasamos de tres respuestas particulares a una regla para muchos casos.

05

Transferimos la idea "modular"

La misma estructura funcionó en el calendario semanal.



¿Cuál de estos momentos te pareció más matemático?

El circuito como metáfora de aprender matemática

Aprender matemática no es avanzar siempre en línea recta ni aplicar de inmediato una fórmula conocida.

- Comenzamos **ensayando** — esa primera estrategia ayuda a entender la situación.
- Aparece un **obstáculo**: el número crece, el procedimiento se vuelve interminable.
- Nos detenemos, miramos la **estructura** y cambiamos de estrategia.
- La fórmula **$4n + r$** tiene sentido porque **nosotros descubrimos** qué se repite.

Reflexión

¿Ser bueno en matemática significa ser el primero en responder, o **ser capaz de encontrar, explicar y mejorar una estrategia?**

La rapidez puede ser útil, pero no reemplaza la comprensión ni la capacidad de justificar.

¿Qué matemática necesitamos?

Las técnicas importan

Algoritmos y fórmulas permiten actuar con precisión y eficiencia. Son necesarios.

El problema aparece cuando...

...aprender matemática se reduce a repetir procedimientos sin comprender por qué funcionan ni cuándo usarlos.

Lo que la escuela puede ofrecer

Más oportunidades para probar, comparar caminos, buscar patrones, justificar y comunicar ideas.

Una pregunta valiosa

¿Cómo lo pensaste?

Equivocarse muestra el punto desde el que puede construirse una idea mejor.

"La fórmula apareció, pero no fue el punto de partida."

"Llegamos a ella porque exploramos una estructura y tuvimos que explicarla."

Pensar matemáticamente significa...



Probar



Observar



Cambiar

∞ Generalizar



Explicar



Convencer

Hoy comenzamos siguiendo una ficha de color en color. Parecía un juego de conteo. Pero el número creció y tuvimos que mirar de otra manera. **Ese recorrido también describe aprender matemática.**

Las fórmulas son poderosas, pero se vuelven realmente nuestras cuando comprendemos la estructura que expresan.



Dr. Pedro Vidal-Szabó (@drpedrovidalszabo) • Instagram profile

1,272 Followers, 2,303 Following, 22 Posts – See Instagram photos and videos from Dr. Pedro Vidal-Szabó (@drpedrovidalszabo)



Gracias por la participación...